

## ПОВЕДЕНИЕ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Л. В. Киренский, В. А. Игнатченко, А. М. Родичев

Термодинамическим методом, развитым для ферромагнетиков Ландау и Лифшицем [1], решается задача о поведении простейшей доменной структуры под действием однородных упругих напряжений; рассматривается кристаллит типа железа, поверхность которого совпадает с плоскостью (001). Хорошее совпадение расчета с экспериментальными данными позволяет использовать выведенные формулы для оценки плотности магнитных полюсов на границах между кристаллитами.

Как показывает опыт, в плоском кристаллите железа, поверхность которого совпадает с кристаллографической плоскостью (001), устанавливается плоскопараллельная доменная структура с доменами, ориентированными вдоль одной из легких осей. На краях кристаллита в месте выхода вектора  $I_s$  возможно образование замыкающих доменов; иногда это невыгодно. Общим является предположение о существовании частично-замыкающих доменов (рис. 1), ширина которых  $d$  может принимать значение от 0 до  $D$  ( $D$  — ширина основных доменов). Рассчитаем свободную энергию такой структуры. Оси координат выбираем вдоль тетрагональных осей кристаллита; размеры кристаллита вдоль координатных осей обозначим соответственно через  $x_0, y_0, z_0$ .

### 1. Свободная энергия

Киттель [2] дал общий метод расчета энергии магнитных полюсов. Им показано, что поверхностная плотность энергии полюсов для структуры, периодической вдоль одной оси, дается выражением

$$\gamma_m = \pi \sum_{-\infty}^{+\infty} C_m C_{-m} P_m^{-1}, \quad P_m = |m| \pi / D,$$

где  $C_m$  — коэффициент Фурье для плотности полюсов. Применяя этот метод к нашему случаю, получим

$$\gamma_m = \frac{4\omega^2 D}{\pi^2} \left[ 1,05 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m-1)\pi k}{(2m-1)^3} \right], \quad (1.1)$$

где  $\omega$  — поверхностная плотность магнитных полюсов,  $k = d/D$ .

Для полюсов на границе ферромагнетик — воздух при отсутствии клиновидных доменов  $\omega$  равна намагниченности насыщения  $I_s$ . На границе двух кристаллитов, благодаря действию ряда причин,  $\omega$  может быть значительно меньше  $I_s$ . Например, если в соседнем кристаллите домены являются продолжением рассматриваемых доменов (рис. 2), то  $\omega = I_s(1 - \cos \varphi)$ ; более мелкая доменная структура в соседнем кристаллите

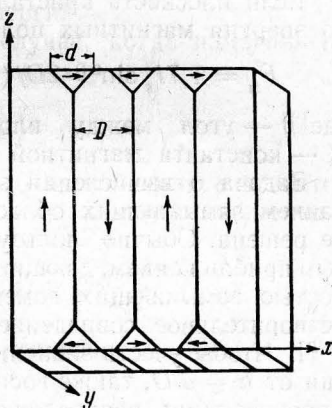
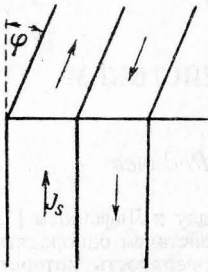


Рис. 1

также приведет к уменьшению  $\omega$ ; возможно появление образований типа междоменной перегородки на небольших участках границы между кристаллитами; эффективное значение  $\omega$  резко уменьшают клиновидные домены, которые могут остаться незамеченными, если расположатся в толще материала, не выходя на поверхность наблюдения. Поэтому для кристаллита приходится считать  $\omega$  неизвестной величиной, лежащей в пределах от 0 до  $I_s$ . Для каждого конкретного случая значения  $\omega$  могут быть вычислены из наблюдения доменной структуры, как это будет показано ниже. Принимая, что на обеих гранях кристаллита эффективные плотности  $\omega$  одинаковы, энергию магнитных полюсов, отнесенную к единице объема, запишем в виде



$$F_m = \frac{8\omega^2}{\pi^2 z_0} Df(k). \quad (1.2)$$

Рис. 2

Здесь и ниже все энергии отнесены к единице объема кристаллита. Посредством  $f(k)$  обозначено выражение, стоящее в формуле (1.1) в квадратных скобках. Его значения могут быть вычислены по таблицам, составленным Китовером [11]. Для приближенных оценок мы аппроксимировали  $f(k)$  кубическими полиномами:

$$f(k) = \begin{cases} 5,28 k^3 - 6,84 k^2 + 2,1, & k \leq 0,5 \\ 5,28 k^3 - 9 k^2 + 2,16 k - 1,56, & k \geq 0,5 \end{cases}$$

Если плоскость кристаллита не точно совпадает с направлением  $[001]$ , то энергия магнитных полюсов на этой плоскости

$$F_m^* = 1,7I_s^2 \sin^2 \theta \cdot 2D / (1 + \mu^*) y_0 = aD / y_0, \quad \mu^* = 1 + 2\pi I_s / K, \quad (1.3)$$

где  $\theta$  — угол между плоскостью кристаллита и направлением  $[001]$ ,  $K$  — константа магнитной анизотропии.

Задача о вычислении энергии магнитоэластики, связанной с образованием замыкающих областей (задача теории упругости), в общем виде не решена. Обычно пользуются грубым приближением, дающим (для полностью замыкающих доменов) удовлетворительное совпадение с опытом [2,3]. Чтобы учесть зависимость энергии от  $k = d/D$ , также воспользуемся упрощающими предположениями.

Из-за неравенства магнитоэластических деформаций вдоль и поперек намагниченности замыкающие домены оказываются как бы зажатыми между основными. Последние мешают им деформироваться в соответствии с требованиями магнитоэластики, что вызывает внутренние напряжения

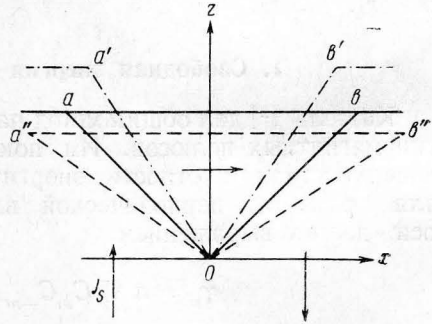


Рис. 3

как в замыкающих, так и в основных доменах. Сказанное может пояснить следующая схема (рис. 3). Предположим, что магнитоэластическая деформация отсутствует; при этом замыкающий домен занимает положение  $aOb$ . Теперь учтем магнитоэластику, принимая точку  $O$  неподвижной. Основные домены удлиняются вдоль оси  $z$  с относительным удлинением  $\lambda_{100}$  и сжимаются вдоль оси  $x$  с относительным сжатием  $\lambda_{100}/2$ . В результате они стремятся занять положение  $a'Ob'$ ; по таким же причинам замыкающий домен стремится занять положение  $a''Ob''$ . В действительности, разумеется, точки  $a'$  и  $a''$ , так же как точки  $b'$  и  $b''$ , будут совпадать между собой, и установится какое-то равновесное состояние со сложным распределе-



структуру. При  $\varphi < \pi/4$  величина  $k$  будет уменьшаться с ростом  $\sigma$  и достигнет нуля при

$$\sigma \cos 2\varphi \approx 7,4\omega^2/\lambda_{100}. \quad (2.4)$$

Сложнее обстоит дело с параметром основной структуры  $D$ . При увеличении  $\sigma$  одни члены в знаменателе (2.2) растут, другие — уменьшаются. В зависимости от значения  $\omega$  в одном и том же материале может происходить либо уменьшение, либо увеличение  $D$  при возрастании  $\sigma$ . Когда  $k$  достигнет нуля,  $D$  перестанет зависеть от напряжений непосредственно:

$$D = \left[ \frac{\gamma z_0}{az_0/y_0 + 8\omega^2\pi^{-2} \cdot 2,1} \right]^{1/2}.$$

Однако и при  $k = 0$  возможно изменение структуры — за счет изменения величины  $\omega$ , которая определяется условиями на границе кристаллитов, т. е. зависит и от структуры в соседних кристаллитах.

При  $\varphi > \pi/4$  величина  $k$  будет расти с увеличением  $\sigma$ , пока не наступит полное замыкание. Направление изменения  $D$  при этом зависит от  $\omega$ ; при  $k = 1$

$$D = \left[ \frac{\gamma z_0}{az_0/y_0 + \lambda_{100}c_2/2 + 3/4\lambda_{100}\sigma \cos 2\varphi} \right]^{1/2}, \quad (2.5)$$

т. е. с момента полного замыкания  $D$  растет с ростом  $\sigma$ . Однако эта формула не отражает полностью поведения структуры при  $k = 1$ . Физически стремление к увеличению  $D$  следует из стремления к увеличению объема замыкающих доменов, в котором вектор  $\mathbf{I}_s$  более выгодно ориентирован относительно приложенного напряжения. Увеличение объема

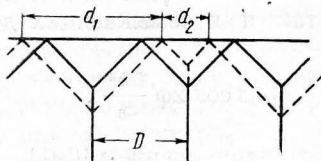


Рис. 5

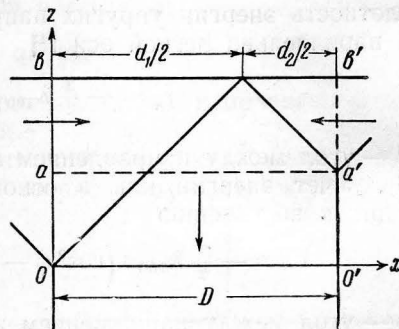


Рис. 6

замыкающих может произойти не только путем роста  $D$ , но также путем роста одних замыкающих и уменьшения соседних без нарушения условия замыкания (рис. 5). Следовательно, структура имеет еще одну степень свободы, которую необходимо учесть. Энергия упругих напряжений для такой структуры:

$$F_\sigma = -\frac{3}{2} \lambda_{100} \sigma \left( \cos^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) + \frac{3}{4} \lambda_{100} \sigma \cos 2\varphi \cdot \frac{D}{z_0} (\eta^2 - 2\eta + 2), \quad (2.6)$$

где  $\eta = d_1/D$ ,  $d_1 + d_2 = 2D$ ,  $d_1$  — ширина наибольшего из соседних замыкающих доменов.

Энергию магнитоэластики учтем в том же приближении, что и раньше. Средняя деформация вдоль оси  $x$  (рис. 6) для объемов  $Oaa'O'$  и  $abb'a'$  будет соответственно

$$\bar{u}_{11}^{(1)} = -\lambda_{100}d_1/4D \quad \text{и} \quad \bar{u}_{11}^{(2)} = -\lambda_{100}(d_1 + d_2)/4D.$$

Отсюда

$$F_{\text{м.с.}} = \frac{1}{2} \lambda_{100}^2 c_2 D z_0^{-1} (\eta^3 - 3\eta^2 + 3\eta). \quad (2.7)$$

Последовательное рассмотрение случая  $\varphi > \pi/4$  предусматривает введение переменной  $\eta$  в самом начале и решение задачи на минимум свободной энергии, зависящей от трех параметров:  $D$ ,  $k$ ,  $\eta$ . Для простоты мы предположили, что влияние  $\eta$  начинает сказываться уже после того, как произошло замыкание. Свободная энергия такой структуры  $F_\eta$  является суммой энергий, определяемых формулами (1.3), (1.6), (2.6), (2.7). Условия равновесия

$$\partial F_\eta(D, \eta)/\partial D = 0, \quad \partial F_\eta(D, \eta)/\partial \eta = 0 \quad (2.8)$$

приводят к выражениям

$$D_* = \left[ \frac{\gamma z_0}{a z_0 / y_0 + \lambda_{100}^2 c_2 (\eta^3 - 3\eta^2 + 3\eta)/2 + 3/4 \lambda_{100} \sigma \cos 2\varphi (\eta^2 - 2\eta + 2)} \right]^{1/2}, \quad (2.9)$$

$$\eta = 1 - \sigma \cos 2\varphi / \lambda_{100} c_2. \quad (2.10)$$

С ростом  $\sigma$  увеличивается  $\eta$ , приближаясь при  $\sigma \cos 2\varphi \rightarrow -\lambda_{100} c_2$  к значению 2, т. е. к обычной структуре с одинаковыми полностью замыкающимися доменами (рис. 7, с).  $D$  при этом также растет. При увеличении  $\sigma$

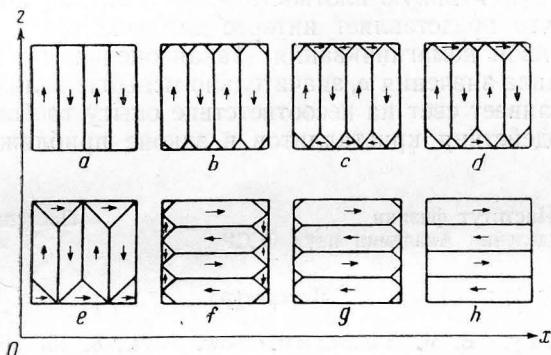


Рис. 7. Последовательные стадии изменения доменной структуры при растяжении (плоскость (100), растяжение направлено под углом  $> \pi/4$  к оси  $z$ )

рано или поздно наступит момент, когда  $F_x$  станет меньше  $F_z$  (здесь  $F_z$  — свободная энергия структуры, в которой основные домены параллельны оси  $z$ ,  $F_x$  — энергия структуры, основные домены которой параллельны оси  $x$ ). Тогда произойдет полная перестройка и образуется новая структура с доменами, параллельными оси  $x$ .

Суммируем полученные результаты. При отсутствии напряжения в кристаллите (рис. 7) установится одна из трех структур:  $a$ ,  $b$  или  $c$  — в зависимости от значения  $\omega$ . Пусть установилась структура  $a$ . При наложении однородного растягивающего напряжения под углом, большим  $\pi/4$  относительно оси  $z$ , при некотором значении  $\sigma$  появятся замыкающие ( $b$ ); они будут расти, пока не наступит полное замыкание ( $c$ );  $D$  при этом может как увеличиваться, так и уменьшаться. В дальнейшем происходит рост одних и уменьшение других (соседних) замыкающих, пока не образуется структура  $e$ ;  $D$  при этом увеличивается. Когда становится  $F_x < F_z$ , происходит перестройка основных доменов вдоль оси  $x$ ; в новом направлении может установиться одна из трех структур:  $f$ ,  $g$  или  $h$ , в зависимости от значения  $\omega$  на новой границе и величины  $\sigma$ , при которых произошла перестройка. При увеличении  $\sigma$  замыкающие будут уменьшаться ( $g$ ), пока не наступит состояние  $h$ . Дальнейший рост  $\sigma$  не будет влиять на характер доменной структуры (если не вызовет изменения  $\omega$ ).

### 3. Сравнение с опытом

Отдельные стороны процесса, изображенного на рис. 7, наблюдались многими авторами. В работах [5,6] приведена структура  $b$  с  $k \sim 0,5$  при  $\sigma = 0$ ; расчет по формуле (2.3) дает для этого случая  $\omega \approx 5$  Г. В [5] описан процесс, подобный переходу из  $c$  в  $d$ ; напряжение при этом было приложено под углом, немного превышающим  $\pi/4$  (в работе ошибочно указано, что  $\varphi = \pi/2$ ). Переход осуществился скачком, что объясняется, по-видимому, обычным отступлением системы от макроскопически равновесного состояния, вызванным «неидеальностью» кристаллита. В этих же работах наблюдались переходы из состояния  $b$  в  $c$  и из состояния  $f$  в  $h$ . В последнем случае значение  $\omega$  было  $\sim 70$  Г. Переход из  $f$  в  $g$  наблюдался Шуром и Зайковой [7]. В другой работе тех же авторов [8] наблюдался переход из  $b$  в  $g$ ; в этом случае промежуточные стадии вылились в усложнение структуры внутри кристаллита, что объясняется особыми условиями (в кристаллите неправильной формы в исходном состоянии было всего два домена).

Таким образом, проведенный расчет хорошо согласуется с известными экспериментами и предсказывает возможность возникновения структуры  $e$ , которая под действием упругих напряжений пока не наблюдалась. Полученные формулы позволяют из наблюдения частично-замкнутых структур типа  $b$  оценить эффективную плотность магнитных полюсов  $\omega$  на границах кристаллитов, что представляет интерес для некоторых вопросов теории технической кривой намагничивания. Такая оценка, проведенная нами в двух случаях, дала значения  $\omega$ , значительно меньшие величины  $I_s$ . Возможно, что это проливает свет на несоответствие опыту требований учета магнитного взаимодействия кристаллитов в законе приближения к насыщению [9,10].

Институт физики  
Сибирского отделения Академии наук СССР

Поступила в редакцию  
24 марта 1960 г.

#### Литература

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. *Sov. Phys.*, 8, 157, 1935.
- [2] C. h. Kittel. *Rev. Mod. Phys.*, 21, 541, 1949; перев. в сб. *Физика ферромагнитных областей*, ИИЛ, 1951.
- [3] С. В. Вонсовский, Я. С. Шур. *Ферромагнетизм*, Гостехиздат, 1948.
- [4] В. А. Игнатченко, С. В. Вонсовский. *ФММ*, 9, 456, 1960.
- [5] Л. В. Киренский, М. К. Савченко, А. М. Родичев. *Изв. АН СССР, серия физ.*, 22, 1181, 1958.
- [6] Л. В. Киренский, М. К. Савченко. *Изв. высш. уч. зав., Физика*, 1, 35, 1958.
- [7] Я. С. Шур, В. А. Зайкова. *ФММ*, 6, 545, 1958.
- [8] В. А. Зайкова, Я. С. Шур. *Изв. АН СССР, серия физ.*, 22, 1185, 1958.
- [9] T. Holstein, H. Primakoff. *Phys. Rev.*, 59, 388, 1941.
- [10] L. Neel. *J. Phys. Rad.*, 9, 193, 1948.
- [11] К. А. Китовер. *Прикл. матем. и мех.*, 12, 233, 1948.

#### BEHAVIOR OF DOMAIN STRUCTURE UNDER THE ACTION OF ELASTIC STRESSES

*L. V. Kirensky, V. A. Ignatchenko, A. M. Rodichev*

The behavior of the simplest domain structure under the action of uniform elastic stresses is determined by the thermodynamic method developed by Landau and Lifshitz for ferromagnetics. A crystallite of the type of iron is considered whose surface coincides with the (001) plane. The good agreement with the experimental results permits one to use the formulas derived to estimate the magnetic pole density at the boundary between the crystallites.