

На правах рукописи

Цикалов Денис Сергеевич

**СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ВОЛН В СВЕРХРЕШЕТКАХ  
С ДВУМЕРНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ**

01.04.07 – физика конденсированного состояния

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Красноярск – 2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук  
Институте физики им. Л.В. Киренского СО РАН.

**Научный руководитель:** доктор физико-математических наук,  
профессор **Маньков Ю.И.**

**Официальные оппоненты:** доктор физико-математических наук,  
профессор **Медведев М.В.**

доктор физико-математических наук,  
профессор **Исхаков Р.С.**

**Ведущая организация:** Институт физики металлов УрО РАН,  
Екатеринбург.

Защита состоится « 23 » марта 2012 г. в 14:30 часов на заседании дис-  
сертационного совета Д 003.055.02 при Институте физики им. Л.В. Киренского  
СО РАН по адресу: 660036, г. Красноярск, Академгородок, Институт физики  
им. Л.В. Киренского СО РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Института физики  
им. Л.В. Киренского СО РАН.

Автореферат разослан « 25 » января 2012 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук

Втюрин А.Н.



## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В настоящее время широко исследуются многослойные пленочные структуры (одномерные сверхрешетки), которые представляют собой периодически чередующиеся слои двух или большего числа материалов с отличающимися физическими свойствами. Известно, что спектр волн любой природы в периодических системах имеет зонную структуру. На краях зон Бриллюэна сверхрешетки происходит снятие вырождения и появление в спектре волн щелей (запрещенных зон). В реальных многослойных материалах периодичность в расположении слоев выдерживается лишь приближенно. Всегда имеются случайные отступления от периодичности, обусловленные природными или технологическими факторами. Возникает интерес к тому, как меняются спектральные свойства сверхрешеток (SL) при переходе от идеально периодических к случайно стохастизованным системам. Эта проблема является одной из актуальнейших областей современных исследований, так как подобные материалы широко используются в различных устройствах высоких технологий, таких как резонаторы, фильтры, зеркала и т.п., для записи и обработки информации, преобразования и детектирования спиновых, упругих и электромагнитных волн. С другой стороны, важность этой проблемы обусловлена тем, что такие исследования стимулируют появление новых математических методов и подходов в быстроразвивающейся области физики, которая характеризуется нарушением трансляционной симметрии среды. К настоящему времени влияние одно (1D) – и трехмерных (3D) фазовых неоднородностей (то есть, неоднородностей геометрической структуры SL) на спектральные свойства SL достаточно хорошо изучено (см., например, [1, 2, 3]), в то время как влияние двумерных (2D) фазовых неоднородностей исследовано недостаточно.

**Цель работы:** развитие теории влияния на спектральные характеристики спиновых и электромагнитных волн в SL 2D неоднородностей границ между слоями (интерфейсов) SL и 3D неоднородностей материала слоев.

### **Научная новизна работы:**

- 1) Впервые показано, что присутствие в сверхрешетке 2D фазовых неоднородностей, в отличие от 1D и 3D фазовых неоднородностей, приводит к резкой асимметрии пиков восприимчивости и асимметрии плотности состояний на краях 1-ой и всех последующих нечетных запрещенных зон спектра волн в SL.

- 2) Показано, что эффект асимметрии этих спектральных характеристик является прямым следствием особенностей закона сохранения энергии падающей и рассеянной волны, характерных только для фазовых 2D неоднородностей.
- 3) Исследована зависимость предсказанного эффекта асимметрии спектральных характеристик от величин среднеквадратичных флуктуаций и корреляционных радиусов 2D фазовых неоднородностей и 3D амплитудных неоднородностей материала слоев SL.

**Научная и практическая ценность.** Научная ценность заключается в предсказании эффекта асимметрии спектральных характеристик волн (динамической восприимчивости и плотности состояний) на краях нечетных запрещенных зон, которая характерна только для 2D фазовых неоднородностей, моделирующих взаимные корреляции между неоднородностями интерфейсов SL. Практическая ценность полученных результатов заключается в том, что они являются теоретической основой развития радиоспектроскопических и оптических методов идентификации присутствия взаимных корреляций между неоднородностями различных интерфейсов в SL.

**Достоверность результатов** определяется корректностью использования математического аппарата, контролируемостью применяемых приближений, а также правильностью предельных переходов к известным результатам.

**Положения, выносимые на защиту:**

- 1) Предсказание эффекта асимметрии динамической восприимчивости и плотности состояний спиновых и электромагнитных волн в SL под действием двумерных фазовых неоднородностей, моделирующих синфазные шероховатости интерфейсов.
- 2) Обоснование того, что этот эффект является прямым следствием особенностей закона сохранения энергии падающей и рассеянной волны, характерных только для двумерных фазовых неоднородностей.
- 3) Расчет зависимостей функций, характеризующих эффект асимметрии динамической восприимчивости и плотности состояний от величин среднеквадратичных флуктуаций и корреляционных волновых чисел как двумерных фазовых, так и трехмерных амплитудных неоднородностей, моделирующих неоднородности материала слоев SL.

4) Обсуждение условий обнаружения, предсказанного в диссертации, эффекта асимметрии.

**Апробация работы.** Основные результаты данной работы были доложены и опубликованы в трудах конференций: Moscow International Symposium on Magnetism (Moscow, 2008), XXI Международная конференция «Новое в магнетизме и магнитных материалах» (Москва, 2009), Euro-Asian Symposium «Trends in MAGnetism» Nanospintronics (Ekaterinburg, 2010), а также доложены на научной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых - физиков НКСФ-XXXVI (Красноярск, 2007), НКСФ-XXXVII (Красноярск, 2008), на конференции молодых ученых КНЦ СО РАН (Красноярск, 2009, 2010) и научных семинарах Института физики им. Л.В. Киренского СО РАН.

**Публикации.** Основные результаты диссертации изложены в 7 печатных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах из перечня ВАК, 3 – в тезисах докладов и трудах международных конференций и симпозиумов.

Отдельные этапы работы выполнялись при поддержке гранта N3818.2008.3 Президента РФ по программе «Государственная поддержка научных исследований, проводимых ведущими научными школами Российской Федерации», гранта Программы N27.1 Президиума РАН, Государственного контракта N02.740.11.0220 по Федеральной целевой программе и грантов РНП N2.1.1/3498 Целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» за 2009, 2010 и 2011 гг.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения и списка литературы. Содержание работы изложено на 105 страницах, включая 35 рисунков и списка литературы из 140 наименований.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Первая Глава** посвящена краткому экскурсу в историю развития теории периодических структур (сверхрешеток). Сделан обзор основных работ, связанных с исследованием волн различной природы (спиновых, упругих и электромагнитных) в таких структурах. Также изложена теория спиновых волн в тонких пленках и SL. Приведены экспериментальные измерения обменных спиновых волн (методом спин-волнового резонанса) и бегущих магнитостатических волн (методом Бриллюэн-Мандельштамовского рассеяния света). Далее

следует обзор работ, посвященных волнам в SL с неоднородностями. Перечислены основные направления исследований. Особое внимание уделено 2D и 3D фазовым неоднородностям (соответственно, коррелированным и некоррелированным шероховатостям интерфейсов SL). Описаны эффекты, к которым приводят такие неоднородности структуры SL при их исследовании методом малоуглового рассеяния рентгеновских лучей [4].

**Вторая Глава** посвящена исследованию динамической восприимчивости (функции Грина) спиновых волн в изначально синусоидальной одномерной SL при наличии в ней 2D фазовых неоднородностей, моделирующих коррелированные шероховатости интерфейсов SL. В приближении Бурре найдено аналитическое выражение для усредненной функции Грина синусоидальной SL с 2D фазовыми неоднородностями. Для волн, распространяющихся в направлении оси SL, обнаружено своеобразное поведение мнимой части функции Грина, заключающееся в существенном различии между пиками, соответствующими краям запрещенной зоны в спектре волн. Амплитуда пика, соответствующего краю зоны с меньшей частотой, возрастает при росте среднеквадратичных флуктуаций 2D неоднородностей, при этом ширина пика не меняется, в то время как пик, отвечающий краю запрещенной зоны с большей частотой, расширяется и резко уменьшается по высоте. Оба пика смещаются к центру щели. Эти эффекты объясняются своеобразием законов сохранения энергии падающей и рассеянной волны для 2D неоднородностей в одномерной SL.

Как периодическую зависимость материального параметра вдоль оси SL  $z$ , так и случайную пространственную модуляцию этого параметра описывает функция  $\rho(\mathbf{x})$ , которая, в общем случае может быть функцией всех трех координат:  $\{x, y, z\}$ . Функция  $\rho(\mathbf{x})$  имеет вид

$$\rho(\mathbf{x}) = \sqrt{2} \cos\{q[z - u_d(\mathbf{x})] + \psi\}, \quad (1)$$

где  $d = 1, 2, 3$  – размерность неоднородностей. Синусоидальная SL может рассматриваться как частный случай многослойной структуры с очень плавными границами раздела слоев. Для 2D неоднородностей случайная модуляция  $u_2$  зависит только от векторов  $\mathbf{x}_\perp = \{x, y\}$ , лежащих в плоскости  $xu$ . Используя метод случайной пространственной модуляции (RSM) [1], была найдена корреляционная функция  $K(\mathbf{r})$  SL с 2D фазовыми неоднородностями в виде

$$K(\mathbf{r}) = \cos(qr_z) \mathcal{K}_2(\mathbf{r}_\perp), \quad (2)$$

где убывающая часть корреляционной функции  $K_2(\mathbf{r}_\perp)$  определяется выражением

$$K_2(\mathbf{r}_\perp) = \exp[-Q_2(\mathbf{r}_\perp)/2]. \quad (3)$$

Здесь  $Q_2(\mathbf{r}_\perp)$  – безразмерная структурная функция SL

$$Q_2(\mathbf{r}) = 4\gamma_2^2 \{E_1(k_2 r_\perp) + \ln(k_2 r_\perp C) + \exp(-k_2 r_\perp) - 1\}, \quad (4)$$

где  $\gamma_2$  – среднеквадратичная флуктуация 2D неоднородностей,  $k_2$  – корреляционное волновое число этих неоднородностей. Подстановка выражения для  $Q_2(\mathbf{r})$  в виде (4) в (3) приводит к слишком сложному выражению для корреляционной функции  $K(\mathbf{r})$ . Поэтому, исходя из асимптотик точной корреляционной функции, мы аппроксимировали спадающую часть корреляционной функции  $K_2(\mathbf{r}_\perp)$  простым выражением

$$K_2(\mathbf{r}_\perp) = \left(1 + \frac{C^2}{e^2} k_2^2 r_\perp^2\right)^{-\gamma_2^2}. \quad (5)$$

Волновое уравнение записывается в виде

$$\nabla^2 m + [\nu - (\Lambda/\sqrt{2})\rho(\mathbf{x})]m = 0, \quad (6)$$

где выражения для переменной  $m$  и параметров  $\nu$  и  $\Lambda$  различны для волн различной физической природы ( $\nu \propto \omega - \omega_0$ , где  $\omega_0$  – частота ФМР, для спиновых волн,  $\nu \propto \omega^2$  для электромагнитных волн, параметр  $\Lambda$  пропорционален глубине модуляции профиля SL). Образ Фурье усредненной функции Грина для уравнения (6) имеет следующий вид

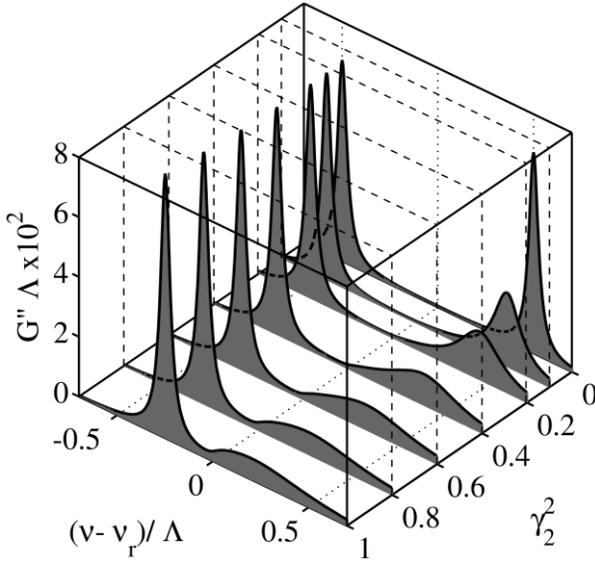
$$G(\nu, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\nu - k^2 - M(\nu, \mathbf{k})}, \quad (7)$$

где  $M(\nu, \mathbf{k})$  – классический аналог массового оператора, который в приближении Бурре [5], может быть представлен в виде [2]

$$M(\nu, \mathbf{k}) = -\frac{\Lambda^2}{8\pi} \int \frac{K(\mathbf{r})}{|\mathbf{r}|} \exp[-i(\mathbf{k}\mathbf{r} + \sqrt{\nu} |\mathbf{r}|)] d\mathbf{r}. \quad (8)$$

Массовый оператор представляется в виде суммы двух слагаемых  $M(\nu, \mathbf{k}) = M^-(\nu, \mathbf{k}) + M^+(\nu, \mathbf{k})$ . Было найдено аналитическое выражение для массового оператора  $M^\pm(\nu, k)$  в случае 2D неоднородностей

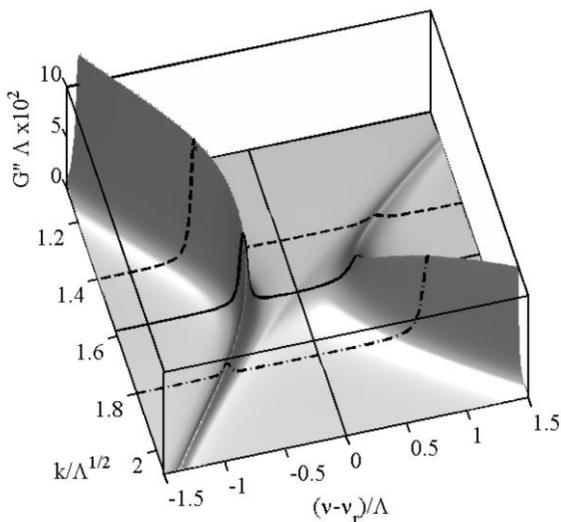
$$M^\pm(\nu, k) = -\frac{\Lambda^2}{4} \frac{u_\pm^{1+\gamma_2^2}}{c_\pm^2} S_{-\gamma_2^2, 1-\gamma_2^2}(u_\pm), \quad (9)$$



**Рис. 1.** Влияние 2D фазовых неоднородностей на функцию Грина  $G''(\nu)$  на границе первой зоны Бриллюэна SL.  $\kappa_2 = k_2 / \sqrt{\Lambda} = 1.5$ ,  $\nu_r / \Lambda = 2.5$ .

где  $S_{\mu,\nu}(u_{\pm})$  – функция Ломмеля,  $u_{\pm} = (e/Ck_2)c_{\pm}$ ,  $c_{\pm} = \sqrt{(k \mp q)^2 - \nu}$ . Показано, что эффект отсутствия затухания в первой зоне Бриллюэна SL и возникновение его во второй зоне, предсказанный в работе [1], имеет место при любой форме спада корреляционной функции 2D фазовых неоднородностей.

На рис. 1 показана динамическая восприимчивость  $G''(\nu)$  на границе первой зоны Бриллюэна SL при  $k = k_r = q/2$  для различных значений среднеквадратичных флуктуаций 2D фазовых неоднородностей  $\gamma_2$  при постоянном значении корреляционного волнового числа этих неоднородностей  $k_2$  ( $\kappa_2 = k_2 / \Lambda^{1/2} = 1.5$ ). Видно, что с ростом  $\gamma_2^2$  появляется и возрастает асимметрия в поведении низкочастотного и высокочастотного пиков на краях щели. На рис. 1 видно резкое уменьшение правого пика и его смещение к центру запрещенной зоны. К центру щели смещается и левый пик. Ширина левого пика при этом не меняется, так как она определяется только величиной затравочного затухания; амплитуда этого пика возрастает. Проведенное нами исследование показало, что имеется два режима поведения высокочастотного пика при возрастании  $\gamma_2^2$ , которые зависят от величины корреляционного волнового чис-



**Рис. 2.** Схематический вид функции Грина  $G''(\nu)$  в окрестности запрещенной зоны SL в присутствии 2D неоднородностей.

ла  $k_2$ . При малых значениях  $\kappa_2$  правый пик практически не смещается с ростом  $\gamma_2^2$ , когда происходит уменьшение его амплитуды и возрастание ширины. При  $\kappa_2 > 1$  с ростом  $\gamma_2^2$  происходит как уменьшение величины правого пика, так и его смещение к центру щели. Левый и правый пики сближаются и сливаются в один пик.

Исследовалась также динамическая восприимчивость для различных значений корреляционного волнового числа неоднородностей  $\kappa_2$  при постоянном значении  $\gamma_2^2$ . Показано, что эффект возрастания асимметрии величин пиков восприимчивости на краях запрещенной зоны имеет место и в этом случае. Показано, что кривые зависимостей  $G''(\nu)$ , для которых значения произведения  $\kappa_2 \gamma_2^2$  одинаковы, качественно соответствуют друг-другу. На первый взгляд, эта закономерность не является тривиальной, так как параметры  $\gamma_2^2$  и  $\kappa_2$  входят в выражение для массового оператора функции Грина (9) существенно различным образом:  $\gamma_2^2$  входит в индексы функции Ломмеля, а  $k_2$  – в аргумент.

На рис. 2 показан пространственный вид мнимой части функции Грина  $G''(\nu, k)$  в окрестности щели между первой и второй зонами Бриллюэна. Ко-

нечность амплитуды  $G''$  в первой зоне Бриллюэна обусловлена введением затравочного затухания  $\nu_r / \Lambda = 0.03$ . Из рис. 2 видно, что амплитуда  $G''(\nu, k)$  при данных параметрах ( $\gamma_2^2 k_2 / 2\Lambda^{1/2} = 0.1$ ) с ростом  $k$  в первой зоне Бриллюэна лишь незначительно уменьшается к краю зоны  $k = k_r$ . Во второй зоне амплитуда  $G''(\nu, k)$  при  $k = k_r$  значительно меньше, чем в первой зоне и возрастает с ростом  $k$ . Из рисунка видно, что эффект асимметрии максимумов функции Грина под действием 2D неоднородностей проявляется четко лишь при точной настройке волнового числа  $k$  на границу зоны Бриллюэна  $k_r$ . При  $k < k_r$  амплитуды пиков  $G''(\nu, k)$  сначала выравниваются, а затем амплитуда высокочастотного пика начинает превосходить амплитуду низкочастотного пика. При  $k > k_r$  эффект асимметрии увеличивается, но это явление уже не свидетельствует о наличии именно 2D фазовых неоднородностей: оно будет происходить для неоднородностей любой размерности.

Полученный в работе эффект асимметрии ширин и амплитуд пиков функции Грина, возникающий под действием 2D фазовых неоднородностей, удобнее обсудить, если использовать представление массового оператора функции Грина  $M(\nu, k)$  через спектральную плотность  $S(k)$ . В этом случае в приближении Бурре

$$M(\nu, \mathbf{k}) = \frac{\Lambda^2}{2} \int \frac{S(\mathbf{k} - \mathbf{k}_s)}{\nu - k_s^2} d\mathbf{k}_s. \quad (10)$$

В рассматриваемых здесь процессах рассеяния волн на неоднородностях должен выполняться закон сохранения энергии падающей и рассеянной волны, а закон сохранения импульса отсутствует. Тем не менее, на абсолютную величину импульса налагаются ограничения, следующие из закона сохранения энергии падающей и рассеянной волны и закона дисперсии рассеянной волны. В терминах частоты падающей волны  $\nu$  и волнового вектора рассеянной волны  $k_s$  закон сохранения энергии в элементарном процессе рассеяния соответствует полюсу на действительной оси  $k_s$  в подынтегральной функции выражения (10), определяющему затухание падающей волны.

Рассмотрим, какие ограничения на выполнение закона сохранения энергии налагает размерность неоднородностей. Для 3D неоднородностей интегрирование в выражении (10) проводится по всем направлениям и величинам вектора  $\mathbf{k}_s$ , следовательно, для любой частоты  $\nu$  закон сохранения имеет вид

$k_s^2 = \nu$ . Таким образом, на любой частоте  $\nu$  возникнет затухание, обусловленное рассеянием на неоднородностях. В случае 1D неоднородностей, то есть случайных смещений границ между слоями SL, случайная фаза  $u_1$  зависит только от координаты  $z$  и спектральная плотность в выражении (10) принимает вид

$$S(\mathbf{k} - \mathbf{k}_s) = S_1(k_z - k_{sz})\delta(k_x - k_{sx})\delta(k_y - k_{sy}). \quad (11)$$

Подставляя это выражение в (10) и интегрируя по  $k_{sx}$  и  $k_{sy}$ , получаем, что для волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ , закон сохранения энергии в элементарном процессе рассеяния принимает вид  $k_{sz}^2 = \nu$ . В таких процессах участвуют только волны, рассеянные либо вдоль направления падающей волны, либо в противоположном направлении. Однако, интегрирование в (10) проводится по всем величинам  $k_{sz}$ , что снова приводит к возможности выполнения соотношения  $k_{sz}^2 = \nu$  для любой частоты  $\nu$ .

Совершенно иная картина наблюдается в присутствии 2D неоднородностей. В этом случае для волны, распространяющейся вдоль оси  $z$ , спектральная плотность имеет вид

$$S(\mathbf{k} - \mathbf{k}_s) = \frac{1}{2}S_2(k_x - k_{sx}, k_y - k_{sy})[\delta(k_z - k_{sz} - q) + \delta(k_z - k_{sz} + q)]. \quad (12)$$

В окрестности правой границы 1-ой зоны Бриллюэна второй  $\delta$ -функцией в квадратных скобках можно пренебречь. Это соответствует двухволновому приближению, в котором  $M(\nu, \mathbf{k})$  после подстановки выражения (12) в (10) и интегрирования по  $k_{sz}$  принимает вид

$$M(\nu, \mathbf{k}) = \frac{\Lambda^2}{4} \int \frac{S_2(k_x - k_{sx}, k_y - k_{sy}) dk_{sx} dk_{sy}}{\nu - (k_z - q)^2 - (k_{sx}^2 + k_{sy}^2)}. \quad (13)$$

а закон сохранения энергии имеет вид  $k_{sx}^2 + k_{sy}^2 = \nu - (k_z - q)^2$ . Присутствие в энергетическом соотношении вектора обратной SL  $\mathbf{q}$  может свидетельствовать о том, что в этом случае мы имеем дело с одним из видов процессов переброса; точная идентификация типа процесса затруднительна ввиду отсутствия закона сохранения импульса. На границе зоны Бриллюэна при  $k_z = k_r = q/2$  закон сохранения энергии принимает вид

$$k_{sx}^2 + k_{sy}^2 = \nu - \nu_r. \quad (14)$$

где  $\nu_r \equiv k_r^2$  – частота, соответствующая центру запрещенной зоны в идеальной SL. Этот закон может быть выполнен только для частот  $\nu > \nu_r$ . Для частот  $\nu < \nu_r$  рассеяние волн запрещено. В частности, затухание будет возни-

кать в области правого пика невозмущенной функции Грина при  $\nu = \nu_r + \Lambda/2$  и будет отсутствовать в области левого пика, соответствующего  $\nu = \nu_r - \Lambda/2$ . Таким образом, резкая асимметрия затуханий для нижней и верхней ветви собственных частот и, соответственно, асимметрия ширин и амплитуд левого и правого пиков функции Грина при рассеянии волн на 2D фазовых неоднородностях, является прямым следствием закона сохранения энергии падающей и отраженной волны.

**Третья Глава** посвящена исследованию динамической восприимчивости другой периодической структуры – слоистой системы, которая более адекватна реальным структурам, при наличии в ней 2D фазовых неоднородностей. Показано, что эффект асимметрии пиков мнимой части функции Грина на границе первой зоны Бриллюэна, обусловленный 2D фазовыми неоднородностями, имеет место на всех нечетных границах зон Бриллюэна такой SL. Эти эффекты, первоначально обнаруженные на границе первой зоны Бриллюэна синусоидальной SL, объясняются, как и ранее, своеобразием законов сохранения энергии падающей и рассеянной волны в SL с 2D фазовыми неоднородностями. Показано, что с увеличением номера зоны Бриллюэна уменьшается значение относительных среднеквадратичных флуктуаций 2D фазовых неоднородностей, при котором происходит исчезновение пика на краю щели с большей частотой.

На основе предложенного в работе [3] описания SL с 1D и 3D неоднородностями, запишем функцию  $\rho(\mathbf{x})$  в виде бесконечного ряда

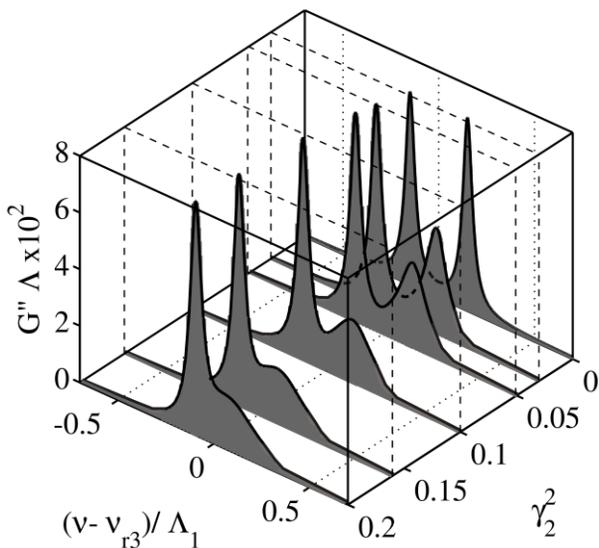
$$\rho(\mathbf{x}) = \frac{\pi}{4} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{2m+1} \cos\{(2m+1)[q(z - u_2(\mathbf{x}_\perp)) + \psi]\}. \quad (15)$$

Корреляционная функция  $K(\mathbf{r})$  SL с 2D фазовыми неоднородностями была представлена в виде

$$K(\mathbf{r}) = \sum_{m=0}^{\infty} \cos[(2m+1)qr_z] K_{2,m}(\mathbf{r}_\perp), \quad (16)$$

где убывающая часть  $K_{2,m}(\mathbf{r}_\perp)$  была аппроксимирована простой формулой, которая обобщает на случай многослойной системы моделирующее выражение для синусоидальной SL (5)

$$K_{2,m}(\mathbf{r}_\perp) = \frac{8}{\pi^2(2m+1)^2} \left( 1 + \frac{C^2}{e^2} k_2^2 r_\perp^2 \right)^{-(2m+1)^2 \gamma_2^2}. \quad (17)$$



**Рис. 3.** Влияние 2D фазовых неоднородностей на функцию Грина  $G''(\nu)$  на границе третьей зоны Бриллюэна сверхрешетки.  $\kappa_2 \approx 0.45$ ,  $\nu_{r1} / \Lambda = 20$ .

Было получено выражение для функции Грина на границах нечетных зон Бриллюэна ( $k = k_{rp} \equiv pq/2$ ,  $p = 1, 3, 5, \dots$ ).

Для SL с прямоугольным профилем модуляции при отсутствии неоднородностей ширины всех нечетных зон  $p$  пропорциональны  $\Lambda / p$ , т.е. определяются первой степенью  $\Lambda$ . Поэтому частотная зависимость динамической восприимчивости на границах всех нечетных зон может быть найдена в приближении Бурре. Результаты расчетов для мнимой части функции Грина на границе первой зоны Бриллюэна с большой точностью повторяют графики на рис. 1 при замене в последнем нормировки с  $\Lambda$  на  $\Lambda_1 = 2\sqrt{2}\Lambda / \pi$ . Такое соответствие обусловлено тем, что в разложении в ряд Фурье функции, описывающей идеальную SL с прямоугольным профилем, первая гармоника ( $m = 0$ ) с периодом  $l$  имеет наибольшую амплитуду, в результате чего основной вклад в  $G(\nu)$  на границе первой зоны Бриллюэна дает слагаемое близкое к функции Грина для синусоидальной SL.

На рис. 3, представлены результаты расчетов для мнимой части функции Грина на границе 3-й зоны Бриллюэна. Видно, что пик на краю запрещенной

зоны в спектре волн с меньшей частотой возрастает при росте среднеквадратичных флуктуаций 2D неоднородностей  $\gamma_2$ , при этом ширина пика не меняется, в то время как пик, отвечающий краю запрещенной зоны с большей частотой, расширяется и резко уменьшается по высоте. Оба пика смещаются к центру щели. Таким образом, качественно поведение пиков динамической восприимчивости на границах 1-й и 3-й зон Бриллюэна совпадает. Однако, на границе 3-й зоны правый пик исчезает при значительно меньшей величине  $\gamma_2$ . С ростом номера зоны этот эффект проявляется при все более малых значениях среднеквадратичных флуктуаций неоднородностей. Как и для синусоидальной SL, этот эффект является следствием особенностей закона сохранения энергии падающей и рассеянной волны характерных только для 2D неоднородностей.

***Четвертая Глава*** посвящена исследованию динамической восприимчивости и одномерной плотности состояний электромагнитных волн в изначально синусоидальной SL с одновременным присутствием 2D фазовых неоднородностей, моделирующих коррелированные шероховатости интерфейсов SL, и 3D амплитудных неоднородностей материала слоев SL. Показано, что эффект возрастания асимметрии величин пиков динамической восприимчивости на границе зоны Бриллюэна SL при увеличении среднеквадратичных флуктуаций 2D неоднородностей, проявляется также и в асимметрии формы функции плотности состояний. Показано, что 3D амплитудные неоднородности материала слоев SL для спиновых волн приводят к частичному подавлению эффекта асимметрии, а для электромагнитных волн – к постепенной смене асимметрии, обусловленной 2D фазовыми неоднородностями, асимметрией, вызываемой в этом случае 3D амплитудными неоднородностями.

Зависимость диэлектрической проницаемости SL от координат  $\varepsilon(\mathbf{x})$  представляется в виде

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = \varepsilon + \Delta\varepsilon_a \rho_a(\mathbf{x}) + \Delta\varepsilon_p \rho_p(\mathbf{x}), \quad (18)$$

где  $\varepsilon$  – средняя величина параметра,  $\Delta\varepsilon_a$  и  $\Delta\varepsilon_p$  – амплитудные и фазовые среднеквадратичные отклонения, соответственно. Была рассмотрена SL, имеющая синусоидальную зависимость диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$  от координаты  $z$  в исходном состоянии, когда случайные неоднородности отсутствуют. Функция  $\rho_p(\mathbf{x})$  представляется в форме (1).

Для электромагнитных волн в скалярном приближении волновое уравнение в SL может быть представлено в виде

$$\nabla^2 E + \nu \left[ 1 - (\Delta \varepsilon_a / \varepsilon) \rho_a(\mathbf{x}) - (\Delta \varepsilon_p / \varepsilon) \rho_p(\mathbf{x}) \right] E = 0, \quad (19)$$

где  $\nu = \varepsilon(\omega/c)^2$  и  $c$  – скорость света в вакууме. Образ Фурье усредненной функции Грина для уравнения (18) имеет следующий вид

$$G(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\nu - k^2 - M_a(\omega, \mathbf{k}) - M_p(\omega, \mathbf{k})}, \quad (20)$$

где  $M_a(\omega, \mathbf{k})$  и  $M_p(\omega, \mathbf{k})$  – массовые операторы соответственно амплитудных и фазовых неоднородностей, имеющие вид (8) с соответствующей заменой  $\Lambda$  на  $\sqrt{2\Delta\varepsilon(\omega/c)^2}$ . Массовый оператор  $M_a$  для случая 3D изотропных амплитудных неоднородностей в приближении Бурре был получен в работе [6]. Массовый оператор  $M_p$  для 2D фазовых неоднородностей представляется в виде суммы двух членов  $M_p(\omega, \mathbf{k}) = M_p^-(\omega, \mathbf{k}) + M_p^+(\omega, \mathbf{k})$ , которые имеют вид (9).

В случае электромагнитных волн функция Грина принимает вид

$$G(\omega, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left\{ \left[ 1 - \nu \gamma_{3a}^2 P_a - \frac{\nu}{2} \left( \frac{\Delta \varepsilon_p}{\varepsilon} \right)^2 (P_+ + P_-) \right] \nu - k^2 \right\}^{-1}, \quad (21)$$

где  $\gamma_{3a} = \Delta \varepsilon_a / \varepsilon$ , а  $P_a$ ,  $P_+$  и  $P_-$  – функции от  $\nu$  и  $k$ , описывающие влияние 3D амплитудных и 2D фазовых неоднородностей, соответственно

$$P_a = \frac{1}{(\sqrt{\nu} - ik_{3a})^2 - k^2}, \quad P_{\pm} = -\frac{1}{c_{\pm}^2} u_{\pm}^{1+\gamma_2^2} S_{-\gamma_2^2, 1-\gamma_2^2}(u_{\pm}). \quad (22)$$

Для электромагнитных волн, в отличие от спиновых волн, методы непосредственного измерения формы функции Грина не разработаны. Поэтому, кроме функции Грина, мы исследуем характеристику, которая может быть непосредственно вычислена из усредненной функции Грина и сопоставлена с результатами оптических экспериментов – одномерную плотность состояний [7]

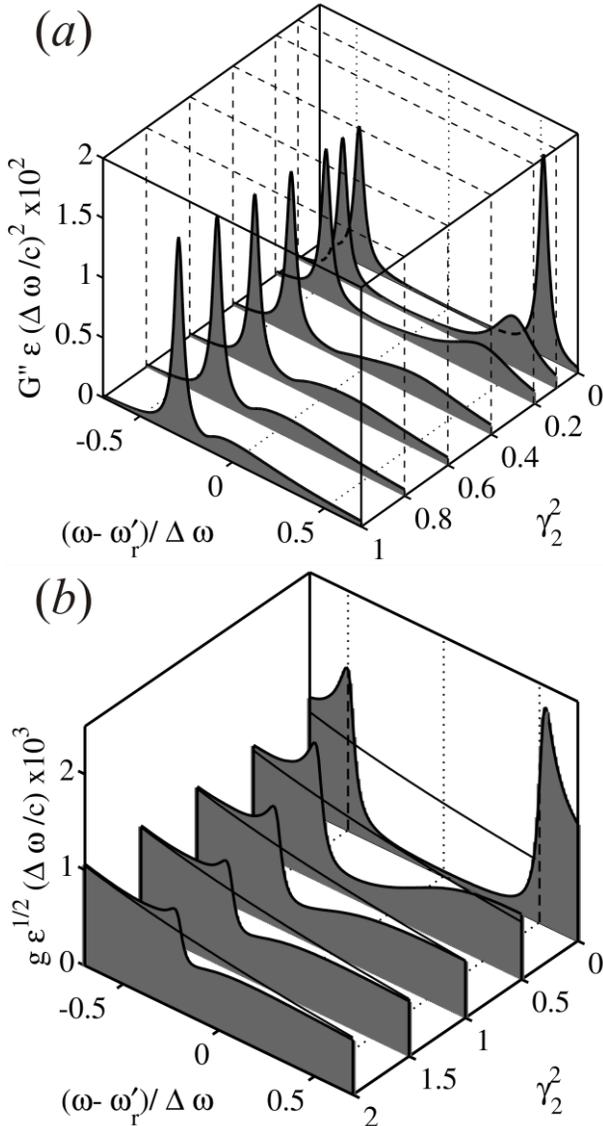
$$g(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^q G''(\omega, k) dk. \quad (23)$$

На рис. 4 показаны динамическая восприимчивость  $G''(\omega)$  (a) и плотность состояний (b) на границе первой зоны Бриллюэна при  $k = k_r = q/2$  для различных значений среднеквадратичных флуктуаций 2D фазовых неоднородностей  $\gamma_2$  при постоянном значении корреляционного волнового числа этих

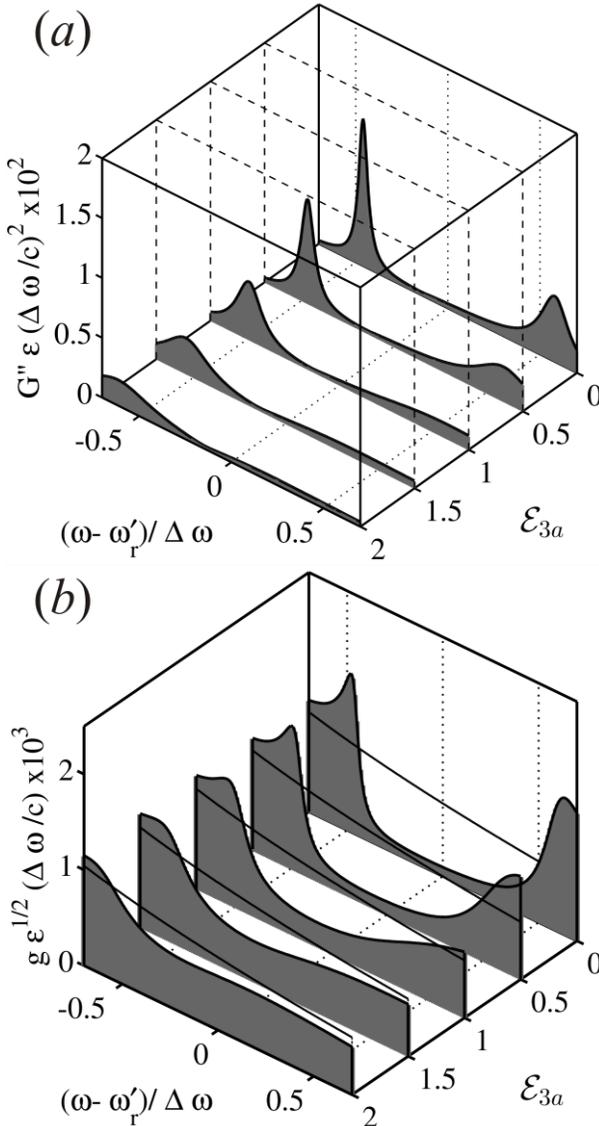
неоднородностей  $k_2$  ( $\kappa_2 = k_2 / \sqrt{\varepsilon}(\Delta\omega/c) = 1.5$ ). Видно, что первоначальная асимметрия пиков, которая характерна для электромагнитных волн в идеальной SL (правый пик больше левого), исчезает, как и для случая 1D и 3D неоднородностей, при очень малых значениях  $\gamma_2$ . С дальнейшим ростом  $\gamma_2$  появляется и возрастает такая же асимметрия в поведении низкочастотного и высокочастотного пиков на краях щели как и та, что была предсказана для спиновых волн во **второй Главе**: рост амплитуды левого пика и уменьшение амплитуды правого.

Из рис. 4b видно, как с ростом  $\gamma_2$  сужается и деформируется щель в плотности состояний. При этом на зависимости  $g(\omega)$  также проявляется эффект асимметрии: если левый край щели остается практически вертикальным при уменьшении ширины и глубины щели, то правый край приобретает наклонную форму. Как и для случая спиновых волн, асимметрия в поведении пиков возрастает не только с ростом  $\gamma_2$ , но и с ростом корреляционного волнового числа  $\kappa_2$ . Как и в случае спиновых волн, для различных, но не очень малых значений величин  $\kappa_2$  и  $\gamma_2^2$ , графики динамической восприимчивости, соответствующие одной и той же величине произведения  $\kappa_2\gamma_2^2$ , близки друг к другу как качественно, так и количественно.

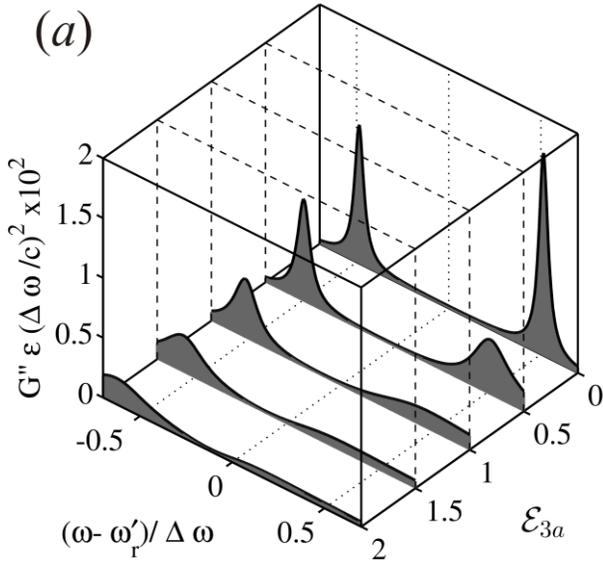
На рис. 5 показано влияние роста среднеквадратичной флуктуации 3D амплитудных неоднородностей на динамическую восприимчивость (a) и плотность состояний (b) SL, в которой присутствуют также 2D фазовые неоднородности. Величина этих флуктуаций характеризуется параметром  $\mathcal{E}_{3a} = \Delta\varepsilon_a / \Delta\varepsilon_p$ . Кривые при  $\mathcal{E}_{3a} = 0$  на обоих рисунках соответствуют отсутствию 3D неоднородностей и описывают эффект асимметрии, обусловленный 2D фазовыми неоднородностями с неизменными характеристиками ( $\gamma_2^2 = 0.51, \kappa_2 = 0.3$ ). Видно, что рост флуктуаций 3D неоднородностей  $\mathcal{E}_{3a}$  при постоянном значении корреляционного волнового числа этих неоднородностей  $k_{3a}$  ( $\kappa_{3a} = k_{3a} / \sqrt{\varepsilon}(\Delta\omega/c) = 1.0$ ), приводит к уменьшению амплитуды обоих пиков динамической восприимчивости и к уменьшению глубины щели в плотности состояний. Однако, эффект асимметрии по-прежнему четко проявляется как на динамической восприимчивости, так и на плотности состояний. Было также исследовано влияние 3D амплитудных неоднородностей на динамическую восприимчивость и плотность состояний электромагнитных волн в SL, в



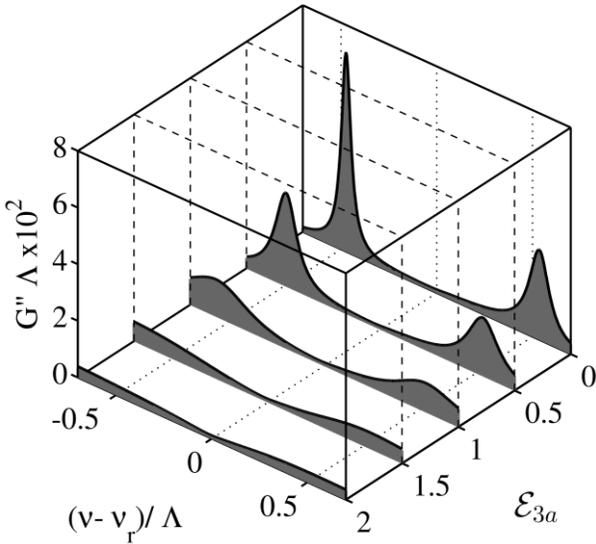
**Рис. 4.** Влияние 2D фазовых неоднородностей на функцию Грина  $G''(\omega)$  (a) и плотность состояний  $g(\omega)$  (b) электромагнитных волн в SL. Тонкая линия на рис. (b) соответствуют  $g(\omega)$  для однородной диэлектрической среды в отсутствии SL.  $\kappa_2 = k_2 / \sqrt{\epsilon}(\Delta\omega/c) = 1.5$ ;  $\omega_r / \Delta\omega = 2.5$ .



**Рис. 5.** Влияние 3D амплитудных неоднородностей на функцию Грина  $G''(\omega)$  (a) и плотность состояний  $g(\omega)$  (b) электромагнитных волн в SL, содержащей 2D фазовые неоднородности. Тонкая линия на рис. (b) соответствуют  $g(\omega)$  для однородной диэлектрической среды в отсутствии SL.  $\kappa_2 = 0.3$ ,  $\gamma_2^2 = 0.3$ ,  $\kappa_{3a} = k_{3a} / \sqrt{\epsilon}(\Delta\omega/c) = 0.3$ ;  $\omega_r / \Delta\omega = 2.5$ .



**Рис. 6.** Влияние 3D амплитудных неоднородностей на функцию Грина  $G''(\omega)$  электромагнитных волн в SL.  $\kappa_{3a} = k_{3a} / \sqrt{\epsilon}(\Delta\omega/c) = 0.3$ .



**Рис. 7.** Влияние 3D амплитудных неоднородностей на функцию Грина  $G''(\omega)$  спиновых волн в SL, содержащей 2D фазовые неоднородности.  $\kappa_2 = 0.3$ ,  $\gamma_2^2 = 0.51$ ,  $\kappa_{3a} = 1.0$ .

которой отсутствуют какие-либо другие неоднородности. Оказалось, что такие неоднородности сами по себе приводят к эффекту асимметрии как в амплитудах пиков восприимчивости, так и в форме плотности состояний. Однако, зависимость этой асимметрии от  $\gamma_2^2$  для 2D неоднородностей (рис. 4) и от  $\mathcal{E}_{3a}$  для амплитудных неоднородностей (рис. 6) существенно различна.

В связи с обнаруженным эффектом асимметрии, возникающим в спектральных характеристиках электромагнитных волн под действием только 3D амплитудных неоднородностей, было проведено исследование таких неоднородностей на динамическую восприимчивость спиновых волн. Было показано, что такие неоднородности приводят как к симметричному уменьшению по амплитуде, так и симметричному расширению пиков функции Грина. На рис. 7 показано влияние 3D амплитудных неоднородностей на динамическую восприимчивость спиновых волн в SL, содержащей 2D фазовые неоднородности с неизменными характеристиками. Видно, что увеличение среднеквадратичной флуктуации 3D неоднородностей, в отличие от случая электромагнитных волн (рис. 5), приводит к подавлению эффекта асимметрии, обусловленного 2D фазовыми неоднородностями.

Постановка целенаправленных экспериментов по обнаружению исследованных эффектов способствовала бы развитию радиоспектроскопических методов идентификации присутствия 2D неоднородностей в SL. Такие эксперименты желательно проводить комплексно с экспериментами по исследованию малоуглового рассеяния рентгеновского излучения на тех же образцах. При наличии 2D неоднородностей, радиоспектроскопическими методами будет наблюдаться появление дополнительного затухания во 2-ой зоне Бриллюэна SL, асимметрия пиков восприимчивости на границе зоны Бриллюэна SL, а методами малоуглового рассеяния – хорошо исследованные теоретически резонансные эффекты в диффузной области спектра рассеяния и характерное распределение полос интенсивности на плоскости  $k_x k_y$  волновых векторов.

### **Основные результаты работы:**

- 1) Предсказан эффект асимметрии амплитуд и ширин пиков динамической восприимчивости (функции Грина) на краях 1-ой запрещенной зоны спектра спиновых волн в синусоидальной сверхрешетке, возникающий под действием фазовых 2D неоднородностей, моделирующих случайные синфазные деформации интерфейсов сверхрешетки.
- 2) Показано, что этот эффект является прямым следствием особенностей закона сохранения энергии падающей и рассеянной волны, характерных только для фазовых 2D неоднородностей.
- 3) Показано, что эффект асимметрии возрастает как при увеличении среднеквадратичной флуктуации, так и корреляционного волнового числа фазовых 2D неоднородностей.
- 4) Показано, что эффект асимметрии амплитуд и ширин пиков динамической восприимчивости под действием 2D фазовых неоднородностей имеет место для всех нечетных запрещенных зон спектра спиновых волн в мультислойной структуре (сверхрешетке с прямоугольным профилем изменения материального параметра). С ростом номера зоны, этот эффект проявляется при все более малых значениях среднеквадратичных флуктуаций неоднородностей.
- 5) Для электромагнитных волн в оптических сверхрешетках рассчитано проявление эффекта асимметрии, обусловленного 2D фазовыми неоднородностями, как в амплитудах и ширинах пиков динамической восприимчивости, так и форме функции плотности состояний.
- 6) Показано, что 3D амплитудные неоднородности материала слоев сверхрешетки для спиновых волн приводят к частичному подавлению эффекта асимметрии, а для электромагнитных волн – к постепенной смене асимметрии, обусловленной 2D фазовыми неоднородностями, асимметрией, вызываемой в этом случае 3D амплитудными неоднородностями.
- 7) Обсуждены возможности и условия экспериментального наблюдения предсказанного эффекта асимметрии спектральных характеристик волн в сверхрешетках.

**Основные результаты диссертации опубликованы в работах:**

1. Игнатченко В.А., Маньков Ю.И., Цикалов Д.С. Высокочастотная восприимчивость сверхрешетки с двумерными неоднородностями. // ЖЭТФ. – 2008. – Т. 134., Вып. 4. – С. 706-715.
2. Маньков Ю.И., Цикалов Д.С. Высокочастотная восприимчивость многослойной ферромагнитной системы с двумерными неоднородностями. // ФТТ. – 2010. – Т. 52., Вып. 3. – С. 505-513.
3. Игнатченко В.А., Цикалов Д.С. Спектральные свойства волн в сверхрешетках с двух- и трехмерными неоднородностями. // ЖЭТФ. – 2011. – Т. 140., Вып. 2. – С. 268-281.
4. Ignatchenko V.A. and Tsikalov D.S. Combined effects of 2D and 3D inhomogeneities on the dynamic susceptibility of superlattices. // Solid State Phenomena. – 2011. – V. 168-169. – P. 97-100.

---

5. Ignatchenko V.A., Mankov Yu.I., and Tsikalov D.S. High-frequency susceptibility of superlattices with two-dimensional inhomogeneities. // Book of Abstracts. Moscow International Symposium on Magnetism (MISM-2008). – June 20-25. – 2008. – Moscow, Russia. – P. 113-114.
6. Маньков Ю.И., Цикалов Д.С. Высокочастотная восприимчивость слоистой структуры с двумерными неоднородностями. // Труды конференции. XXI Международная конференция «Новое в магнетизме и магнитных материалах» (НМММ-2009). – 28 июня - 4 июля. – 2009. – Москва. – С. 904-906.
7. Ignatchenko V.A. and Tsikalov D.S. Combined effects of 2D and 3D inhomogeneities on the dynamic susceptibility of superlattices. // Abstract Book. Euro-Asian Symposium «Trends in MAGnetism» Nanospintronics (EASTMAG-2010). – June 28 – July 2. – 2010. Ekaterinburg, Russia. – P. 327.

### Список цитируемой литературы

- [1] Ignatchenko V.A. and Mankov Yu.I. Spectrum of waves in stochastically modulated superlattices. // Phys. Rev. B. – 1997. – V. 56., N. 1. – P. 194-205.
- [2] Ignatchenko V.A., Maradudin A.A., and Pozdnaykov A.V. Spin-wave susceptibility of partially disordered multilayers. // Phys. Met. Metallogr. – 2001. – V. 91., N. 1 – P. 69-73.
- [3] Ignatchenko V.A., Mankov Yu.I., and Maradudin A.A. The spectrum and damping of waves in partially randomized multilayers. // J. Phys.: Condens. Matter. – 1999. – V. 11. – P. 2773-2790.
- [4] Holy V. and Baumbach T. Nonspecular x-ray reflection from rough multilayers. // Phys. Rev. B. – 1994. – V. 49., N. 15. – P. 10668-10676.
- [5] Bourret R.C. Propagation of randomly perturbed fields. // Nuovo Cimento. – 1962. – V. 26. – P. 1; Canad. J. Phys. – 1962. – V. 40. – P. 782-790.
- [6] Игнатченко В.А. , Исааков Р.С. Спиновые волны в случайно-неоднородной анизотропной среде. // ЖЭТФ. – 1977. – Т. 72.
- [7] Mäder K.A. and Wang L.-W. Electronic consequences of random layer-thickness fluctuations in AlAs/GaAs superlattices. // J. Appl. Phys. – 1995. – V. 78., N. 11. – P. 6639-6657.

Подписано в печать 10.01.2012.

Формат 60x84/16. Уч.-изд. л. 1.

Усл. печ. л. 1.5. Тираж 70. Заказ № 1.

Отпечатано в типографии Института физики СО РАН.

660036, Красноярск, Академгородок, ИФ СО РАН.