

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Сибирский федеральный университет»

На правах рукописи



Бурков Сергей Иванович

**Влияние внешних статических воздействий на распространение
упругих волн в пьезокристаллах и слоистых структурах**

специальность 01.04.03 – радиофизика

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант
док. физ-мат. наук, акад.

Александров К.С.

Красноярск - 2016

Оглавление

Введение	5
Глава 1. Нелинейные эффекты и условия распространения упругих волн в пьезокристаллах	21
1.1 Термодинамическое описание и уравнения состояния ацентричных кристаллов, подвергнутых влиянию внешних воздействий	21
1.2 Условия распространения объемных акустических волн в пьезокристаллах, подвергнутых внешним однородным воздействиям	28
1.2.1 Влияние внешнего электрического поля на условия распространения ОАВ	28
1.2.2 Влияние внешнего одноосного механического давления на условия распространения ОАВ	40
1.3 Условия распространения поверхностных акустических волн в пьезокристаллах, подвергнутых внешним однородным воздействиям	43
1.4 Область применения линейного приближения в теории влияния внешних статических воздействий на распространение упругих волн в пьезоэлектрических кристаллах	57
1.5 Выводы к Главе 1	62
Глава 2. Отражение и преломление объемных акустических волн в пьезоэлектриках при воздействии однородного электрического поля	64
2.1 Влияние внешнего электрического поля на условия распространения объемных акустических волн. Основные уравнения и граничные условия	64
2.2 Отражение и преломление упругих волн от границы раздела кристалл-вакуум	67
2.3 Отражение и преломление упругих волн от границы раздела пьезоэлектрических кристаллов	70
2.4 Выводы к Главе 2	72
Глава 3. Отражение и преломление объемных акустических волн в пьезоэлектриках при воздействии одноосного механического давления	73
3.1 Влияние одноосного механического давления на условия распространения объемных акустических волн в пьезокристаллах. Основные уравнения и граничные условия	73
3.2 Влияние одноосного механического давления на отражение и преломление упругих волн от границы раздела кристалл-вакуум	75
3.3 Выводы к Главе 3	79

Глава 4. Упругие волны в кристаллической пьезоэлектрической пластине, подвергнутой воздействию внешнего электрического поля.....	80
4.1 Условия распространения упругих волн в пьезопластине при воздействии однородного электрического поля. Основные уравнения и граничные условия.....	80
4.2 Дисперсионные зависимости мод волны Лэмба при воздействии однородного электрического поля на пьезопластину	81
4.3 Эффект взаимодействия мод волны Лэмба при воздействии внешнего электрического поля на пьезопластину	86
4.4 Анизотропия влияния внешнего электрического поля на распространение акустических волн в пьезоэлектрической пластине.....	89
4.5 Термостабильные направления распространения мод волны Лэмба в пластине кристалла лангасита.....	100
4.6 Выводы к Главе 4.....	108
Глава 5. Влияние внешнего электрического поля на условия распространения упругих волн в пьезоэлектрических слоистых структурах	110
5.1 Граничные условия распространения упругих волн в пьезоструктурах при воздействии внешнего электрического поля.....	110
5.2 Дисперсионные зависимости характеристик упругой волны в структуре «пьезоэлектрик - изотропная среда» при воздействии внешнего электрического поля	112
5.3 Анизотропия дисперсионных характеристик упругих волн в пьезоэлектрической слоистой структуре при воздействии внешнего электрического поля	117
5.4 Влияние внешнего электрического поля на трансформацию типов упругих волн в пьезоэлектрической слоистой структуре.....	120
5.5 Выводы к Главе 5.....	123
Глава 6. Влияние одноосного механического давления на условия распространения упругих волн в пьезоэлектрических структурах.....	125
6.1 Основные уравнения и граничные условия распространения упругих волн в пьезоструктурах при воздействии одноосного механического давления.....	125
6.2 Дисперсионные зависимости характеристик упругой волны в пьезоэлектрической слоистой структуре при воздействии одноосного механического давления	127

6.3 Влияние физической и геометрической нелинейности на характеристики упругих волн в слоистых пьезоэлектрических структурах при воздействии внешнего одноосного напряжения	138
6.4 Анизотропия распространения характеристик упругих волн в слоистой пьезоструктуре	145
6.5 Выводы к Главе 6.....	146
Глава 7. Численные методы и алгоритмы решения задач кристаллоакустики	148
7.1 Нормировка основных уравнений кристаллоакустики.....	148
7.2 Численные методы расчета характеристик упругой волны	150
7.3 Выводы к Главе 7.....	154
Заключение	155
Список основных публикаций по теме диссертации.....	159
Список сокращений и условных терминов.....	162
Список литературы	163
Приложение А.....	190
Приложение В.....	216
Приложение С.....	222
Приложение D.....	230
Приложение E.....	256

Введение

Задачи о распространении нормальных акустических волн в анизотропных средах и волн на поверхности изотропных твёрдых тел были аналитически решены в конце XIX века и имели сугубо фундаментальный характер. Применения пьезоэлектриков качественно изменили возможности экспериментаторов в части генерации и приёма ультра- и гиперзвука, а в 30-е гг. XX века изобретение пьезоэлектрических резонаторов на основе кристаллического кварца произвело своеобразную революцию в технике стабильной радиосвязи, а также в военнотехнических приложениях, например, для звуковидения и обнаружения подводных лодок. Тем самым были стимулированы исследования в области новых материалов и типов волн, которые были необходимы для высокостабильных узкополосных фильтров, линий задержки, генераторов, и привели к освоению всё более высоких частотных диапазонов вплоть до СВЧ. Поэтому, начиная с 60-х гг. XX века и к настоящему времени можно говорить о таких быстро развивающихся научно-технических областях, как пьезотехника и акустоэлектроника. Стоит упомянуть наиболее интересные и технически совершенные приборы и устройства последнего времени – акустические микроскопы, диагностический и хирургический ультразвук, вторичные стандарты частоты и времени, сверхчувствительные весы для измерений масс единичных молекул. Прогресс в пьезотехнике и акустоэлектронике всецело базируется на открытии новых материалов и физических эффектов, возникающих при возбуждении, распространении и взаимодействии акустических волн различных типов, в особенности, в низкоразмерных слоистых пьезоэлектрических структурах.

Развитие исследований нелинейных свойств твердых тел начиналось в 50-е годы и в значительной степени было обусловлено появлением устройств пьезотехники и акустоэлектроники. При этом наметились пути использования линейных и нелинейных эффектов в кристаллах для создания новых классов устройств и развития представлений о природе ангармонизма межатомных взаимодействий. Теоретические исследования и классификация нелинейных эффектов на основе равновесной термодинамики первоначально для centrosymmetричных сред были развиты в работах Трусделла [1, 2], Терстона [3, 133], Тупина [4]. Для пьезоэлектрических кристаллов аналогичная теория была разработана в работах Тиерстона [133, 136], Лямова [5, 135] и других [140 - 142], что позволило для отдельных кристаллов измерить полный набор компонент линейных и нелинейных материальных тензоров: упругих, пьезоэлектрических, диэлектрических и электрострикционных материальных постоянных кристалла [140, 144]. Интерес к изучению нелинейных свойств кристаллов и к измерению их нелинейных параметров главным образом стимулировался

практикой применения таких материалов. В устройстве, функции которого определяются только линейными свойствами материала, влияние нелинейности должно быть минимальным; напротив, существуют и потребности в материалах с максимально высокими значениями нелинейных параметров для создания устройств на нелинейных взаимодействиях акустических волн между собой или внешними полями (электрическими или механическими).

В 80-е годы двадцатого века появился целый ряд работ по исследованию влияния внешнего электрического поля на свойства объемных акустических волн в centrosимметричных [6, 161] и в пьезоэлектрических кристаллах [135, 140, 199], где, в частности, отмечалась линейная зависимость изменения фазовой скорости акустической волны от величины приложенного внешнего электрического поля. Влияние внешних воздействий, в частности, внешнего электрического поля, на свойства поверхностных акустических волн в пьезоэлектрике ниобате лития было рассмотрено в экспериментальных работах [201, 202], где показана линейная зависимость изменения фазовой скорости акустической волны от величины приложенного внешнего электрического поля, за исключением отдельных направлений в сегнетоэлектриках [7], связанных с сильным электрострикционным эффектом. Влияние внешнего электрического поля на свойства волны Блюстейна-Гуляева было рассмотрено в работах [8, 9]. Детальное исследование влияния внешнего электрического поля на характеристики упругих объемных и поверхностных волн в кристаллах со структурой силленита и ниобата лития было выполнено в рамках кандидатской диссертации автора [331]. К настоящему времени появился ряд перспективных кристаллов для устройств акустоэлектроники, в частности, кристалл лангасита, для которого был получен полный набор значений нелинейных материальных тензоров [145].

Задача отражения и преломления объемных акустических волн от границы раздела кристалл-вакуум или от границы раздела двух кристаллов была решена относительно давно [149, 216, 219]. На ее основании был создан класс устройств акустоэлектроники, в частности – полигональные ультразвуковые линии задержки [10]. В работах [217, 218] на основе формализма Стро [11], который был обобщен в случае пьезоэлектрических кристаллов в [12, 13, 14], была развита теория отражения акустоэлектрических волн от свободной и металлизированной границы в полубесконечной пьезоэлектрической среде. Получены явные аналитические выражения, описывающие общее решение задачи отражения – падающая объемная, поверхностная и отраженные объемные волны. Исследован также вариант резонансного отражения [220], когда тангенциальная составляющая волнового вектора падающей волны совпадает с волновым вектором поверхностной волны, в том числе и для варианта трехмерного ультразвукового пучка [15, 221], что послужило для развития устройств ультразвуковой спектроскопии и неразрушающего контроля (дефектоскопии) [16].

Устройства акустоэлектроники имеют конечные размеры, и актуальной проблемой становится учет отражения и преломления упругой волны от границы кристаллической пластины либо учет интерфейса двух пьезоэлектрических сред [17]. Как правило, подобные эффекты отражения упругой волны, в частности, от края пьезоэлектрической пластины либо слоистой структуры, являются паразитными и требующими принятия мер, чтобы падающая упругая волна отражалась без трансформации типа колебаний [18, 19, 20]. Проблема взаимодействия упругой волны Лэмба в пластине с ребрами устройства представляется важной, так как рабочий сигнал устройства, полученный с помощью датчиков, будет содержать также отраженные моды [21, 22]. Кроме того, становится проблемой и идентификации типа мод упругой волны [23, 24, 25].

Более сложная ситуация складывается в многослойных структурах, где необходимо учитывать и межслойный интерфейс, то есть границу между двумя кристаллическими слоями. В данном случае возможны как трансформация типа упругого колебания, так и возбуждения поверхностной волны при отражении объемной от межслойного интерфейса [26].

В настоящее время большая часть задач по обработке и формированию сигналов требует акустоэлектронных устройств, работающих в диапазоне частот от 1 ГГц до 20 ГГц, которые в основном реализуются на объемных акустических волнах [27]. В частности, это многочастотные составные акустические резонаторы (НВАР), состоящие из слоя пьезоэлектрика в обкладке из металлических электродов на кристаллической подложке [28, 29]. Составные акустические резонаторы обладают чрезвычайно высокой добротностью, но для оптимизации характеристик устройства необходим учет возможного отсутствия захвата энергии колебаний вследствие трансформации объемной волны в поверхностную при отражении от слоев резонатора [30, 31].

Таким образом, задачи отражения и преломления упругих волн и в настоящее время остаются актуальными. Однако работы, рассматривающие влияние внешнего электрического поля и/или механического напряжения на отражение и преломление объемных акустических волн, к моменту начала работы над материалами данной диссертации автору не известны.

К одному из основных типов поверхностных упругих колебаний относятся также упругие волны в кристаллических пластинах, толщина которых сравнима с длиной волны. Подобные дисперсионные волны делятся на три типа: волны Лэмба (симметричные S_n и антисимметричные A_n) и волны с поперечно-горизонтальной поляризацией (SH_n -волна). К настоящему времени свойства упругих волн Лэмба и SH -волн, распространяющихся в изотропных пластинах, изучены достаточно подробно, в частности, в работах [32, 33]. Данный тип ультразвуковых колебаний получил широкое применение в устройствах акустоэлектроники, например, в дефектоскопии [34, 35], что послужило для активизации

исследования свойств волн Лэмба в ряде кристаллов, в частности в пластинах кристалла сульфида кадмия [36, 37]. Также в работах [38–43] исследованы характеристики распространения нулевых мод акустической волны Лэмба и волны с поперечно - горизонтальной поляризацией (SH-волна) в пластинках пьезоэлектрических кристаллов LiNbO_3 , KNbO_3 и LiTaO_3 , где, в частности, было отмечено, что значения коэффициентов электромеханической связи (КЭМС) волн Лэмба и SH-волны могут быть существенно больше, чем для ПАВ в этих же кристаллах. Более высокая чувствительность изменения характеристик упругой волны Лэмба и SH-волны по сравнению с ПАВ, к изменению электрических граничных условий: массовая чувствительность [44, 45], проводимость металлизации поверхности либо проводящей жидкости (резисто-акустический эффект) и т.п. [46–51] послужила созданию целого класса акустоэлектронных устройств типа «электронный нос» [17, 52], включая многомодовые анализаторы жидкостей и тепловых процессов [53, 54, 55].

В последнее время одними из наиболее активно используемым устройств акустоэлектроники являются тонкослойные резонаторы на объемных акустических волнах (FBAR), которые обладают высокими значениями добротности, малым форм-фактором и могут работать в диапазоне частот 2-12 ГГц [27, 56]. Резонаторы подобного типа – это основа для разработки сенсоров физических и механических величин, а также биосенсоров, которые прежде всего востребованы в различных областях медицины, где чрезвычайную роль играет своевременная и точная постановка диагноза [57]. В настоящее время активно исследуются резонаторы на волнах Лэмба (LWR), первый коммерческий вариант которых реализован на симметричной моде S_0 волны Лэмба и был предложен в [58]. Подобные резонаторы обладают преимуществом по сравнению с FBAR [59, 60], во-первых - технологически совместимы с FBAR, во-вторых - низкие потери и низкий уровень шумов, чувствительность к массовой нагрузке и давлению, но практически с отсутствием паразитных колебаний [61, 62, 63]. Концептуальные исследования реализации резонаторов, использующих другие моды волн Лэмба и принципы «удержания» энергии резонанса, были представлены в работах [64, 65], но они требуют продолжения изучения закономерностей распространения дисперсионных волн Лэмба для повышения эффективности устройств и увеличения полосы пропускания.

Изучение влияния внешних статических воздействий на характеристики волны Лэмба в пьезоэлектрической пластине проводилось в работах [66, 67], где исследовалась перспективность использования волн Лэмба в качестве сенсоров напряжения внешнего электрического поля и управляемых линий задержки на основе пластин керамики ЦТЛС и в Y - срезе кристалла ниобата лития. Отмечено, что чувствительность устройства на волнах Лэмба лучше, чем на соответствующих устройствах, выполненных на волнах Рэлея. Влияние внешнего электрического поля на характеристики симметричных и антисимметричных волн

Лэмба теоретически исследовалось в работах [68, 69], Однако, данное исследование было выполнено в рамках теории возмущения без учета нелинейных материальных тензоров кристалла третьего порядка. Экспериментальное и теоретическое исследование влияния внешнего электрического поля на QSH-волну в тонкой пластине кристалла ниобата лития X, Y, Z- срезов выполнено в [70, 71], где отмечены перспективные направления распространения упругой волны для создания устройств обработки сигналов. Подробное исследование влияния внешнего электрического поля на характеристики фундаментальных (нулевых) мод волны Лэмба в тонких пластинах ниобата лития выполнено в работах [72, 73], где отмечена сильная дисперсионная зависимость скорости волны при воздействии электрического поля. Отмечено, что влияние внешнего электрического поля на скорость акустических волн в пластинах ниобата лития существенно зависит от частоты и для некоторых направлений распространения волн характер полевой зависимости скорости может быть изменен от линейной до квадратичной посредством изменения частоты акустической волны [74].

Создание перестраиваемого внешним электрическим полем высокочастотного акустического резонатора на пластине ниобата лития продемонстрировано в работах [75, 76]. В частности, продемонстрировано, что изменение центральной частоты составляет 12 кГц при центральной частоте 59 МГц, что в 16 раз больше чем для кварца в ST-срезе [77]. Также отмечено, что внешним постоянным электрическим полем возможно подавление паразитных колебаний в акустическом резонаторе [78, 79].

Однако, все исследования влияния внешнего электрического поля на характеристики упругих волн в пьезоэлектрической пластине в основном ограничивались кристаллом ниобата лития и только нулевыми модами упругой волны. Хотя потребность расширения возможностей управления параметрами акустоэлектронных устройств несомненна. Не менее актуальна в настоящее время проблема использования мод упругой волны более высокого порядка, которые зачастую обладают более высокими значениями коэффициентов электромеханической связи и более эффективным акустоэлектронным взаимодействием с внешним электрическим полем.

Распространение упругих волн в структурах типа «слой/подложка» (металлический, диэлектрический или пьезоэлектрический слой конечной толщины, нанесенный на полубесконечную подложку с различными свойствами) детально рассматривалось в [32, 80] и в настоящее время активно используется в разработке акустоэлектронных систем и устройств [81, ... 86]. Это связано в первую очередь с более простыми технологическими процессами и механической прочностью устройств по сравнению с устройствами на пластинах. В частности, разработаны образцы СВЧ акустоэлектронных устройств на основе алмазоподобных пленок, имеющих высокие скорости акустических волн, с нанесенными на них пьезоэлектрическими пленками (AlN или ZnO) [87, 88, 89, 90], в том числе и с учетом неидеального контакта

«слой/подложка» [91]. Однако в перечисленных работах в основном в качестве пьезоэлектрической среды рассматривались кристаллы тетрагональной либо гексагональной структуры. В работах [92, 93] было выполнено строгое решение задачи о существовании упругих волн в пьезоэлектрических би-пластинах. Также в [94] методом матрицы импеданса исследованы спектры упругой волны в анизотропной структуре «слой/подложка».

Устройства на упругой волне в слоистой структуре (волны Лява, рэлеевские моды) подходят для использования в датчиках для исследования свойств жидкостей с очень высокой чувствительностью благодаря концентрации акустической энергии в основном в пределах слоя. Вследствие чего подобная конструкция представляет собой уникальное сочетание между высокой чувствительностью к давлению (гравиметрические датчики) [95, 96], вязкости [97] и использованием тонкопленочной технологии [98, 99], совместимой с интегральной схемой.

С целью оптимизации акустоэлектронного устройства необходимо определять наилучшие направления распространения акустической волны и величину $h \times f$ для соответствующего рабочего частотного диапазона [100]. Для расширения функциональных возможностей акустоэлектронных устройств желательно иметь средства для динамического управления их характеристиками, что, несомненно, отражает актуальность данной задачи.

Исследование влияния внешних статических полей, особенно внешнего одноосного механического напряжения, на характеристики упругих волн, распространяющихся в слоистых структурах, в последнее время привлекает внимание разработчиков в связи с расширением области применения акустоэлектронных устройств, в частности, датчиков, фильтров и преобразователей частоты в промышленности и медицине [101, 102]. Например, пьезоэлектрические датчики широко используются для измерения давлений (до 100-200 МПа/В) с частотой от 40 кГц до 100 МГц [103]. Внутреннее механическое напряжение значительно модифицирует характеристики пьезоэлектрического устройства вследствие изменения материальных свойств кристалла. В работах [104, 105, 106] показано, что остаточное напряжение (до 48 МПа), возникающее при одноосном механическом давлении в сегнетоэлектрических тонких пленках, может значительно изменить контуры гистерезиса и электромеханические свойства пленки.

Механическое напряжение значительно меняет характеристики пьезоэлектрического устройства вследствие изменения как свойств самого материала, так и геометрических размеров образца [107...114]. Результаты изменений физических свойств кристалла под влиянием механического равномерного давления [115...120] использовались, чтобы стабилизировать частоту резонатора, особенно для температурной компенсации ухода частоты резонаторов на основе кристаллов лангасита и кварца [116]. В работе [121] проведен анализ изменения

скорости ПАВ, вызванного приложением радиальных сил и крутящего момента к резонатору на основе кристалла лангсита и кварца.

В ряде работ изучено влияние начального механического напряжения на распространение волн Лява в структурах вида «пьезоэлектрик/изотропная подложка» и «изотропный слой/пьезоэлектрическая подложка» [118, 122]. В работе [123] детально исследовано влияние одноосного давления на характеристики волн Лява в структуре, состоящей из трансверсально-изотропной пьезоэлектрической подложки и функционально градуируемой пленки. Отметим, что в качестве пьезоэлектрической среды также в основном изучаются гексагональные и тетрагональные кристаллы. Широкое применение исследование влияния механического напряжения на упругие волны в слоистой структуре нашло в дефектоскопии [124, 125], в частности, исследование начального или остаточного напряжения в материалах и сплавах [126, 127, 128].

Таким образом, изучение влияния внешних воздействий на распространение упругих волн в слоистых структурах востребовано и, несомненно, актуально. Однако в основном были рассмотрены изотропные среды или поперечно-изотропные срезы кристаллов, в которых влияние внешнего воздействия на характеристики упругой волны в слоистой структуре рассматривалось в рамках теории возмущений либо для учета пьезоэффекта использовался метод эквивалентных схем, в частности, формализм модифицированной модели KLM [129, 130, 131]. Следовательно, строгое термодинамическое описание распространения упругой волны в слоистой пьезоструктуре, подвергнутой воздействию внешнего электрического поля или механического напряжения, востребовано и актуально.

Затронутый круг проблем – исследования условий распространения упругих волн в пьезокристаллах и структурах в условиях внешних статических воздействий (электрического поля, механического одноосного давления), прежде всего, необходим для создания управляемых устройств акустоэлектроники либо коррекции их рабочих характеристик. Однако к моменту начала работы отсутствовало строгое термодинамическое описание процессов отражения и преломления ОАВ от границы раздела двух сред, и процессов распространения упругой волны в слоистой пьезоструктуре, подвергнутых внешнему воздействию. Таким образом, описание взаимосвязанных вышеназванных проблем представляет как теоретический интерес для понимания процессов, происходящих в конечно-деформированной пьезоэлектрической среде при распространении упругой волны, так и практический – для создания и оптимизации характеристик управляемых акустоэлектронных устройств.

К началу настоящей работы многие перспективные исследования в данных областях обычно ограничивались аналитическими решениями задач в относительно простых геометриях упруго-изотропных или высокосимметричных сред. Действительно, даже расчёт скоростей

распространения поверхностных волн Рэлея мог быть аналитически получен лишь для поверхности упруго-изотропного твёрдого тела. Начиная с 70-х гг. XX века благодаря развитию средств вычислительной техники и необходимых математических приложений появились возможности резкого расширения круга задач кристаллоакустики, которые могли быть решены только численными методами. Автор данной работы оказался непосредственно причастен к разработке новых компьютерных программ и реализации численных методов для целей акустоэлектроники и кристаллоакустики, благодаря чему были получены оригинальные результаты по исследованию анизотропии распространения ОАВ и ПАВ в ряде пьезоэлектриков в условиях конечных внешних воздействий; решены задачи отражения, преломления и трансформации акустических волн на границе раздела упругих твёрдых тел с произвольной симметрией; исследованы особенности распространения нормальных мод Лэмба и SH-волн в пьезоэлектрических пластинках; построена компьютерная модель для анализа основных параметров составного акустического резонатора на основе слоистой пьезоэлектрической структуры «Me1/AlN/Me2/(100) алмаз»; и т.п.

Таким образом, основной задачей данной работы было развитие теории распространения нормальных акустических волн в конечно-деформированной пьезоэлектрической среде с учетом наличия границ раздела, изучение особенностей распространения акустических волн в таких условиях, а также эффектов управления, взаимодействия, трансформации и т.п. мод упругих волн.

Целью диссертационной работы является комплексное исследование характеристик акустических волн в пьезокристаллах, в пьезоэлектрических пластинах, слоистых пьезоструктурах, подвергнутых внешнему воздействию статического электрического поля или одноосного механического напряжения.

В задачи исследований входит следующее:

1. Проанализировать влияние внешних статических воздействий (электрического поля и одноосного механического напряжения) на условия распространения объемных (ОАВ) и поверхностных (ПАВ) акустических волн в пьезокристаллах кубической и тригональной сингонии.
2. Рассмотреть особенности распространения ОАВ и ПАВ, возникающие вследствие изменения упругой симметрии при внешних статических воздействиях в окрестности акустической оси, а также характер трансформации акустических осей.
3. Теоретически исследовать влияние внешних статических воздействий (электрического поля и одноосного механического напряжения) на закономерности отражения и преломления ОАВ от границы раздела «кристалл-вакуум» и от границы раздела двух кристаллов.

4. Выполнить исследование особенностей распространения упругой волны в пьезокристаллической пластине, подвергнутой воздействию внешнего электрического поля. Сделать оценки возможного применения исследованных кристаллов в управляемых устройствах акустоэлектроники.

5. Выполнить теоретический анализ температурных зависимостей упругих волн в пластинах кристалла лангсита и оценить возможность термокомпенсации внешним электрическим полем.

6. Выполнить исследование влияния внешних статических воздействий (электрического поля и одноосного механического напряжения) на характеристики упругих волн, распространяющихся в слоистой пьезокристаллической структуре.

7. Рассмотреть особенности влияния внешнего статического воздействия на взаимодействие (гибридизацию) между модами упругой волны в пьезоэлектрической пластине либо в слоистой структуре.

Достоверность полученных в представленной диссертации теоретических результатов определяется корректностью постановки всех граничных условий, использованием точных вычислительных методов, а также количественным и качественным соответствием полученных в работе результатов экспериментальным данным других авторов.

Научная новизна и значимость полученных результатов.

В результате проведенных в диссертационной работе исследований получено:

1. Впервые получены энергетические соотношения, описывающие распространение объемных и поверхностных акустических волн в пьезокристаллах, подвергнутых влиянию внешних статических воздействий. Продемонстрирована трансформация типа упругих волн при статической деформации пьезоэлектрической среды. В частности, обнаружена трансформация особой объемной волны в волну Блюстейна-Гуляева при воздействии внешнего электрического поля на кристалл.

2. Исследовано влияние статических внешних воздействий на акустическую ось в пьезокристалле. Показано, что в окрестности точки вырождения (акустическая ось) изменение величины фазовой скорости ОАВ под внешними статическими воздействиями описывается с помощью разложения в ряд Пуанкаре по дробно-степенным значениям от величины воздействия.

3. Впервые исследовано влияние внешних статических воздействий (электрического поля и одноосного механического напряжения) на отражение и преломление ОАВ от границы раздела «кристалл-вакуум» и «кристалл-кристалл» при различных вариантах типа падающей волны. Продемонстрировано, что вследствие изменения эффективной симметрии кристалла при приложении внешних статических воздействий, особенно в окрестности акустических осей, может происходить трансформация типа отраженных и преломленных волн.

4. Проведен теоретический анализ изменения дисперсионных характеристик, как нулевых мод волн Лэмба, так и мод более высокого порядка, в пластинах кристаллов кубической и тригональной группы симметрии при различных вариантах приложения внешнего электрического поля.

5. Впервые продемонстрировано, что внешние статические воздействия вследствие изменения эффективной симметрии кристалла могут приводить как в пьезопластине, так и в слоистой пьезоструктуре к трансформации объёмной акустической волны в упругую волну поверхностного типа – в слабо дисперсионную поверхностную моду типа «Анисимкина-мл.».

6. Впервые выполнен анализ влияния внешнего электрического поля на взаимодействие (гибридизацию) мод акустической волны в пластине пьезокристалла и слоистой пьезоструктуре. Продemonстрирован механизм смены типа моды упругой волны при гибридации.

7. Впервые выполнено исследование анизотропии температурных зависимостей параметров мод волн Лэмба и мод SH-волны в пластинах кристалла лангасита.

8. Впервые выполнен анализ дисперсионной зависимости характеристик упругой волны, распространяющейся в слоистых пьезоэлектрических структурах « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавленый кварц», « $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавленый кварц» и «плавленый кварц/ LiNbO_3 », подвергнутых внешним статическим воздействиям (однородное электрическое поле, одноосное механическое давление).

9. Впервые выполнен анализ значимости вклада физической и геометрической нелинейности в изменение характеристик упругой волны вследствие внешнего механического напряжения.

Практическая значимость полученных результатов.

1. Выполнен анализ анизотропии характеристик распространения ОАВ и ПАВ: коэффициентов управляемости фазовых скоростей, векторов поляризации упругой волны, групповых скоростей и углов отклонения потока энергии от волновой нормали при различных вариантах приложения внешнего воздействия (электрического поля и механического давления) в кристаллах силикосилленита, ниобата лития, лангасита и алмаза, которые представляют особый интерес для создания устройств акустоэлектроники.

2. Выполнен детальный анализ изменения дисперсионных характеристик волн Лэмба и SH-волны в пластинах кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ и $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ при различных вариантах приложения внешнего электрического поля к пьезопластине. Указаны направления с максимальными и минимальными проявлениями влияния внешнего электрического поля на характеристики упругой волны. Представлена оценка создания управляемой линии задержки

сигнала, например ($\Delta t = \pm 3,85$ нс при $\Delta E = 1 \cdot 10^7$ В/м) на симметричной моде S_0 волны Лэмба в Х-срезе кристалла лангасита.

3. Выполнен теоретический анализ температурных зависимостей характеристик упругой волны в пластине кристалла лангасита в базовых и повернутых срезах. Отмечены наиболее перспективные направления распространения упругой волны с термостабильными свойствами в пластине кристалла лангасита. Выполнен анализ возможности компенсации температурных флуктуаций фазовых скоростей упругой волны приложением внешнего электрического поля, что может представлять особый интерес для создания высокостабильных устройств акустоэлектроники.

4. Выполнен анализ дисперсионной зависимости характеристик упругой волны при различных вариантах приложения внешнего электрического поля либо одноосного механического давления в пьезоэлектрических слоистых структурах « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавленый кварц», « $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавленый кварц», «плавленый кварц/ LiNbO_3 » и « AlN /алмаз». Отмечены наиболее перспективные срезы и направления распространения акустической волны для создания акустоэлектронных устройств, сочетающие существенное значение КЭМС, малую величину отклонения потока энергии (PFA) и значимые величины коэффициентов управляемости α_v . Продемонстрирована принципиальная возможность управлять распространением моды упругой волны в слоистой структуре по принципу «вкл/выкл» приложением внешнего электрического поля к структуре.

5. Выполнен анализ значимости вклада физической и геометрической нелинейности, вызванной приложением внешнего механического напряжения к слоистой пьезоструктуре в зависимости от варианта учета данного воздействия на слой, что важно при проектировании устройств пьезотехники.

6. Создан программный комплекс, состоящий из ряда программных продуктов, позволяющий рассчитать характеристики упругих волн различных типов (ОАВ, ПАВ Рэлея, Лява и Блюстейна-Гуляева, нормальных мод волны Лэмба) в монокристалле, в пластине пьезоэлектрика и многослойной пьезоэлектрической системе – как в случае «линейного» кристалла произвольной точечной группы симметрии, так и в подвергнутом воздействию однородного внешнего электрического поля и одноосного механического давления. Разработанные программы позволяют также решать задачи определения анизотропии параметров распространения волн, включая влияние анизотропии внешних воздействий.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту

1. Результаты теоретического исследования акустических свойств объемных и поверхностных акустических волн в пьезокристалле, подвергнутому внешнему статическому воздействию электрического поля или механического одноосного давления.

2. Эффект трансформации типа отраженных и преломленных акустических волн от границы раздела «кристалл-вакуум» и от границы раздела двух кристаллов при приложении внешнего статического воздействия.

3. Механизм смены типа моды упругой волны в пластине пьезокристалла в области взаимодействия (гибридизации) мод акустической волны при влиянии внешнего электрического поля на распространение волн Лэмба и SH-волны в пьезопластине.

4. Эффект трансформации объёмной волны в волну поверхностного типа вследствие воздействия внешнего электрического поля на слоистую пьезоструктуру.

5. Результаты расчета температурных зависимостей фазовых скоростей упругих волн в пластине кристалла лангасита.

6. Результаты теоретического исследования качественных и количественных изменений внешними статическими воздействиями (электрического поля и одноосного механического напряжения) эффективных электромеханических свойств и параметров распространения упругих волн в слоистой пьезоструктуре. Управление распространением моды упругой волны в слоистой пьезоструктуре по принципу «вкл/выкл» при воздействии внешнего электрического поля и соответствующим подбором материалов слоя и подложки.

7. Результаты исследования учета значимости вклада физической и геометрической нелинейности в изменение характеристик упругой волны, вызванной приложением внешнего механического напряжения к слоистой пьезоструктуре.

Личный вклад соискателя. Представленные в диссертации результаты получены впервые автором, под его руководством или при его непосредственном участии. Постановка задачи и обсуждение результатов проводилась совместно с научным консультантом акад. Александровым К.С., а также с проф. Сорокиным Б.П. Часть работы выполнена в соавторстве с Золотовой О.П., защитившей под руководством автора диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Работы, посвященные исследованию акустических свойств кристалла лангасита, были выполнены совместно с Турчиным П.П., который проводил экспериментальные исследования линейных и нелинейных свойств кристалла лангасита.

Апробация результатов диссертации. Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих научных конференциях и семинарах:

1. I и II Всесоюзная конференция «Реальная структура и свойства ацентричных кристаллов», Александров, 1990 г., 1995 г.;
2. III и IV международная конференция «Кристаллы: рост, свойства, реальная структура и применение», Александров, ВНИИСИМС, 1997 г., 1999 г.;
3. 1995 IEEE International Ultrasonics Symposium (Seattle, USA), November 7-10, 1995;

4. 1996 IEEE International Frequency Control Symposium (Honolulu, USA), June 5-7, 1996;
5. 2008 IEEE International Ultrasonics Symposium (Beijing, China), November 2-5, 2008;
6. 2010 IEEE International Ultrasonics Symposium (San Diego, California, USA), October 11-14, 2010;
7. IEEE Inter. Frequency Control & European Frequency and Time Forum (San Francisco, California, USA), May 1-5, 2011;
8. Конференция «Сессия научного совета РАН по акустике и XXIV Сессия Российского акустического общества», Саратов, 2011;
9. Конференция «Сессия научного совета РАН по акустике и XXV Сессия Российского акустического общества», Таганрог, 2012;
10. 2012 IEEE International Ultrasonics Symposium (Dresden, Germany), October 7-10, 2012;
11. Международный симпозиум «Физика кристаллов 2013». Москва, МИСиС, 29 октября – 02 ноября 2013 г.

Связь работы с научными темами. Работа выполнена на кафедре «Физики твердого тела и нанотехнологий» Сибирского федерального университета и частично при поддержке «Программы РФ по поддержке ведущих научных школ РФ» (грант НШ-1011.2008.2), (грант НШ-4645.2010.2), (грант НШ-4828.2012.2); ФЦП «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы» (гос. контракт № 16.513.12.3025); Государственного задания Министерства образования и науки РФ Сибирскому федеральному университету на выполнение НИР в 2014, 2015 годах (Задание № 3.2534.2014/К).

Публикация результатов. Список работ по теме диссертации включает 60 наименований, в том числе двухтомная коллективная монография, в которой автором написаны 2 и 10 Главы; 31 статья, из которых 22 опубликованы в рецензируемых журналах из списка ВАК либо индексируемых в базе Web of Science; 11 - материалы международных и всероссийских конференций и симпозиумов; 5 – тезисы международных и всероссийских конференций; 8 – Авторские Свидетельства на программные продукты. Список основных статей приведен в конце диссертации.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из Введения, 7-ми глав, Заключения, Списка литературы и приложения. Полный объем диссертации составляет 274 стр. текста, в том числе: рисунков - 101, таблиц - 9, библиографический список цитируемой литературы - 344 наименования.

Во введении приведен аналитический обзор литературы, посвященный современному состоянию проблемы. Обоснована актуальность выбранной темы диссертации, описана степень новизны и практической значимости полученных результатов работы.

В первой главе приведено термодинамическое описание деформированной пьезоэлектрической среды при распространении акустических волн в условиях внешних статических воздействий. Представлены уравнения состояния и уравнения движения пьезоэлектрической среды, подвергнутой влиянию однородных внешних статических воздействий. Записан явный вид модифицированных уравнений Грина-Кристоффеля и выполнен анализ влияния одноосного механического давления и электрического поля на анизотропию характеристик объемных и поверхностных акустических волн в кристаллах тригональной и кубической сингонии. Показано, что изменение электромеханических свойств кристалла внешними воздействиями подчиняется принципу симметрии Кюри. Проанализированы характерные особенности влияния внешних статических воздействий на поведение характеристик объемных акустических волн в окрестности акустических осей. Для совпадающих расчетных и экспериментальных ситуаций получено хорошее соответствие результатов.

Во второй главе на основе термодинамических уравнений состояния конечно-деформированной пьезоэлектрической среды, приведенных в первой главе, были записаны граничные условия отражения объемной акустической волны от границы раздела «кристалл – вакуум» и от границы раздела двух пьезоэлектрических кристаллов, подвергнутых воздействию внешнего электрического поля. Представлен анализ отражения ОАВ от границы раздела «кристалл–вакуум» на примере кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ и ниобата лития при различных вариантах типа падающей волны и приложения внешнего электрического поля. Выполнен расчет и анализ отражения и преломления объемных акустических волн от границы раздела двух кристаллических сред на примере «плавленый кварц - $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » и « LiNbO_3 - $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » при приложении внешнего электрического поля к структуре.

В третьей главе рассмотрены закономерности отражения и преломления объемных акустических волн от границы раздела при приложении одноосного механического давления. Приведены явные аналитические граничные условия и изложен анализ отражения ОАВ от границы раздела «кристалл–вакуум» на примере кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ при воздействии внешнего одноосного механического давления. Выполнен расчет и анализ отражения и преломления ОАВ от границы раздела двух кристаллических сред на примере «плавленый кварц - $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » и «ниобат лития - $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » при приложении внешнего одноосного механического давления к структуре. Продемонстрирована трансформация типа отраженных и преломленных акустических волн в окрестности акустической оси при внешнем статическом воздействии на кристалл.

В четвертой главе приведены основные уравнения и граничные условия, описывающие распространение упругой волны в пластине пьезоэлектрического кристалла, подвергнутого

воздействию внешнего электрического поля. Получены дисперсионные уравнения для волн Лэмба и SH-волны, распространяющихся вдоль направления [100] в кристаллах точечной группы симметрии 23, необходимые для расчета. Выполнен анализ изменения дисперсионных характеристик (коэффициентов управляемости, фазовой скорости, коэффициентов электромеханической связи) упругой волны в пластинах кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ и $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ при различных вариантах приложения внешнего электрического поля к пьезопластине. Отмечены направления распространения упругой волны, в которых значения коэффициента управляемости фазовых скоростей достигают экстремальных значений, а также представлена оценка возможности создания управляемой линии задержки.

Выполнен анализ влияния внешнего электрического поля на взаимодействие (гибридизацию) мод акустической волны в пластине пьезокристалла. Продемонстрировано, что характер гибридации акустической волны может проявляться и как снятие вырождения фазовых скоростей мод упругой, так и в области пространственно-временного синхронизма без непосредственного контакта фазовых скоростей акустических мод. Показан механизм смены типа колебаний взаимодействующих мод в области гибридации.

Исследованы температурные зависимости фазовых скоростей волн Лэмба и SH-волн в пластине кристалла лангасита во всех базовых плоскостях и в Z- повернутых, Y- повернутых срезах. Отмечены направления распространения упругой волны с нулевыми значениями коэффициентов температурной задержки и отличными от нуля значениями коэффициентов электромеханической связи. Выполнена оценка возможности термокомпенсации изменения фазовой скорости (частоты сигнала) приложением внешнего электрического поля к пластине кристалла.

В пятой главе приведены основные уравнения и граничные условия, описывающие распространение упругой волны в слоистой пьезоэлектрической структуре, подвергнутой воздействию внешнего электрического поля. Получены дисперсионные уравнения для мод Рэлея и Лява упругой волны в слоистой структуре «пьезоэлектрик в направлении [100] плоскости (001) группы симметрии 23 – плавный кварц» при воздействии внешнего электрического поля. Представлен анализ дисперсионной зависимости фазовых скоростей, угла потока энергии, коэффициентов электромеханической связи при различных вариантах приложения внешнего электрического поля в слоистых пьезоструктурах « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавный кварц» и « $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавный кварц».

Представлено исследование возможности создания управляемых устройств акустоэлектроники, показана принципиальная возможность управления распространением упругой волны по принципу «вкл/выкл».

Продemonстрирована трансформация объемной акустической волны в поверхностную недисперсионную упругую моду типа «Анисимкина-мл.» вследствие воздействия внешнего электрического поля на пьезоструктуру.

В шестой главе представлены основные уравнения и граничные условия, описывающие распространение акустических волн в пьезоэлектрических слоистых структурах в условиях действия однородного механического давления на структуру. Детально проанализирован дисперсионный характер акустических мод в пьезоэлектрических слоистых структурах « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавленый кварц», « $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавленый кварц», «плавленый кварц/ LiNbO_3 » и « AlN /алмаз» при воздействии внешнего механического напряжения. На примере слоистой структуры « AlN /алмаз» и « $\text{ZnO}/\text{Si}(001)$ » продемонстрировано хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных. Рассмотрена трансформация и взаимодействие (гибридизация) мод упругой волны на примере слоистой структуры « $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавленый кварц» при воздействии внешнего одноосного давления.

Выполнена оценка вклада физической и геометрической нелинейности в изменение характеристик упругой волны вследствие приложения внешнего механического напряжения к слоистой структуре, т.е. учет нелинейных материальных тензоров кристалла третьего порядка и статической деформации в слое либо учет только геометрической деформации слоя при воздействии механического напряжения на подложку. Продemonстрировано, что учет материальных тензоров кристалла третьего порядка может увеличивать значения коэффициентов управляемости фазовых скоростей, как правило, более чем на порядок даже в направлениях, где влияние механического напряжения минимально, либо практически полностью компенсировать геометрическую нелинейность образца.

В седьмой главе изложен метод нормировки уравнений состояния пьезоэлектрической среды, позволяющий принципиально увеличить точность вычислений характеристик упругой волны, распространяющейся в пьезокристалле. Представлен алгоритм вычислений характеристик упругой волны в пьезокристалле.

Глава 1. Нелинейные эффекты и условия распространения упругих волн в пьезокристаллах

1.1. Термодинамическое описание и уравнения состояния ацентричных кристаллов, подвергнутых влиянию внешних воздействий

Термодинамическое описание нелинейных эффектов, связанных с взаимодействием кристаллических твердых тел с полями внешних воздействий к настоящему времени развито достаточно детально. В частности, в работах [1, 132] рассматривалось термодинамическое описание нелинейных явлений в центросимметричных кристаллах в присутствии внешних электрических и магнитных полей. В этих работах были введены механические термодинамические сопряженные параметры: тензор термодинамических напряжений τ_{ij} и тензор деформации η_{ij} . Связь между тензорами термодинамических и внешними механическими напряжениями имеет вид [1, 132]:

$$\tau_{LM} = J X_{L,i} X_{M,j} \sigma_{ij}, \quad (1.1)$$

где

$$J = \lim_{\Delta V_0 \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta V}{\Delta V_0} \right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_1} \\ \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} \\ \frac{\partial x_1}{\partial X_3} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{vmatrix} = \frac{\rho_0}{\rho} \quad (1.2)$$

– якобиан перехода из недеформированной конфигурации X_L в деформированную x_i ; ρ и ρ_0 – плотность твердого тела в деформированном и недеформированном состояниях соответственно. Величины вида:

$$X_{L,i} \equiv \frac{\partial X_L}{\partial x_i}, \quad (1.3)$$

называются *градиентами деформации*. Запятая в нижнем индексе будет и в дальнейшем обозначать пространственную производную.

Выражение (1.1) обусловлено тем, что дифференциал работы, произведенной механическим напряжением, оказывается не равным свертке произведения компонент тензора механических напряжений σ_{ij} на компоненты тензора деформаций η_{ij} . Действительно, деформации определены относительно начального недеформированного состояния, а механические напряжения вычисляются на единицу площади деформированного тела. Сложный характер зависимости деформаций от напряжений в этом случае задается через градиенты статической деформации, определяющие вращение элемента объема, и, в общем

случае, неортогональное преобразование исходной системы координат. Конечные деформации меняют и физические свойства среды. Поэтому необходимо корректно учесть эффекты – следствия конечной статической деформации кристалла.

Основные положения термодинамики деформированных сред с включением электромагнитных взаимодействий рассмотрены в работах [133 – 139]. Для описания нелинейных эффектов взаимодействия кристалла с электромагнитным полем необходимо ввести так называемое материальное представление параметров электромагнитного поля – материальные векторы E_L , D_L , P_L напряженности электрического поля, электрической индукции и поляризации. Введенные материальные векторы E_L и D_L отличаются от E_i и D_i в пространственном описании и связаны соотношением [132]:

$$\begin{aligned} E_L &= \chi_{i,L} E_i, \\ D_L &= J X_{L,i} D_i. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Эти различия возникают вследствие общих закономерностей перехода из материального представления (Лагранжа) к пространственному (Эйлера).

Важным следствием материального представления параметров является тот факт, что указанные векторы в материальном представлении остаются неизменными при жестком вращении полей с телом [138]. Следовательно, любой термодинамический потенциал, полученный с помощью материальных представлений, будет вращательно-инвариантным.

В настоящее время для описания термоэлектродупругих взаимодействий в пьезоэлектрических кристаллах при различных условиях эксперимента применяют восемь термодинамических потенциалов, в которых учитывается существование трех основных полей – механических воздействий, электрического поля и температуры [135, 140]. Записанные с помощью термодинамических переменных в материальном представлении термодинамические потенциалы, их полные дифференциалы и первые производные представлены в таблице 1.1 [135]. Использование внутренней энергии U , так же как и упругой энтальпии H_1 , электрической энтальпии H_2 и энтальпии H , удобно для описания адиабатических процессов, например, распространения высокочастотных упругих волн в кристаллах. Напротив, свободную энергию F , упругий термодинамический потенциал G_1 , электрический термодинамический потенциал G_2 и термодинамический потенциал Гиббса G применяют для анализа изотермических процессов (например, статические и низкочастотные процессы в пьезоэлектриках).

Таблица 1.1. Инвариантные термодинамические потенциалы

№	Термодинамический потенциал	Полный дифференциал, первые производные
---	-----------------------------	---

п/п		
1	Внутренняя энергия $U = U(\eta_{AB}, D_L, S)$	$dU = \tau_{AB} d\eta_{AB} + E_L dD_L + T dS$ $\tau_{AB} = \left(\frac{\partial U}{\partial \eta_{AB}} \right)_{D,S} ; E_L = \left(\frac{\partial U}{\partial D_L} \right)_{\eta,S} ; T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{D,\eta}$
2	Упругая энтальпия $H_1 = H_1(\tau_{AB}, D_L, S)$	$dH_1 = -\eta_{AB} d\tau_{AB} + E_L dD_L + T dS$ $\eta_{AB} = - \left(\frac{\partial H_1}{\partial \tau_{AB}} \right)_{D,S} ; E_L = \left(\frac{\partial H_1}{\partial D_L} \right)_{\tau,S} ; T = \left(\frac{\partial H_1}{\partial S} \right)_{D,\tau}$
3	Электрическая энтальпия $H_2 = H_2(\eta_{AB}, E_L, S)$	$dH_2 = \tau_{AB} d\eta_{AB} - D_L dE_L + T dS$ $\tau_{AB} = \left(\frac{\partial H_2}{\partial \eta_{AB}} \right)_{E,S} ; D_L = - \left(\frac{\partial H_2}{\partial E_L} \right)_{\eta,S} ; T = \left(\frac{\partial H_2}{\partial S} \right)_{E,\eta}$
4	Энтальпия $H = H(\tau_{AB}, E_L, S)$	$dH = -\eta_{AB} d\tau_{AB} - D_L dE_L + T dS$ $\eta_{AB} = - \left(\frac{\partial H}{\partial \tau_{AB}} \right)_{E,S} ; D_L = - \left(\frac{\partial H}{\partial E_L} \right)_{\tau,S} ; T = \left(\frac{\partial H}{\partial S} \right)_{E,\tau}$
5	Свободная энергия $F = F(\eta_{AB}, D_L, T)$	$dF = \tau_{AB} d\eta_{AB} + E_L dD_L - S dT$ $\tau_{AB} = \left(\frac{\partial F}{\partial \eta_{AB}} \right)_{D,T} ; E_L = \left(\frac{\partial F}{\partial D_L} \right)_{\eta,T} ; S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{D,\eta}$
6	Упругий термодинамический потенциал $G_1 = G_1(\tau_{AB}, D_L, T)$	$dG_1 = -\eta_{AB} d\tau_{AB} + E_L dD_L - S dT$ $\eta_{AB} = - \left(\frac{\partial G_1}{\partial \tau_{AB}} \right)_{D,T} ; E_L = \left(\frac{\partial G_1}{\partial D_L} \right)_{\tau,T} ; S = - \left(\frac{\partial G_1}{\partial T} \right)_{D,\tau}$
7	Электрический термодинамический потенциал $G_2 = G_2(\eta_{AB}, E_L, T)$	$dG_2 = \tau_{AB} d\eta_{AB} - D_L dE_L - S dT$ $\tau_{AB} = \left(\frac{\partial G_2}{\partial \eta_{AB}} \right)_{E,T} ; D_L = - \left(\frac{\partial G_2}{\partial E_L} \right)_{\eta,T} ; S = - \left(\frac{\partial G_2}{\partial T} \right)_{E,\eta}$
8	Термодинамический потенциал $G = G(\tau_{AB}, E_L, T)$	$dG = -\eta_{AB} d\tau_{AB} - D_L dE_L - S dT$ $\eta_{AB} = - \left(\frac{\partial G}{\partial \tau_{AB}} \right)_{E,T} ; D_L = - \left(\frac{\partial G}{\partial E_L} \right)_{\tau,T} ; S = - \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_{E,\tau}$

С помощью известного термодинамического потенциала легко получить и уравнения состояния среды, представляющие собой первые производные термодинамического потенциала. Явный вид уравнений состояния для адиабатического случая был получен в [140] и приведен в таблице 1.2.

Таблица 1.2. Уравнения состояния для адиабатических условий опыта

№ п/п	Термодинамический потенциал
----------	-----------------------------

Уравнения состояния	
1	$U = U(\eta_{AB}, D_L, S)$ $\tau_{AB} = \left(C_{ABKL}^{D,S} + \frac{1}{2} C_{ABKLQR}^{D,S} \eta_{QR} - \frac{1}{2} h_{NABKL}^S D_N \right) \eta_{KL} - \left(h_{NAB}^S + \frac{1}{2} h_{NABKL}^S \eta_{KL} + \frac{1}{2} G_{NMAB}^S D_M \right) D_N$ $E_N = - \left(h_{NAB}^S + \frac{1}{2} h_{NABKL}^S \eta_{KL} + \frac{1}{2} G_{NMAB}^S D_M \right) \eta_{AB} + \left(\beta_{NM}^{\eta,S} - \frac{1}{2} G_{NMAB}^S \eta_{AB} + \frac{1}{2} \beta_{NMP}^{\eta,S} D_P \right) D_M$
2	$H_1 = H_1(\tau_{AB}, D_L, S)$ $\eta_{AB} = \left(S_{ABKL}^{D,S} + \frac{1}{2} S_{ABKLQR}^{D,S} \tau_{QR} + \frac{1}{2} g_{NABKL}^S D_N \right) \tau_{KL} + \left(g_{NAB}^S + \frac{1}{2} g_{NABKL}^S \tau_{KL} + \frac{1}{2} Q_{NMAB}^S D_M \right) D_N$ $E_N = - \left(g_{NAB}^S + \frac{1}{2} g_{NABKL}^S \tau_{KL} + \frac{1}{2} Q_{NMAB}^S D_M \right) \tau_{AB} + \left(\beta_{NM}^{\tau,S} - \frac{1}{2} Q_{NMAB}^S \tau_{AB} + \frac{1}{2} \beta_{NMP}^{\tau,S} D_P \right) D_M$
3	$H_2 = H_2(\eta_{AB}, E_L, S)$ $\tau_{AB} = \left(C_{ABKL}^{E,S} + \frac{1}{2} C_{ABKLQR}^{E,S} \eta_{QR} - \frac{1}{2} e_{NABKL}^S E_N \right) \eta_{KL} - \left(e_{NAB}^S + \frac{1}{2} e_{NABKL}^S \eta_{KL} + \frac{1}{2} H_{NMAB}^S E_M \right) E_N$ $D_N = \left(e_{NAB}^S + \frac{1}{2} e_{NABKL}^S \eta_{KL} + \frac{1}{2} H_{NMAB}^S E_M \right) \eta_{AB} + \left(\epsilon_{NM}^{\eta,S} + \frac{1}{2} H_{NMAB}^S \eta_{AB} + \frac{1}{2} \epsilon_{NMP}^{\eta,S} E_P \right) E_M$
4	$H = H(\tau_{AB}, E_L, S)$ $\eta_{AB} = \left(S_{ABKL}^{E,S} + \frac{1}{2} S_{ABKLQR}^{E,S} \tau_{QR} + \frac{1}{2} d_{NABKL}^S E_N \right) \tau_{KL} + \left(d_{NAB}^S + \frac{1}{2} d_{NABKL}^S \tau_{KL} + \frac{1}{2} R_{NMAB}^S E_M \right) E_N$ $D_N = \left(d_{NAB}^S + \frac{1}{2} d_{NABKL}^S \tau_{KL} + \frac{1}{2} R_{NMAB}^S E_M \right) \tau_{AB} + \left(\epsilon_{NM}^{\tau,S} + \frac{1}{2} R_{NMAB}^S \tau_{AB} + \frac{1}{2} \epsilon_{NMP}^{\tau,S} E_P \right) E_M$

Для описания распространения упругих волн в пьезоэлектрических кристаллах при внешних воздействиях целесообразно различать три состояния системы [140]: исходное недеформированное с координатами X_L , промежуточное (статически деформированное) с координатами ξ_i и настоящее текущее, которое возникает вследствие суперпозиции конечной статической и малой динамической деформации (с координатами x_i). Уравнения электроупругости могут быть записаны в любой из этих конфигураций, но наиболее целесообразным представляется путь отыскания решений в исходной системе координат. Уравнения движения упругой среды и уравнения Максвелла в исходной конфигурации запишутся в виде [141]:

$$\begin{aligned}
 \rho_0 \delta_{jP} \ddot{U}_P &= K_{Ri,R}, \\
 D_{L,L} &= 0, \\
 K_{Ri} &= P_{Ri} + M_{Ri}.
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

где P_{Rj} – механический и M_{Rj} – максвелловский тензоры напряжений Пиолы–Кирхгофа. Символ Кронекера δ_{jp} является оператором перевода вектора смещения из исходного в текущее положение и наоборот и требуется для последовательности в системе обозначений, в которой заглавные латинские индексы относятся к исходной, а строчные – к текущей системам координат.

Вектор смещения U_P материальной точки, связывающий исходное и текущее положения, определяется соотношением:

$$x_j = \delta_{ip}(X_p + U_p). \quad (1.6)$$

Переход от конфигурации x_i к ξ_α и от ξ_α к конфигурации начального состояния X_L для динамического $\tilde{U}_\beta(\xi_\alpha, t)$ и статического $\bar{U}_F(X_L)$ смещений можно записать [142]:

$$x_i = \delta_{i\beta} [\xi_\beta + \tilde{U}_\beta(\xi_\alpha, t)], \quad (1.7)$$

$$\xi_\alpha = \delta_{\alpha F} [X_F + \bar{U}_F(X_L)]. \quad (1.8)$$

Используя уравнение (1.8) и преобразование:

$$\tilde{U}_\beta(\xi, t) = \xi_{\beta, A}(X) \tilde{U}_A(X, t), \quad (1.9)$$

получим траекторию движения материальной точки, записанную в координатах исходного состояния:

$$x_i(X_F, t) = \delta_{iF}(X_F + \bar{U}_F) + \delta_{i\beta} \xi_{\beta, A} \tilde{U}_A(X_F, t), \quad (1.10)$$

при одновременном действии статических и динамических полей. В отсутствие статических возмущений $\xi_{\beta, A} = \delta_{\beta, A}$, $\bar{U}_F = 0$, и соотношение (1.10) переходит в (1.6). Для однородных статических деформаций градиенты деформации $\xi_{\beta, A} = \text{const}$ во всем объеме кристалла, тогда, используя определение тензора деформации:

$$\eta_{LM} = \frac{1}{2}(x_{j,L}x_{j,M} - \delta_{LM}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_L}{\partial X_M} + \frac{\partial U_M}{\partial X_L} + \frac{\partial U_K}{\partial X_L} \frac{\partial U_K}{\partial X_M}\right), \quad (1.11)$$

можно представить его в виде суммы статической и динамической частей:

$$\eta_{LM} = \bar{\eta}_{LM} + \tilde{\eta}_{LM}, \quad (1.12)$$

где

$$\bar{\eta}_{LM} = \frac{1}{2}(\bar{U}_{L,M} + \bar{U}_{M,L} + \bar{U}_{K,L} \bar{U}_{K,M}), \quad (1.13)$$

$$\tilde{\eta}_{LM} = \frac{1}{2}(\tilde{U}_{L,M} + \tilde{U}_{M,L}) + \bar{\eta}_{LG} \tilde{U}_{G,M} + \bar{\eta}_{MG} \tilde{U}_{G,L}. \quad (1.14)$$

Следует отметить, что с помощью членов вида $\bar{\eta}_{LG} \tilde{U}_{G,M}$ в выражении для динамической части тензора деформаций (1.14) учитываются все изменения в конфигурации анизотропной

сплошной среды, вызванные ее статической деформацией, и, в частности, изменения формы образца – растяжение и поворот элементарных линий, параллельных ребрам образца [140, 143]. Заметим, что таким образом все чисто геометрические (размерные) эффекты учитываются в (1.14) самосогласованно.

Аналогичным приемом представления термодинамических переменных в виде статической и динамической частей можно выделить динамическую часть уравнений состояния таблицы 1.2. При получении таких выражений было сделано предположение о достаточности учета в эффективных постоянных нелинейных членов, пропорциональных только первой степени величины внешнего воздействия и считались малыми члены, содержащие квадраты и произведения динамических величин термодинамических переменных таких, как $(\tilde{\eta})^2$, $(\tilde{\eta}\tilde{D})$, $(\tilde{D})^2$ и т.п. Динамические уравнения состояния приведены в таблице 1.3 [140, 143].

Таблица 1.3. Динамические и статические уравнения состояния и эффективные постоянные для адиабатических условий опыта

№ уравнений	Уравнения состояния	Эффективные постоянные
1	$\tilde{\tau}_{AB} = C_{ABCD}^* \tilde{\eta}_{CD} - h_{MAB}^* \tilde{D}_M$ $\tilde{E}_M = \beta_{MN}^* \tilde{D}_N - h_{MAB}^* \tilde{\eta}_{AB}$ $\bar{\tau}_{AB} = C_{ABCD}^D \bar{\eta}_{CD} - h_{MAB} \bar{D}_M$ $\bar{E}_M = \beta_{MN}^\eta \bar{D}_N - h_{MAB} \bar{\eta}_{AB}$	$C_{ABKL}^* = C_{ABKL}^D + C_{ABKLQR}^D \bar{\eta}_{QR} - h_{NABKL} \bar{D}_N$ $h_{NAB}^* = h_{NAB} + h_{NABKL} \bar{\eta}_{KL} + G_{NMAB} \bar{D}_M$ $\beta_{MN}^* = \beta_{MN}^\eta - G_{MNAB} \bar{\eta}_{AB} + \beta_{MNF}^\eta \bar{D}_F$
2	$\tilde{\eta}_{AB} = S_{ABCD}^* \tilde{\tau}_{CD} + g_{MAB}^* \tilde{D}_M$ $\tilde{E}_M = \beta_{MN}^* \tilde{D}_N - g_{MAB}^* \tilde{\tau}_{AB}$ $\bar{\eta}_{AB} = S_{ABCD}^D \bar{\tau}_{CD} + g_{MAB} \bar{D}_M$ $\bar{E}_M = \beta_{MN}^\tau \bar{D}_N - g_{MAB} \bar{\tau}_{AB}$	$S_{ABKL}^* = S_{ABKL}^D + S_{ABKLQR}^D \bar{\tau}_{QR} + g_{NABKL} \bar{D}_N$ $g_{NAB}^* = g_{NAB} + g_{NABKL} \bar{\tau}_{KL} + Q_{NMAB} \bar{D}_M$ $\beta_{NM}^* = \beta_{NM}^\tau - Q_{NMAB} \bar{\tau}_{AB} + \beta_{NMP}^\tau \bar{D}_P$
3	$\tilde{\tau}_{AB} = C_{ABCD}^* \tilde{\eta}_{CD} - e_{MAB}^* \tilde{E}_M$ $\tilde{D}_M = \varepsilon_{MN}^* \tilde{E}_N + e_{MAB}^* \tilde{\eta}_{AB}$ $\bar{\tau}_{AB} = C_{ABCD}^E \bar{\eta}_{CD} - e_{MAB} \bar{E}_M$ $\bar{D}_M = \varepsilon_{MN}^\eta \bar{E}_N + e_{MAB} \bar{\eta}_{AB}$	$C_{ABKL}^* = C_{ABKL}^E + C_{ABKLQR}^E \bar{\eta}_{QR} - e_{NABKL} \bar{E}_N$ $e_{NAB}^* = e_{NAB} + e_{NABKL} \bar{\eta}_{KL} + H_{NMAB} \bar{E}_M$ $\varepsilon_{NM}^* = \varepsilon_{NM}^\eta + H_{NMAB} \bar{\eta}_{AB} + \varepsilon_{NMP}^\eta \bar{E}_P$
4	$\tilde{\eta}_{AB} = S_{ABCD}^* \tilde{\tau}_{CD} + d_{MAB}^* \tilde{E}_M$ $\tilde{D}_M = \varepsilon_{MN}^* \tilde{E}_N + d_{MAB}^* \tilde{\tau}_{AB}$ $\bar{\eta}_{AB} = S_{ABCD}^E \bar{\tau}_{CD} + d_{MAB} \bar{E}_M$ $\bar{D}_M = \varepsilon_{MN}^\tau \bar{E}_N + d_{MAB} \bar{\tau}_{AB}$	$S_{ABKL}^* = S_{ABKL}^E + S_{ABKLQR}^E \bar{\tau}_{QR} + d_{NABKL} \bar{E}_N$ $d_{NAB}^* = d_{NAB} + d_{NABKL} \bar{\eta}_{KL} + R_{NMAB} \bar{E}_M$ $\varepsilon_{NM}^* = \varepsilon_{NM}^\tau + R_{NMAB} \bar{\tau}_{AB} + \varepsilon_{NMP}^\tau \bar{E}_P$

Представим входящие в (1.5) термодинамические переменные в виде суперпозиции статической и динамической частей:

$$\begin{aligned}
\bar{P}_{Lj,L} &= 0, \quad \bar{D}_{M,M} = 0, \\
\tilde{P}_{Lj,L} &= \rho_0 \delta_{i\beta} \xi_{\beta,F} \ddot{U}, \quad \tilde{D}_{M,M} = 0, \\
\bar{P}_{Lj} &= \delta_{i\beta} \xi_{\beta,M} \bar{\tau}_{LM}.
\end{aligned} \tag{1.15}$$

где

$$\tilde{P}_{Lj} = \delta_{j\beta} \xi_{\beta,M} \tilde{\tau}_{LM} + \delta_{j\beta} \xi_{\beta,F} \tilde{U}_{F,M} \bar{\tau}_{LM}, \tag{1.16}$$

При выводе уравнений (1.15), (1.16) предполагалось: внешнее статическое воздействие таково, что можно пренебречь влиянием максвелловских напряжений и электрострикционной деформацией среды, т.к. соответствующие механические напряжения, вызываемые пондеромоторными силами, должны быть пропорциональны квадрату электрического поля [140, 143, 144]. Как было продемонстрировано, в частности в работах [140, 143], уравнения (1.15)-(1.16) можно упростить. Если использовать условие $\det|\xi_{\beta,L}| \neq 0$, то волновые уравнения, описывающие распространение упругой волны малой амплитуды в однородно-деформированных средах с пьезоэффектом, могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned}
\rho_0 \ddot{U}_M &= \tilde{\tau}_{LM,L} + \tilde{U}_{M,AB} \bar{\tau}_{AB}, \\
D_{L,L} &= 0.
\end{aligned} \tag{1.17}$$

Для анализа распространения упругих волн в пьезоэлектрических кристаллах, в частности, при приложении статического однородного электрического поля $\bar{E}$ для механического свободного образца ($\bar{\tau}_{LM} = 0$), соотношение (1.14) можно записать в виде [140]:

$$\tilde{\eta}_{CD} = \frac{1}{2} (\tilde{U}_{C,D} + \tilde{U}_{D,C}) + \bar{\eta}_{CG} \tilde{U}_{G,D} + \bar{\eta}_{DG} \tilde{U}_{G,C} = \tilde{U}_{C,D} + 2\bar{\eta}_{GC} \tilde{U}_{G,D} = \bar{C}_{GC} \tilde{U}_{G,D}, \tag{1.18}$$

где

$$\bar{C}_{GC} = \delta_{GC} + 2\bar{\eta}_{GC} = \xi_{\alpha,G} \xi_{\alpha,C} \tag{1.19}$$

- тензор статических деформаций Грина, который часто применяют при анализе конечных деформаций. Здесь $\xi_{\alpha,G} = \partial \xi_{\alpha} / \partial X_G$ – градиенты деформации из исходной в промежуточную конфигурацию деформированной упругой среды. При записи (1.18) последовательно использована симметричность полевых тензоров. Для статической деформации, которая возникает вследствие (линейного) обратного пьезоэлектрического эффекта, имеет место соотношение:

$$\bar{\eta}_{AB} = d_{MAB} \bar{E}_M. \tag{1.20}$$

При учете влияния одноосного механического давления для статической деформации уравнение (1.20) примет вид [143]:

$$\bar{\eta}_{AB} = S_{ABCD}^E \bar{\tau}_{CD}. \tag{1.21}$$

Дальнейшее рассмотрение условий распространения упругих волн малой амплитуды в статически деформированных внешним воздействием пьезоэлектрических средах целесообразно проводить для конкретных типов упругих волн.

1.2. Условия распространения объемных акустических волн в пьезокристаллах, подвергнутых внешним однородным воздействиям

1.2.1. Влияние внешнего электрического поля на условия распространения ОАВ

Распространение объемных акустических волн (ОАВ) в пьезоэлектрических кристаллах при приложении внешнего электрического поля $\bar{E}$ будем рассматривать на основе полученных выше уравнений электроупругости (1.17), которые при условии свободных границ кристалла ($\tau_{LM} = 0$) могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned}\rho_0 \ddot{\tilde{U}}_A &= \tilde{\tau}_{AB,B}, \\ \tilde{D}_{M,M} &= 0.\end{aligned}\tag{1.22}$$

Уравнения состояния пьезоэлектрической среды для электрической энтальпии (таблица 1.3) при распространении высокочастотных упругих волн и адиабатических условий имеют вид [143]:

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}_{AB} &= C_{ABCD}^* \tilde{\eta}_{CD} - e_{MAB}^* \tilde{E}_M, \\ \tilde{D}_M &= \varepsilon_{MN}^* \tilde{E}_N + e_{MAB}^* \tilde{\eta}_{AB},\end{aligned}\tag{1.23}$$

где эффективные константы

$$\begin{aligned}C_{ABKL}^* &= C_{ABKL}^E + C_{ABKLQR}^E \bar{\eta}_{QR} - e_{NABKL} \bar{E}_N, \\ e_{NAB}^* &= e_{NAB} + e_{NABKL} \bar{\eta}_{KL} + H_{NMAB} \bar{E}_M, \\ \varepsilon_{NM}^* &= \varepsilon_{NM}^\eta + H_{NMAB} \bar{\eta}_{AB} + \varepsilon_{NMP}^\eta \bar{E}_P.\end{aligned}\tag{1.24}$$

Подставим (1.20) в уравнения состояния (1.23), запишем динамические уравнения состояния в явном виде:

$$\begin{aligned}\tilde{\tau}_{AB} &= [C_{ABGD}^E + (C_{ABGDQR}^E d_{NQR} - e_{NABGD} + 2d_{NGC} C_{ABCD}^E) \bar{E}_N] \tilde{U}_{G,D} - \\ &- [e_{NAB} + (e_{NABKL} d_{MKL} + H_{NMAB}) \bar{E}_M] \tilde{E}_N, \\ \tilde{D}_M &= [\varepsilon_{NM}^\eta + (H_{NMAB} d_{PAB} + \varepsilon_{NMP}^\eta) \bar{E}_P] \tilde{E}_N + \\ &+ [e_{NAB} + (e_{MABKL} d_{NKL} + H_{NMAB} + 2d_{NAC} e_{MCB}) \bar{E}_N] \tilde{U}_{A,B}.\end{aligned}\tag{1.25}$$

Подставим в уравнения (1.22), соотношения (1.25), а также решения для динамических упругих смещений и электрического поля в виде плоских монохроматических волн малой амплитуды:

$$\begin{aligned}\tilde{U}_L(t) &= \tilde{U}_L^0 \exp \left[i\omega \left(t - \frac{N_P X_P}{v} \right) \right], \\ \tilde{E}_L(t) &= \tilde{E}_L^0 \exp \left[i\omega \left(t - \frac{N_P X_P}{v} \right) \right],\end{aligned}\tag{1.26}$$

где N_P - единичный вектор волновой нормали в исходной конфигурации, v - модуль фазовой скорости объемной акустической волны и ω - ее циклическая частота. После очевидных преобразований получим модифицированные уравнения Грина-Кристоффеля для упругих волн малой амплитуды в однородно деформированной среде, записанные в координатах начального состояния:

$$\left[\Gamma_{BC}(\bar{E}) - \rho_0 v^2 \delta_{BC} \right] \tilde{U}_B = 0.\tag{1.27}$$

Компоненты тензора Грина-Кристоффеля $\Gamma_{BC}(\bar{E})$ являются функциями статического электрического поля:

$$\Gamma_{BC}(\bar{E}) = \bar{C}_{FC} \left(C_{ABFD}^* + \frac{e_{MFD}^* e_{SAB}^* N_M N_S}{\varepsilon_{PQ}^* N_P N_Q} \right) N_A N_D.\tag{1.28}$$

При описании влияния электрического поля на свойства и распространение акустических волн в «линейных» пьезоэлектриках достаточно оставить в (1.28) только члены, пропорциональные первой степени $\bar{E}$. В этом случае тензор Грина-Кристоффеля приобретает вид:

$$\Gamma_{BC}(\bar{E}) = \Gamma_{BC}^{упр}(\bar{E}) + \frac{e_B^I(\bar{E}) e_C^{II}(\bar{E})}{\varepsilon^*(\bar{E})},\tag{1.29}$$

где

$$\Gamma_{BC}^{упр}(\bar{E}) = C_{ABCD}^E N_A N_D + (C_{ABCDQR}^E d_{NQR} - e_{NABCD} + 2d_{NFC} C_{ABFD}^E) N_A N_D M_J \bar{E},\tag{1.30}$$

$$e_B^I = [e_{PAB} + (e_{JABKL} d_{PKL} + H_{PJAB}) M_J \bar{E}] N_P N_A,\tag{1.31}$$

$$e_C^{II} = e_C^I + 2d_{JMC} e_{PAM} N_P N_A M_J \bar{E},\tag{1.32}$$

$$\varepsilon^* = [\varepsilon_{PQ}^\eta + (H_{PQAB} d_{JAB} + \varepsilon_{PQJ}^\eta) M_J \bar{E}] N_P N_Q.\tag{1.33}$$

В (1.30)-(1.33) e_B^I и e_C^{II} - векторы пьезоэлектрического эффекта, ε^* - эффективная диэлектрическая проницаемость в данном направлении при выбранной ориентации электрического поля, C_{ABCD}^E , C_{ABCDQR}^E , e_{NAB} , e_{NABCD} , d_{NFC} , ε_{PQ} , ε_{PQJ} , H_{PQAB} - линейные и нелинейные упругие, пьезоэлектрические, диэлектрические и электрострикционные материальные тензоры, M_J - единичный вектор ориентации $\bar{E}$.

Уравнения (1.29)-(1.33) записаны в координатах исходного недеформированного состояния системы, что значительно облегчает интерпретацию результатов. В общем случае

модифицированный тензор Грина-Кристоффеля (1.29) не симметричен, кроме некоторых высокосимметричных направлений распространения ОАВ в кристалле, что с физической точки зрения обусловлено конечной деформацией кристалла в электрическом поле $\bar{E}$ за счет обратного пьезоэффекта.

Для количественной оценки изменения фазовых скоростей ОАВ полем $\bar{E}$ удобно использовать коэффициенты управления скоростью ОАВ электрическим полем:

$$\alpha_{v_i}^E = \frac{1}{v_i(0)} \left(\frac{\Delta v_i}{\Delta \bar{E}} \right)_{\Delta \bar{E} \rightarrow 0}. \quad (1.34)$$

Важными характеристиками любого волнового процесса являются поток энергии, скорость и направление переноса энергии. Умножая волновые уравнения (1.22), описывающие распространение волн малой амплитуды в однородно деформированных средах, на $\bar{C}_{AK} \frac{\partial \tilde{U}_K}{\partial t}$ с учетом преобразования (1.9), после суммирования по А получим [145]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{\partial \tilde{U}_A}{\partial t} \right)^2 \bar{C}_{AK} \delta_{AK} + \frac{1}{2} C_{ABCD}^* \tilde{\eta}_{AB} \tilde{\eta}_{CD} + \epsilon_{MN}^* \left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial X_M} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial X_N} \right) \right] = \\ & = \frac{\partial}{\partial X_B} \left(\frac{\partial \tilde{U}_K}{\partial t} \tilde{\tau}_{AB} \bar{C}_{AK} - \tilde{\phi} \frac{\partial \tilde{D}_B}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (1.35)$$

Вводя обозначения плотности энергии

$$W = \frac{1}{2} \rho_0 \tilde{U}_A \tilde{U}_K \bar{C}_{AK} + \frac{1}{2} C_{ABCD}^* \tilde{\eta}_{AB} \tilde{\eta}_{CD} + \epsilon_{MN}^* \left(\frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial X_M} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial X_N} \right) \quad (1.36)$$

и вектора плотности энергии

$$P_B = P_B^{\text{упр}} + P_B^{\text{эл}} = - \frac{\partial \tilde{U}_K}{\partial t} \tilde{\tau}_{AB} \bar{C}_{AK} + \tilde{\phi} \frac{\partial \tilde{D}_B}{\partial t}, \quad (1.37)$$

соотношение (1.35) можно представить в виде уравнения баланса энергии в дифференциальной форме [146]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div} \bar{P} = 0. \quad (1.38)$$

По определению, лучевая (групповая) скорость акустической волны есть отношение среднего по времени вектора плотности потока энергии к средней по времени плотности энергии:

$$s_B = \frac{\bar{P}_B}{\bar{W}}. \quad (1.39)$$

Подставляя в (1.36) выражения для смещений и электрического потенциала в виде плоских волн вида (1.26), получим:

$$\begin{aligned} \bar{W} = & \frac{1}{4} \rho_0 \omega^2 \tilde{U}_A^0 \tilde{U}_K^0 \bar{C}_{AK} + \frac{1}{4} \frac{\omega^2}{v} C_{ABCD}^* \tilde{U}_K^0 \tilde{U}_L^0 N_A N_C \bar{C}_{KB} \bar{C}_{LD} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{v} \left(\frac{e_{MAB}^* N_M N_A e_{PCD}^* N_P N_C \tilde{U}_K^0 \tilde{U}_L^0 \bar{C}_{KB} \bar{C}_{LD}}{\epsilon_{MN}^* N_M N_N} \right), \end{aligned} \quad (1.40)$$

Учтем, что согласно (1.28), выполняется соотношение:

$$\rho_0 v^2 \tilde{U}_C \tilde{U}_K \bar{C}_{KC} = \left[\left(C_{ABFD}^* + \frac{e_{MFD}^* e_{SAB}^* N_M N_S}{\epsilon_{PQ}^* N_Q N_P} \right) N_A N_D \right] \tilde{U}_B \bar{C}_{FC} \tilde{U}_K \bar{C}_{KC}. \quad (1.41)$$

т.е. средняя плотность энергии волн равна удвоенному значению средней плотности кинетической энергии либо средней плотности удвоенной потенциальной энергии (теорема вириала) [147]. Следовательно:

$$\bar{W} = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 \tilde{U}_K^0 \tilde{U}_C^0 \bar{C}_{KC} = 2\bar{W}_{\text{кин}}, \quad (1.42)$$

Аналогичным образом находим значения вектора плотности потока энергии (1.37). Подставляя в (1.39) решения в виде плоских волн, получим выражение для лучевой скорости в пьезоэлектриках при воздействии постоянного электрического поля [148]:

$$\begin{aligned} s_B = & \frac{1}{\rho_0 v} \left[C_{ABCD}^* N_C + \frac{(e_{PAB}^* + e_{ABP}^*) N_P e_{QDL}^* N_Q N_L}{\epsilon_{IJ}^* N_I N_J} - \right. \\ & \left. - \frac{\epsilon_{AS}^* N_S (e_{EFD}^* N_E N_F) (e_{MNB}^* N_M N_N)}{(\epsilon_{IJ}^* N_I N_J)^2} \right] \bar{C}_{GD} \tilde{U}_B^0 \tilde{U}_G^0. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Оставляя только члены, линейные по $\bar{E}$, можно записать:

$$s_B = \frac{1}{\rho_0 v} \left[C'_A + \frac{(e'_A \hat{e})}{\epsilon^*} - \frac{\hat{e} e^* \epsilon_{AS}^* N_S}{(\epsilon^*)^2} \right], \quad (1.44)$$

где

$$\begin{aligned} C'_A = & (C_{ABCD}^* \tilde{U}_D^0 + 2d_{JGD} C_{ABCD}^E \tilde{U}_G^0 M_J \bar{E}) N_C \tilde{U}_B^0, \\ e'_A = & (e_{JAC}^* + e_{ACJ}^*) N_J \tilde{U}_C^0, \\ \hat{e} = & (e_{QDL}^* \tilde{U}_D^0 + 2d_{JGD} e_{QDL} \tilde{U}_G^0 M_J \bar{E}) N_Q N_L, \\ e^* = & e_{QDL}^* \tilde{U}_D^0 N_Q N_L, \\ \epsilon^* = & \epsilon_{IJ}^* N_I N_J. \end{aligned}$$

Для групповой скорости можно получить идентичное выражение, если продифференцировать уравнения движения (1.22), поскольку $s_B = \partial \omega / \partial k$ [149]. При $\bar{E} = 0$ соотношение (1.44) совпадает с формулой для лучевой скорости ОАВ в пьезокристаллах, полученной авторами [150, 151].

Количественные оценки поправки к фазовым скоростям и векторам поляризации ОАВ, вследствие внешнего воздействия на пьезокристалл, можно получить в рамках формальной конструкции теории возмущения при условии $|\Gamma_{BC}^0| \gg |B_{BC}|$, где малая добавка B_{BC} к компонентам тензора Грина-Кристоффеля (1.29), возникающая вследствие того или иного возмущения (в данном случае, электрического поля), формально определена соотношением

$$\Gamma_{BC} = \Gamma_{BC}^0 + B_{BC} = \Gamma_{BC}^0 + \alpha_{BC} E. \quad (1.45)$$

Как показано в [152, 153], в общем случае собственные значения тензора Γ_{BC} следует искать в виде разложения в ряд Пуассона:

$$\lambda_i = \lambda_i^0 + \lambda_i^1 \overline{E}^{\frac{1}{m}} + \dots, \quad (1.46)$$

где m – кратность собственного значения, $\lambda = \rho_0 v^2$ – собственное значение тензора Γ_{AB} . Следует отметить, что дробно-степенное разложение справедливо во всей области, определенной неравенством:

$$|\Delta\lambda| < |B_{BC}|, \quad (1.47)$$

Во всех остальных случаях разложение должно включать целые степени величины внешнего воздействия. В первом порядке теории возмущений с учетом симметричности Γ_{BC}^0 для случая $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ можно получить:

$$\lambda_i^1 = b_{ii}, \quad (1.48)$$

$$\mathbf{U}^{1(k)} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^3 \frac{b_{ik}}{\lambda_k^0 - \lambda_i^0} \begin{pmatrix} 0(i) \\ \mathbf{U} \end{pmatrix}, \quad (1.49)$$

$$b_{ik} = \begin{pmatrix} 0(i) & 0(k) \\ B\mathbf{U} & \mathbf{U} \end{pmatrix}, \quad (1.50)$$

где b_{ik} – билинейная форма от тензора возмущений B_{BC} ; $\begin{pmatrix} 0(i) \\ \mathbf{U} \end{pmatrix}$, λ_k^0 – собственные векторы и собственные числа невозмущенного тензора Γ_{BC}^0 ; λ_k^1 , $\mathbf{U}^{1(k)}$ – поправки к собственным числам и собственным векторам.

В точке вырождения ($\lambda_1 > \lambda_2 = \lambda_3$) поправками к кратным собственным значениям являются собственные числа билинейной формы:

$$b_{ik} = (B\mathbf{f}_k, \mathbf{f}_i), \quad (1.51)$$

где $\mathbf{f}_k$, $\mathbf{f}_i$ – любые ортогональные векторы, соответствующие кратному собственному значению λ_i^0 . Можно записать:

$$\sum_{i=1}^3 b_{ki} \mathbf{g}^{(i)} = \lambda^1 \mathbf{g}^{(k)}, \quad (1.52)$$

где $\mathbf{g}^{(i)}$ - собственный вектор, соответствующий кратному собственному значению λ_i^1 . Отсюда можно определить собственный вектор:

$$\mathbf{U}^{(i)} = \sum_k g_k^{(i)} \mathbf{U}^{0(k)}. \quad (1.53)$$

Поправка λ_i^1 определяется из характеристического уравнения - условия совместности системы (1.52):

$$\det \|b_{ik} - \lambda^1 \delta_{ik}\| = 0. \quad (1.54)$$

Для некрatных λ_i^0 поправки вычисляются из соотношений (1.48) и (1.49).

Последовательное применение выражений (1.48) и (1.54) позволяет осуществить «сшивание» решений для произвольного направления и точки вырождения, аналитически найти необходимые поправки к скоростям ОАВ. Использование формул (1.51)-(1.53) дает возможность определить эволюцию собственных векторов в окрестности точки вырождения. Программным способом был выполнен анализ решения уравнения (1.27) методом разложения тензора Γ_{AB} в форму Хессенберга и сравнение с решениями, следующими из изложенной методики. Данный вычислительный эксперимент дал хорошее совпадение результатов.

Рассмотрим, например влияние электрического поля на распространение волны в случае $\mathbf{N} \parallel [110]$, $\mathbf{M} \parallel [001]$ кубического кристалла симметрии 23 [154]. Векторы поляризации имеют ориентацию:

$$\mathbf{U}^{0(1)} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right), \quad \mathbf{U}^{0(2)} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right), \quad \mathbf{U}^{0(3)} = (0, 0, 1). \quad (1.55)$$

Билинейная форма (1.50) в явном виде записывается так

$$b_{ik} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(B_{11} + 2B_{12} + B_{22}) & \frac{1}{2}(B_{11} - B_{22}) & 0 \\ \frac{1}{2}(B_{11} - B_{22}) & \frac{1}{2}(B_{11} + 2B_{12} + B_{22}) & 0 \\ 0 & 0 & B_{33} \end{pmatrix}. \quad (1.56)$$

Согласно (1.48), поправки к собственным значениям тензора Γ_{BC}^0 равны:

$$\lambda_k^1 = b_{kk}. \quad (1.57)$$

Собственные векторы, включающие в себя невозмущенную и возмущенную части, с помощью (1.49) могут быть получены в виде:

$$\begin{aligned}
\mathbf{U}^{(1)} &= \mathbf{U}^{(0)(1)} + \left[\frac{b_{12}}{\lambda_1^0 - \lambda_2^0} \mathbf{U}^{(0)(2)} \right] E, \\
\mathbf{U}^{(2)} &= \mathbf{U}^{(0)(2)} + \left[\frac{b_{21}}{\lambda_2^0 - \lambda_1^0} \mathbf{U}^{(0)(1)} \right] E, \\
\mathbf{U}^{(3)} &= \mathbf{U}^{(0)(3)},
\end{aligned} \tag{1.58}$$

т. е. при воздействии на кристалл внешнего электрического поля $\mathbf{M} \parallel [001]$ продольная и быстрая сдвиговая волны в направлении $[110]$ перестают быть чистыми модами. Медленная сдвиговая волна остается чистой модой, так как $b_{13} = b_{31} = 0$. Следует отметить, что векторы «добавки» $\mathbf{U}^{(1)(k)}$ ортогональны к соответствующим «невозмущенным» векторам поляризации $\mathbf{U}^{(0)(k)}$, и величина изменения вектора $\mathbf{U}^{(k)}$ определяется только длиной вектора $\mathbf{U}^{(1)(k)}$. Следовательно, угол между $\mathbf{U}^{(0)(k)}$ и $\mathbf{U}^{(k)}$ можно определить из соотношения:

$$\operatorname{tg} \psi_i = \left(\sum_{k \neq i} \left(\frac{b_{ik}}{\lambda_k^0 - \lambda_i^0} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \tag{1.59}$$

В направлении $[110]$ $b_{12} = b_{21}$, поэтому в данном случае $\psi_1 = \psi_2$, т. е. происходит поворот ортогональной системы векторов $\mathbf{U}^{(0)(k)}$ вокруг $\mathbf{U}^{(0)(3)}$ (рисунок 1.1). Для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ этот поворот равен $\psi = 0,63^\circ$ при $E = 10^8$ В/м.

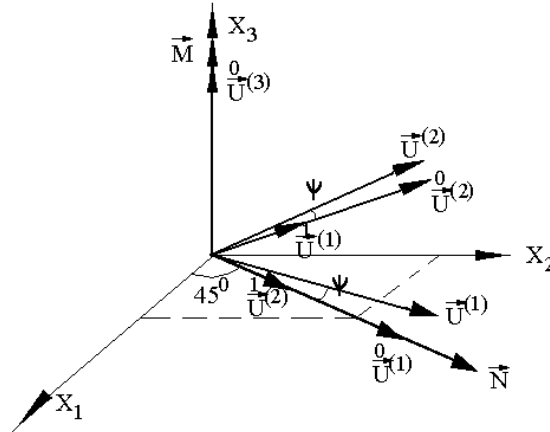


Рисунок 1.1 – Изменение поляризации ОАВ в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в направлении $[110]$ под действием постоянного электрического поля $\mathbf{M} \parallel [001]$

Направление, вдоль которого совпадают (вырождаются) значения фазовых скоростей сдвиговых упругих волн, называется *акустической осью*. Явление вырождения имеет, например, большое значение в кинетике фононов. Переходные состояния вблизи точек вырождения поверхностей фононного спектра при соответствующих условиях вносят

определяющий вклад в процессы фононного поглощения звука, диэлектрической релаксации и т. п. [155]. Направление акустической оси кристалла определяется решением системы уравнений [156, 157]:

$$\begin{aligned} R_1 &= (\Gamma_{11} - \Gamma_{22})\Gamma_{22}\Gamma_{23} - \Gamma_{12}(\Gamma_{13}^2 - \Gamma_{23}^2) = 0, \\ R_2 &= (\Gamma_{11} - \Gamma_{33})\Gamma_{12}\Gamma_{23} - \Gamma_{13}(\Gamma_{12}^2 - \Gamma_{23}^2) = 0, \end{aligned} \quad (1.60)$$

где Γ_{ik} – компоненты тензор Грина-Кристоффеля (1.29). Каждое из уравнений системы (1.60) определяет некоторую линию на единичной сфере направлений распространения ОАВ. Точка пересечений этих линий и является точкой вырождения – акустической осью.

Типы акустических осей классифицируются по геометрии контакта скоростных полостей и по характеру особенностей векторных полей поляризаций ОАВ в окрестности точки вырождения [158]. Локальная геометрия контакта при вырождении полостей поверхностей скоростей определяется геометрическим местом точек, которое образуется семейством касательных, проведенных в точке вырождения к всевозможным сечениям полостей рефракции плоскостями, проходящими через акустическую ось. Различают пять видов геометрии контакта скоростных полостей [159, 160]: коническое, локально-клиновое, касательное вырождения в точке; клиновое и касательное вырождения по линии.

В направлениях типа [100] кристаллов симметрии 23 в невозмущенном состоянии существуют истинные акустические оси с индексом Пуанкаре $n = 1$. Вследствие приложения электрического поля $\mathbf{M} \parallel \mathbf{N}$ в линейном приближении матрица билинейной формы принимает вид:

$$b_{ik} = \begin{pmatrix} B_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{12} \\ 0 & B_{12} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

при $\mathbf{U}^{(1)} \leftrightarrow (1, 0, 0)$, $\mathbf{U}^{(2)} \leftrightarrow (0, 1, 0)$, $\mathbf{U}^{(3)} \leftrightarrow (0, 0, 1)$. Поправки к кратным собственным значениям находятся из (1.54), после чего, пользуясь условием совместимости системы (1.52):

$$\begin{pmatrix} -\lambda^1 & B_{12} \\ B_{12} & -\lambda^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{g}^{(1)} \\ \mathbf{g}^{(2)} \end{pmatrix} = 0, \quad (1.62)$$

получаем $\lambda_2^1 = B_{12}$, $\lambda_3^1 = -B_{12}$. Из (1.48) имеем $\lambda_1^1 = B_{33}$ где:

$$\begin{aligned} B_{12} &= (C_{44}^E d_{14} - a_1)E; \quad B_{33} = (b_1 E)^2 / \varepsilon_{11}; \\ a_1 &= C_{456}^E d_{14} - e_{156}; \quad b_1 = e_{114} d_{14} - H_{11})E. \end{aligned} \quad (1.63)$$

Из решения системы (1.62) находим:

$$\begin{aligned}
\mathbf{g}^{(1)} &\leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right) \\
\mathbf{g}^{(2)} &\leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right)
\end{aligned} \tag{1.64}$$

Окончательно получаем выражение для векторов поляризации ОАВ (1.53):

$$\begin{aligned}
\mathbf{U}^{(1)} &= \sum_k g_k^{(1)} \mathbf{U}^{(k)} \leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right), \\
\mathbf{U}^{(2)} &= \sum_k g_k^{(2)} \mathbf{U}^{(k)} \leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right),
\end{aligned} \tag{1.65}$$

но $\mathbf{U}^{(1)} = \mathbf{U}^{(1)}$, т. к. $b_{13} = b_{31} = 0$.

Таким образом, при воздействии внешнего электрического поля E на кристалл в направлении $[001]$ при $\mathbf{M} \parallel \mathbf{N}$ фазовые скорости ОАВ всех трех волн становятся различными:

$$\begin{aligned}
\lambda_1 &= C_{11}^E + B_{33}, \\
\lambda_2 &= C_{44}^E + B_{12}, \\
\lambda_3 &= C_{44}^E - B_{12}.
\end{aligned} \tag{1.66}$$

т. е. в данном направлении происходит снятие вырождения, и векторы поляризации ОАВ определяются однозначно соотношением (1.65) [154].

На рисунке 1.2 приведены векторы поляризации сдвиговых волн в окрестности направления $[001]$ при $\mathbf{M} \parallel [001]$. Векторы поляризаций сдвиговых волн проектировались на плоскость (001) . Как видно из рисунка 1.2, приложение внешнего электрического поля к кристаллу вызывает расщепление исходной акустической оси истинного касательного типа с индексом Пуанкаре $n = 1$ на две акустические оси конического типа с индексом Пуанкаре $n = \frac{1}{2}$ каждая с возникновением антизнаковой линии. Величина угла расщепления определяется соотношением [154]:

$$\sin 2\varphi = k\sqrt{E}. \tag{1.67}$$

Для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ значение $k = 3,0 \cdot 10^{-5} (\text{м/В})^{1/2}$.

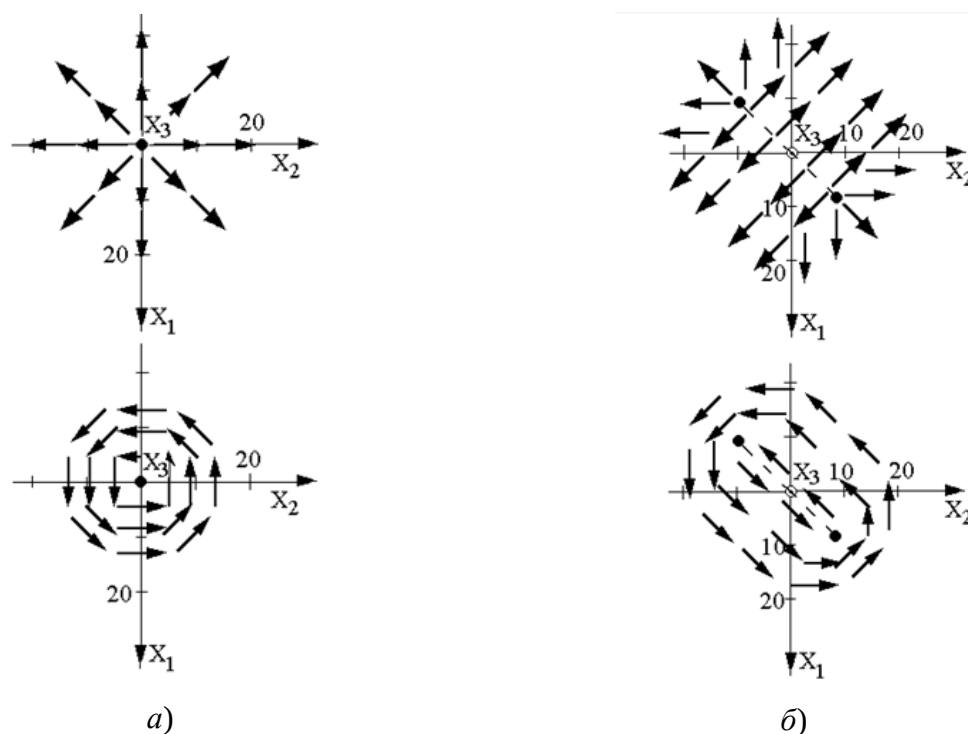


Рисунок 1.2 – Изменение поляризационных полей сдвиговых волн в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в окрестности направления $[001]$ под действием постоянного электрического поля $\mathbf{M} \parallel \mathbf{N} \parallel [001]$: а) $E = 0$; б) $E = 10^8 \text{ В/м}$. Градуировка осей - в градусах отклонения направления распространения от $[001]$. Черные точки - выходы акустических осей

Акустические оси конического типа в направлениях $[111]$ и $[\bar{1}11]$, т. е. вдоль осей третьего порядка кристаллов группы симметрии 23, при $\mathbf{M} \parallel \mathbf{N}$ сохраняют свое положение. При $\mathbf{M} \parallel [001]$ ($E = 10^8 \text{ В/м}$) эти акустические оси смещаются, их новые координаты: $\psi = 44,35^\circ$; $\varphi = 54,7^\circ$ и $\psi = 134,35^\circ$; $\varphi = 54,7^\circ$ соответственно, т. е. происходит однородная деформация фазовых полостей. Приложением поля с фиксированным углом к направлению распространения волн $\mathbf{M} \perp \mathbf{N}$ вырождение в направлениях типа $\langle 100 \rangle$ также снимается, но этот эффект выражен примерно на два порядка слабее, чем при $\mathbf{M} \parallel \mathbf{N}$, поскольку подобное воздействие появляется только в следующем ($\sim E^2$) порядке теории возмущений и реально находится за пределами чувствительности эксперимента.

Рассмотренное поведение акустических характеристик ОАВ в их существенных проявлениях может быть проанализировано с помощью принципа симметрии Кюри. Например, действие поля вдоль направления $[001]$ (ось симметрии второго порядка) приводит к понижению эффективной симметрии кристалла до моноклинной класса 2, и данное направление теряет свойства акустической оси. Напротив, приложение поля $\mathbf{M} \parallel \mathbf{N} \parallel [111]$

понижает симметрию кристалла до тригональной, класс 3, с сохранением вдоль направления [111] оси симметрии 3-го порядка и акустической оси конического типа.

Следует отметить, что аналогичные эффекты расщепления акустических осей при воздействии внешнего электрического поля отмечены также в centrosymmetric кристаллах, а также в изотропной среде (сегнетокерамика в парафазе), в которой акустическая ось сохраняется только вдоль направления приложения внешнего поля [161].

Определенный интерес вызывает влияние изоморфного замещения в кристаллах на акустические оси. Так, например, в кристаллах со структурой шеелита (точечная группа симметрии 4/m) $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2$ и $\text{LiBi}(\text{MoO}_4)_2$ в плоскости (001) у обоих кристаллов существуют по две акустических оси конического типа соответственно под углами $60,5^\circ$ и $81,1^\circ$ для $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2$ и под углами $69,4^\circ$ и 72° для $\text{LiBi}(\text{MoO}_4)_2$ - с осью [100] [162] (Приложение А, рисунок А.1). Таким образом, угол раствора между акустическими осями кристалла $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2$ составляет $20,6^\circ$, но у изоморфного с ним кристалла $\text{LiBi}(\text{MoO}_4)_2$ - только $1,6^\circ$. Расположение этих акустических осей определяется параметром $k = C_{44} - k_1$, где k_1 :

$$k_1 = \frac{1}{2} \left(C_{11} + C_{66} - \sqrt{(C_{11} - C_{66} + 4C_{16})^2 - 4(C_{16} - C_{12} - C_{66})^2} \right) \quad (1.68)$$

Случай $k < 0$ соответствует данным кристаллам. В то же время можно представить ситуацию, когда для кристаллов этой же структуры при определенной комбинации упругих постоянных будет выполняться соотношение $k = 0$. Тогда упомянутые акустические оси конического типа сольются в одну касательного типа. Если $k > 0$, то произойдет полное снятие вырождения, т. е. в кристаллах со структурой шеелита в плоскости (001) возможно существование либо двух акустических осей конического типа, либо одной касательного типа, либо ни одной в зависимости от соотношений между модулями упругости C_{ij} кристалла. Вариант полного снятия вырождения наблюдается в кристаллах со структурой котунита (точечная группа симметрии mmm) PbCl_2 и PbBr_2 в плоскости (010) [163] (Приложение А, рисунок А.2). В кристалле PbCl_2 в плоскости (010) существует две акустические оси конического типа. Изоморфное замещение атома Вг на Cl приводит к полному снятию вырождения, что возникает из-за существенного различия в упругих постоянных для этих кристаллов C_{11} , C_{33} , C_{66} . Аналогичный эффект может возникать и в кристаллах формиата лития [164], скандийзамещенных гексаферритов [165] и в метаборате меди [166].

На основе полученных выше выражений (1.29) и (1.44) был выполнен расчет характеристик ОАВ при воздействии поля E на примере кристалла силикосилленита $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ [167--172]. На рисунках А.3 – А.6 (Приложение А) изображены коэффициенты управляемости $\alpha_{v_i}^E$, фазовые скорости v , углы θ° отклонения векторов поляризации от волновой нормали и углы γ° отклонения потока энергии в плоскостях типа (001) и (110) при различных вариантах

приложения внешнего электрического поля E к кристаллу. Точками на графиках обозначены экспериментальные данные [173, 174]. Анализ анизотропии характеристик ОАВ под действием E (рисунки А.3 – А.6) позволяет сделать некоторые интересные как в практическом смысле, так и с точки зрения кристаллоакустики, выводы. Так, приложение E вдоль направления распространения упругой волны $\mathbf{M} \parallel \mathbf{N}$ оказывает на скорость (квази)продольной волны в плоскости (001) минимальное воздействие $\alpha_v^E \approx 0$ (рисунок А.3, а); В то же время происходит снятие вырождения сдвиговых волн в направлениях [100] и [010], отмеченные выше. Медленная квазисдвиговая волна перестает быть чистой модой, что приводит к существенным изменениям угла отклонения потока энергии для данной волны. Приложение E вдоль оси [001] в плоскости распространения ОАВ (001) вызывает более существенную анизотропию акустических свойств кристалла (рисунок А.4). Неразличимые с точки зрения кристаллографии и «линейной» кристаллоакустики направления [120] и [210] в кубическом кристалле дают существенно различные величины коэффициентов управления для квазипродольной и квазисдвиговой волн. Характерно, что все три волны в направлениях [100] и [010] перестают быть чистыми модами, причем значение γ° в данных направлениях различны. Например, для квазипродольной (QL) волны углы γ° равны $1,6^\circ$ и $1,8^\circ$ соответственно, т.е. оси [100] и [010], неразличимые в «линейном» случае, становятся также неравноправными.

Более интересной представляется плоскость $(1\bar{1}0)$ кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ из-за аномалий в поведении акустических характеристик, обусловленных модификацией акустических свойств пьезоэлектрического кубического кристалла: расщепление акустической оси [001], смещение акустической оси [111] (рисунки А.5-А.6). Как уже отмечалось выше, «исчезновение» акустической оси в направлении [001], представляющей собой истинное касательное вырождение с индексом Пуанкаре $n = 1$, должно на самом деле приводить к ее расщеплению на две акустических оси конического типа с индексом Пуанкаре $n = \pm 1/2$ каждая с возникновением антизнаковой линии. Следовательно, здесь необходимо рассматривать дробно-степенное разложение (1.46). Учитывая сказанное, становится понятным специфическое поведение $\alpha_{v_i}^E$ в окрестности направления [001] и «возмущенной» акустической оси (рисунок А.5). Для сравнения на рисунке А.6 показаны аналогичные характеристики ОАВ в плоскости (110), где также происходит снятие вырождения, но нет «возмущенной» акустической оси. Данная область направлений распространения ОАВ может представлять определенный интерес для реализации устройств акустоэлектроники. Действительно, приложение внешнего электрического поля в окрестности «наведенной» акустической оси вызывает сильное изменение направления потока энергии сдвиговых волн, что связано, как показывалось выше, с

особенностью распределения поляризационных полей в окрестности «возмущенных» акустических осей.

1.2.2. Влияние внешнего одноосного механического давления на условия распространения ОАВ

Распространение объемных акустических волн (ОАВ) в пьезоэлектрических кристаллах при приложении внешнего одноосного механического давления будем рассматривать, как и в предыдущем случае, на основе полученных выше уравнений электроупругости (1.17), которые должны удовлетворять условиям постоянства (во времени) $\bar{\tau}_{LM} = \text{const}$ и однородности в пространстве кристалла механических напряжений и деформаций:

$$\bar{\tau}_{LM,K} = 0, \quad \bar{\eta}_{LM,K} = 0. \quad (1.69)$$

Для однородно деформированного внешним механическим напряжением тела «динамические» уравнения состояния (1.23), запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \rho_0 \ddot{U}_A &= C_{ABKL}^* \tilde{\eta}_{KL,B} + \tilde{U}_{A,FB} \bar{\tau}_{FB} - e_{NAB}^* \tilde{E}_N, \\ e_{MFD}^* \tilde{\eta}_{FD,M} + \varepsilon_{LM}^* \tilde{E}_{M,L} &= 0. \end{aligned} \quad (1.70)$$

где эффективные константы:

$$\begin{aligned} C_{ABKL}^* &= C_{ABKL}^E - C_{ABKLQR}^E S_{QRMN}^E P_M P_N \bar{\tau}, \\ e_{NAB}^* &= e_{NAB} - e_{NABKL} S_{KLMN}^E P_M P_N \bar{\tau}, \\ \varepsilon_{NM}^* &= \varepsilon_{NM}^\eta - H_{NMAB} S_{ABKL}^E P_K P_L \bar{\tau}. \end{aligned} \quad (1.71)$$

Подставляя в (1.70) решения (1.26) для динамических упругих смещений и электрических полей в виде плоских волн, получим модифицированные уравнения Грина-Кристоффеля для случая распространения ОАВ малой амплитуды в однородно-деформированной пьезоэлектрической среде, записанные в координатах начального состояния:

$$[\Gamma_{BC}(\bar{\tau}) - \delta_{BC} \rho_0 v^2] \tilde{U}_C = 0. \quad (1.72)$$

Компоненты тензора Грина-Кристоффеля при этом являются функциями внешнего механического напряжения:

$$\Gamma_{BC}(\bar{\tau}) = \left[\bar{C}_{FC} \left(C_{ABFD}^* + \frac{e_{MFD}^* e_{NAB}^* N_M N_N}{\varepsilon_{PQ}^* N_P N_Q} \right) + \bar{\tau}_{AD} \delta_{BC} \right] N_A N_D. \quad (1.73)$$

Оставим в (1.73) только члены, пропорциональные первой степени $\bar{\tau}$. В этом случае тензор Грина-Кристоффеля приобретает вид:

$$\Gamma_{BC}(\bar{\tau}) = \Gamma_{BC}^{ynp}(\bar{\tau}) + \frac{e_B^I(\bar{\tau}) e_C^II(\bar{\tau})}{\varepsilon^*(\bar{\tau})}, \quad (1.74)$$

где

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\bar{\tau})_{BC} &= \left[C_{ABCD}^* + \left(2C_{MBFN}^E S_{ADCF}^E + \delta_{BC} \delta_{AM} \delta_{DN} \right) P_M P_N \bar{\tau} \right] N_A N_D, \\
 e_B^I(\bar{\tau}) &= e_{ADC}^* N_A N_D, \\
 e_C^{\Pi}(\bar{\tau}) &= e_B^I(\bar{\tau}) + 2e_{APD} S_{MNCP}^E P_M P_N \bar{\tau} N_A N_D, \\
 \varepsilon^* &= -\varepsilon_{IJ}^* N_I N_J.
 \end{aligned} \tag{1.75}$$

Для количественной оценки изменения фазовых скоростей ОАВ одноосным механическим напряжением удобно использовать коэффициенты управления скоростью ОАВ:

$$\alpha_{v_i}^{\tau} = \frac{1}{v_i(0)} \left(\frac{\Delta v_i}{\Delta \bar{\tau}} \right)_{\Delta \bar{\tau} \rightarrow 0}. \tag{1.76}$$

На основе приведенных уравнений был выполнен анализ влияния внешних электрического поля и механического давления в некоторых кристаллах, в частности, в кристалле лангасита $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ (LGS). Этот кристалл, относящийся к точечной группе симметрии 32, представляет интерес прежде всего с точки зрения наличия термостабильных направлений и срезов для устройств пьезотехники и акустоэлектроники [175, 176]. Все необходимые для расчетов линейные и нелинейные электромеханические постоянные взяты из работ [177, 178]. Точками на графиках обозначены экспериментально установленные значения, которые в пределах экспериментальной ошибки совпадают с расчетными значениями, что свидетельствует о хорошей точности при определении нелинейных электромеханических констант пьезоэлектрика $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ [179, 180].

На рисунках А.7-А.9 (Приложение А) приведены характеристики ОАВ кристалла LGS в основных базовых плоскостях (X, Y и Z– срезах) при приложении к кристаллу однородных электрического поля или механического давления [181, 182]. Явление снятия вырождения по скоростям сдвиговых волн в направлении акустической оси, первоначально совпадающей с кристаллографической осью 3-го порядка (рисунки А.7 - А.8), при приложении поля или одноосного давления принципиально не отличается от рассмотренных выше ситуаций в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$. Отметим только, что, поскольку «невозмущенное» исходное вырождение относится к истинному коническому типу, расщепления акустической оси не происходит, меняется только ее ориентация в пространстве возмущенного внешним воздействием кристалла. Вторая акустическая ось в этом срезе, существование которой не обусловлено симметрией кристалла, под углом $\varphi \approx 138^\circ$ также является осью конического типа, поэтому ее поведение будет аналогичным. Смещение акустических осей для всех рассматриваемых случаев воздействия не превышает одного градуса (рисунок А.7, а). Для обеих акустических осей возникает характерный «обмен решений» на графиках ориентационных зависимостей всех исследуемых параметров сдвиговых ОАВ (рисунок А.7) [183].

Определенный практический интерес представляют возможные сочетания различных параметров ОАВ, допускающие, например, использование соответствующего среза в устройствах с максимальной или минимальной степенью чувствительности к внешним воздействиям. Так, в целях применения срезов лангасита в сенсорах ускорения, силы, давления или электрического поля на объемных волнах могут быть использованы такие моды, как: быстрая сдвиговая в X-срезе (X-срез, $\varphi \approx 72^\circ$), обладающая высокими значениями коэффициентов управления и нулевым температурным коэффициентом скорости [184,145]; медленная сдвиговая в направлении [100], обладающая максимально достижимой (из найденных) в этом кристалле чувствительностью к действию электрического поля (Y-срез, [100]) и для которой $\gamma = 0$; быстрая сдвиговая (Y-срез, $\varphi \approx 50^\circ$) с близкими к нулю γ (рисунок А.8). Если первые две моды из названных непьезоактивны, то последняя обладает приемлемым значением КЭМС. В Z-срезе для названных целей может представлять интерес быстрая сдвиговая волна в направлении $\varphi \approx 30^\circ$ с высоким значением $\alpha_{v_i}^T = 1 \cdot 10^{-11}$ м²/Н (рисунок А.9). Напротив, для применения в устройствах, минимально чувствительных к воздействиям, могут быть использованы следующие волны: непьезоактивная продольная волна в X-срезе, обладающая небольшим углом отклонения потока энергии и нулевым значением $\alpha_{v_i}^E$; быстрая сдвиговая волна в Y-срезе (Y-срез, $\varphi \approx 42^\circ$), у которой $\alpha_{v_i}^T = 0$. Оптимальны и ранее описанные случаи распространения ОАВ перпендикулярно оси 2 при приложении E также перпендикулярно оси 2, для которых выполняется $\alpha_{v_i}^E = 0$.

На рисунке А.10 (Приложение А) приведены коэффициенты управляемости $\alpha_{v_i}^T$ ОАВ в кристалле алмаза для плоскости (001) при различных вариантах приложения внешнего одноосного давления [185]. Если давление направлено вдоль нормали к плоскости (001), т.е. вдоль направления [001], согласно принципу Кюри происходит изменение эффективной симметрии кристалла с кубической до тетрагональной, вследствие чего вдоль осей [100] и [010] происходит снятие вырождения сдвиговых ОАВ (рисунок А.10). Максимальное значение $\alpha_{v_i}^T = -1,07 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹ в направлении [110] для медленной сдвиговой волны, в то время как быстрая сдвиговая волна остается поперечно - изотропной волной с постоянным значением $\alpha_{v_i}^T = -1,1 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹. Если внешнее механическое давление совпадает с направлением распространения волны (рисунок А.10), значения коэффициентов $\alpha_{v_i}^T$ существенно больше, чем в предыдущем случае $-1,1 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹ для продольной волны [186].

1.3. Условия распространения поверхностных акустических волн в пьезокристаллах, подвергнутых внешним однородным воздействиям

Условия распространения поверхностной акустической волны (ПАВ) в пьезокристалле, подвергнутом воздействию внешних однородных электрического поля или механического давления, можно получить, базируясь на тех принципах, что и для ОАВ, рассмотренных в предыдущем параграфе. В задаче распространения ПАВ будем рассматривать распространение волны в специальной рабочей системе координат, в которой ось X_3 направлена вдоль внешней нормали к поверхности среды, занимающей полупространство $X_3 \leq 0$, а ось X_1 совпадает с направлением распространения волны. В этой системе координат для плоских монохроматических волн, амплитуда которых убывает с глубиной от поверхности $X_3 = 0$, уравнения Грина – Кристоффеля (1.29) и (1.75), как было показано выше, при приложении внешнего электрического поля $\bar{E}$ и однородного одноосного механического напряжения $\bar{\tau}_{KL} = -\bar{\tau} P_K P_L$ к пьезокристаллу запишутся в виде системы четырех однородных уравнений [187]:

$$\begin{aligned} \Gamma_{BC} &= [C_{ABCD}^* + 2d_{JFC} C_{ABFD}^E M_J \bar{E} + (2C_{MBFN}^E S_{ADCF}^E + \delta_{BC} \delta_{AM} \delta_{DN}) P_M P_N \bar{\tau}] N_A N_D, \\ \Gamma_{C4} &= e_{ADC}^* N_A N_D, \\ \Gamma_{4C} &= \Gamma_{C4} + 2e_{APD} (d_{JPC} M_J \bar{E} + S_{MNCP}^E P_M P_N \bar{\tau}) N_A N_D, \\ \Gamma_{44} &= -\varepsilon_{IJ}^* N_I N_J. \end{aligned} \quad (1.77)$$

где:

$$\begin{aligned} C_{ABKL}^* &= C_{ABKL}^E + (C_{ABKLQR}^E d_{JQR} - e_{JABKL}) M_J \bar{E} - C_{ABKLQR}^E S_{QRMN}^E P_M P_N \bar{\tau}, \\ e_{NAB}^* &= e_{NAB} + (e_{NABKL} d_{JKL} + H_{NJAB}) M_J \bar{E} - e_{NABKL} S_{KLMN}^E P_M P_N \bar{\tau}, \\ \varepsilon_{NM}^* &= \varepsilon_{NM}^\eta + (H_{NMAB} d_{PAB} + \varepsilon_{NMP}^\eta) M_P \bar{E} - H_{NMAB} S_{ABKL}^E P_K P_L \bar{\tau}. \end{aligned} \quad (1.78)$$

Будем рассматривать ПАВ, как и в линейном случае, в виде суперпозиции плоских монохроматических волн, упругие смещения и электрический потенциал которых, представляют собой линейные комбинации вида:

$$\begin{aligned} U_I &= \sum_{n=1}^4 B_n \alpha_I^{(n)} \exp[ik(N_1 x_1 + N_3^{(n)} x_3 - vt)], \\ \Phi &= \sum_{n=1}^4 B_n \alpha_4^{(n)} \exp[ik(N_1 x_1 + N_3^{(n)} x_3 - vt)]. \end{aligned} \quad (1.79)$$

Граничными условиями для механических величин являются отсутствия напряжений на поверхности кристалла. Для электрических величин необходимо потребовать непрерывность нормальной компоненты вектора электрической индукции на границе «кристалл – вакуум». Данные условия можно представить в виде

$$\tilde{\tau}_{3J} \Big|_{X_3=0} = 0.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \tilde{D}_3^{vak} = -\varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial X_3} & (X_3 > 0), \\ \tilde{D}_3^{kp} = e_{3KL}^* \bar{C}_{GK} \frac{\partial \tilde{U}_G}{\partial X_L} - \varepsilon_{3M}^* \frac{\partial \tilde{\varphi}}{\partial X_M} & (X_3 < 0), \\ \tilde{D}_3^{kp} = \tilde{D}_3^{vak} & (X_3 = 0). \end{array} \right. \quad (1.80)$$

При условии равенства нулю определителя системы уравнений (1.80) определяется скорость ПАВ в условиях приложения внешнего электрического поля $\bar{E}$:

$$\begin{aligned} G_{In} &= (C_{3IKL}^* + 2d_{JKP} C_{3IPL}^E M_J \bar{E}) N_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} + e_{P3I}^* N_P^{(n)} \alpha_4^{(n)}, \\ G_{4n} &= (e_{3KL}^* + 2d_{JKP} e_{3PL} M_J \bar{E}) N_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} - (\varepsilon_{3K}^* N_K^{(n)} - i\varepsilon_0) \alpha_4^{(n)}, \end{aligned} \quad (1.81)$$

где заглавные латинские координатные индексы по-прежнему пробегают значения от 1 до 3, $n=1, \dots, 4$ - номер парциальной моды (в (1.81) нет суммирования по дважды повторяющемуся номеру n), i - мнимая единица, ε_0 - диэлектрическая постоянная вакуума. Эффективные упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические постоянные представлены в (1.71). Поскольку мы имеем дело со специальной системой координат, выполняется условие $N_1^{(n)} \equiv 1, N_2^{(n)} \equiv 0$.

Определитель системы граничных условий, когда одноосное механическое напряжение действует параллельно свободной поверхности, запишется в виде:

$$\begin{aligned} G_{Bn} &= [C_{3BKL}^E \delta_{KP} - P_M P_N \tau (2S_{KPMN}^E C_{3BKL}^E + \delta_{KP} C_{3BKLQR}^E S_{QRMN}^E)] N_L^{(n)} \alpha_P^{(n)} - \\ &\quad - (e_{J3B} - e_{J3BKL} S_{KLMN}^E P_M P_N \bar{\tau}) N_J^{(n)} \alpha_4^{(n)}, \\ G_{4n} &= -(e_{3KL} + e_{3KLQR} S_{QRMN}^E P_M P_N \bar{\tau}) N_K^{(n)} \alpha_L^{(n)} - \\ &\quad - (\varepsilon_{3K}^* + H_{3KMN} P_M P_N \bar{\tau}) N_K^{(n)} \alpha_4^{(n)} + \varepsilon_0 \alpha_4^{(n)}. \end{aligned} \quad (1.82)$$

В случае приложения механических напряжений ортогонально свободной поверхности ($\bar{P} \parallel X_3$) должны быть приняты во внимание упругие свойства нагружающей среды. Возможно, возникнет необходимость рассматривать трансформацию волн Рэлея в волны типа Стоунли, что является специальной проблемой.

Тем не менее, если гипотетически предположить, что одноосное напряжение в такой геометрии осуществляется без жесткого упругого контакта со свободной поверхностью (например, нагружение газовой средой), для этого случая механические граничные условия могут быть записаны в виде [188]:

$$\tilde{\tau}_{3J} + \tilde{U}_{J,K} \bar{\tau}_{3K} = 0 \quad (X_3 = 0). \quad (1.83)$$

Определитель системы граничных условий (1.82) в данном случае имеет вид:

$$\begin{aligned}
G_{Bn} = & \left[C_{3BKL}^E \delta_{KP} - P_M P_N \bar{\tau} (2S_{KPMN}^E C_{3BKL}^E + \delta_{KP} C_{3BKLQR}^E S_{QRMN}^E) \right] N_L^{(n)} \alpha_P^{(n)} - \\
& - (e_{J3B} - e_{J3BKL} S_{KLMN}^E P_M P_N \bar{\tau}) N_J^{(n)} \alpha_4^{(n)} + N_J^{(n)} \alpha_B^{(n)} P_3 P_J \bar{\tau}, \\
G_{4n} = & - (e_{3KL} + e_{3KLQR} S_{QRMN}^E P_M P_N \bar{\tau}) N_K^{(n)} \alpha_L^{(n)} - \\
& - (\varepsilon_{3K}^\eta + H_{3KMN} P_M P_N \bar{\tau}) N_K^{(n)} \alpha_4^{(n)} + \varepsilon_0 \alpha_4^{(n)}.
\end{aligned} \tag{1.84}$$

Покрывание поверхности кристалла идеально проводящим слоем металла, достаточно тонким, чтобы не изменялись механические свойства, приводит к тому, что потенциал при $X_3 = 0$ должен обращаться в нуль, благодаря чему, как и в линейном случае, четвертая строка матрицы (1.81), (1.82) и (1.84) приобретает вид:

$$G_{4n} = \alpha_4^{(n)}. \tag{1.85}$$

Влияние внешнего электрического поля или одноосного механического напряжения на поток энергии ПАВ был введен, как это показано в предыдущей главе, исходя из энергетического баланса в кристалле–пьезоэлектрике. При распространении ПАВ в пьезоэлектрике при воздействии $\bar{E}$ или $\bar{\tau}$ средний по времени вектор потока энергии через единицу площади в квазистатическом приближении будет определяться соотношением [189]:

$$P_k = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[i\omega (\sigma_{ik} \dot{U}_i^* - \Phi D_k^*) \right]. \tag{1.86}$$

Здесь и далее знак * обозначает комплексное сопряжение. Выражение (1.86) для анизотропной среды показывает, что имеются три составляющих потока энергии упругой волны. Первый вклад дают члены, обусловленные учетом только механических смещений в тензоре напряжений. Помимо этого, имеется чисто электрический вклад членов, представляющих энергию квазиэлектростатического поля, распространяющегося вместе с упругой волной. Поскольку в выражение тензора деформации входит потенциал, а в вектор электрической индукции – член с механическим смещением, существуют также члены с электромеханическим вкладом.

Для практического применения обычно представляет интерес не поток энергии через единицу площади, а полный вектор потока энергии, протекающий через полосу единичной ширины и бесконечной длины, ориентированной в направлении, перпендикулярном сагиттальной плоскости:

$$P_k = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_{-\infty}^0 [i\omega (\sigma_{ik} \dot{U}_i^* - \Phi D_k^*)] dx_3 \right\}, \quad k = 1, 2. \tag{1.87}$$

Компонента P_1 определяет поток энергии, параллельный волновому вектору, на единицу длины в направлении распространения ПАВ. В анизотропных средах в общем случае отлична от нуля компонента P_2 , характеризующая поток энергии в направлении, перпендикулярном сагиттальной плоскости. Отношение P_2/P_1 определяет направление потока энергии

поверхностной волны. Подставляя в (1.87) уравнения (1.79) и (1.70) после интегрирования получим [190]:

$$\begin{aligned} \bar{P}_I = \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \sum_{n=1}^4 \sum_{m=1}^4 \left(\frac{\omega}{i(N_3^{(n)} - N_3^{(m)*})} \right) \right\} & \left[\left(\hat{C}_{IJKL} + 2C_{IJFL}^E (d_{PKF} M_P \bar{E} + S_{PQKF}^E \bar{\tau}_{PQ}) \right) N_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} B_n + \right. \\ & + \hat{e}_{LIJ} N_L^{(n)} \alpha_4 B_n \left. \right] \alpha_J^{(m)*} B_m^* + B_m \alpha_4^{(m)} \left[\left(\hat{e}_{IJL} + 2e_{IJL} (d_{KJF} M_K \bar{E} + S_{PQJF}^E \bar{\tau}_{PQ}) \right) N_L^{(n)*} \alpha_J^{(n)*} B_n^* + \right. \\ & + \hat{\varepsilon}_{IL} N_L^{(n)*} \alpha_4^{(n)*} B_n^* \left. \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (1.88)$$

Знаком « $\wedge$ » в (1.88) отмечены эффективные материальные постоянные (1.71) для удобства отличия от комплексно сопряженных величин, обозначаемых здесь звездочкой. Отметим, что при $\bar{E} = 0, \bar{\tau} = 0$ данное соотношение переходит в соответствующую формулу для потока энергии ПАВ в линейном случае [146, 189].

Рассмотрим, например, влияние однородного электрического поля на характеристики ПАВ для случая $\vec{N} \parallel \vec{M} \parallel [100]$ в плоскости поверхности (001) кристалла точечной симметрии 23. Тензор Грина-Кристоффеля (1.77) представим в виде $\Gamma_{BC}(\bar{E}) = \Gamma_{BC}^0 + B_{BC}$. При $E = 0$ тензор Грина-Кристоффеля имеет вид:

$$\Gamma_{BC}^0 = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} \\ a_{13} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & a_{24} & 0 & a_{44} \end{pmatrix}, \quad (1.89)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= C_{11}^E + C_{44}^E N_3^2; a_{13} = (C_{12}^E + C_{44}^E) N_3; \\ a_{22} &= C_{44}^E (1 + N_3^2); a_{24} = 2e_{14} N_3; \\ a_{33} &= C_{44}^E + C_{11}^E N_3^2; a_{44} = -\varepsilon_{11}^\eta (1 + N_3^2). \end{aligned} \quad (1.90)$$

Как было показано в [146, 191], в данном случае распространяется двухпарциальная непьезоактивная волна Рэлея (R_2), поляризованная в сагиттальной плоскости. Характеристическое уравнение для N_3 является бикубическим, решения для N_3 - чисто мнимые, и волна R_2 является истинной волной Рэлея. В этом же направлении существует особая объемная волна (ООВ), которая в данном случае является и предельной волной.

При воздействии $\bar{E}$ в указанной геометрии тензор малых добавок будет иметь форму:

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & B_{12} & 0 & B_{14} \\ B_{21} & 0 & B_{23} & 0 \\ 0 & B_{32} & 0 & B_{34} \\ B_{14} & 0 & B_{43} & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.91)$$

где

$$\begin{aligned}
B_{12} &= [(C_{12} + C_{44}^E)d_{14} + a_3 + a_4]N_3; \quad B_{21} = (a_3 + a_4)N_3; \\
B_{23} &= a_4 + C_{44}^E d_{14} + (a_2 + C_{44}^E d_{14})N_3^2; \\
B_{32} &= a_4 + C_{44}^E d_{14} + (a_2 + C_{11}d_{14})N_3^2; \\
B_{14} &= b_3 + b_4 N_3^2; \quad B_{34} = (b_2 + b_4)N_3; \quad B_{43} = (2e_{14}d_{14} + b_2 + b_4)N_3. \\
a_3 &= C_{144}d_{14} - e_{114}; \quad a_4 = C_{456}d_{14} - e_{156}; \quad a_2 = C_{155}d_{14} - e_{134}; \\
b_2 &= e_{134}d_{14} + H_{21}; \quad b_3 = e_{114}d_{14} + H_{11}; \quad b_4 = e_{156}d_{14} + H_{44};
\end{aligned} \tag{1.92}$$

Общий тензор $\Gamma_{ij}(\bar{E})$ (1.77) уже не будет иметь равных нулю членов, поэтому его характеристическое уравнение становится полиномом 8-й степени и волна R_2 в этом случае трансформируется в четырехпарциальную пьезоактивную волну Рэлея. Следует подчеркнуть, что, хотя характеристическое уравнение – полином 8-й степени, коэффициенты этого полинома отличны от нуля только при четных степенях N_3 , благодаря чему эта волна остается истинной волной Рэлея, т.е. значения величин N_3 – чисто мнимые.

Как показал численный расчет, для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в указанном варианте коэффициент управления скоростью волны Рэлея составляет $\alpha_R^E = 2.3 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$, на металлизированной поверхности $\alpha_S^E = 3.2 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ [192].

Важной характеристикой ПАВ является квадрат динамического коэффициента электромеханической связи (КЭМС), который определяется соотношением [189]:

$$K^2 = 2 \frac{v_R - v_S}{v_R} \tag{1.93}$$

где v_R и v_S – фазовые скорости ПАВ на свободной и металлизированной поверхностях соответственно. Для невозмущенного кристалла в рассмотренном направлении $K^2 = 0$, при $\bar{E} = 10^8 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$ $K^2 = 0,06 \cdot 10^{-2}$.

Вследствие приложения поля к кристаллу вдоль X_2 ($\vec{N} \perp \vec{M} \parallel [010]$) тензор B_{ij} принимает вид:

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} B_{11} & 0 & B_{13} & 0 \\ 0 & B_{22} & 0 & B_{24} \\ B_{31} & 0 & B_{33} & 0 \\ 0 & B_{24} & 0 & B_{44} \end{pmatrix}, \tag{1.94}$$

где

$$\begin{aligned}
B_{11} &= [(C_{11}^E + C_{44}^E)d_{14} + 2a_2]N_3; \\
B_{13} &= C_{11}^E d_{14} + a_2 + (C_{44}^E d_{14} + a_1)N_3^2; \\
B_{31} &= C_{44}^E d_{14} + a_2 + (C_{11}^E d_{14} + a_1)N_3^2; \\
B_{22} &= 2a_4 N_3; B_{24} = b_4(1 + N_3^2); \\
B_{33} &= [(C_{12}^E + C_{44}^E)d_{14} + 2a_1]N_3; B_{44} = 2gN_3. \\
a_1 &= C_{166}d_{14} - e_{124}; \quad g = H_{44}d_{14} + \varepsilon_{123}.
\end{aligned} \tag{1.95}$$

Характеристическое уравнение для волны Рэлея в данном случае будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
&\{C_{11}C_{44}^E + [(C_{11} + C_{44}^E)d_{14} + 2a_2]\bar{E}\}^2 p^4 + \\
&+ \{C_{44}^E B_{33}\bar{E} + C_{11}B_{11}\bar{E} - (C_{12} + C_{44}^E)[(C_{11} + C_{44}^E)d_{14} + 2a_1]\bar{E}\} p^3 + \\
&+ \{C_{11}(C_{11} - \lambda) + C_{44}^E(C_{44}^E - \lambda) + B_{11}B_{33}\bar{E}^2 - (C_{44}^E d_{14} + a_1)(C_{44}^E d_{14} + a_2)\bar{E}^2 + \\
&+ (C_{11}d_{14} + a_1)(C_{11}d_{14} + a_2)\bar{E}^2 + (C_{12} + C_{44}^E)^2\} p^2 + \\
&+ \{(C_{11} - \lambda)B_{11}\bar{E} + (C_{44}^E - \lambda)B_{33}\bar{E} - (C_{12} + C_{44}^E)[(C_{11} + C_{44}^E)d_{14} + 2a_2]\bar{E}\} p + \\
&+ (C_{11} - \lambda)(C_{44}^E - \lambda) - (C_{11}d_{14} + a_2)(C_{44}^E d_{14} + a_2)\bar{E}^2,
\end{aligned} \tag{1.96}$$

где $p \equiv N^3$, $\lambda = \rho_0 v^2$. При $\bar{E} = 0$ уравнение (1.96) переходит в бикубическое, и его решения – чисто мнимые. Однако решения уравнения общего вида (1.96) являются комплексными. Следовательно, истинная двухпарциальная волна Рэлея трансформируется в обобщенную. Для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в данном случае коэффициент управления скоростью волны Рэлея на свободной поверхности составляет $\alpha_R^E = 6.2 \cdot 10^{-12} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$, что значительно ниже, чем в ранее рассмотренном варианте.

Рассмотрим влияние электрического поля при различных вариантах его ориентации на предельную волну [193, 194]. В направлении $[100]$ плоскости (001) кристалла симметрии 23 предельной волной является сдвиговая объемная волна, распространяющаяся в этом же направлении и удовлетворяющая условию свободной поверхности кристалла. Известно, что предельная волна удовлетворяет данному условию, если она поляризована параллельно свободной поверхности кристалла. Как было показано выше, приложением вдоль X_1 ($\vec{M} \parallel [100]$) снимается исходное вырождение и происходит расщепление акустической оси. Сдвиговые волны в этом случае приобретают измененные собственные значения и собственные векторы, поляризованные в направлениях $[110]$ и $[1\bar{1}0]$. Предельной волной в данном случае будет являться «медленная» сдвиговая волна, поляризованная под углом 45° к сагиттальной плоскости и свободной поверхности. Естественно, что такая предельная волна не удовлетворяет условию свободной поверхности.

Волна Блюстейна-Гуляева (ВБГ), которая является пьезоактивной волной с поперечно-горизонтальной поляризацией, в кристаллах симметрии 23 существует только в плоскости типа $\{110\}$ в направлении типа $\langle 110 \rangle$ [195]. В «повернутой» системе координат

$X_1 \parallel [110]$, $X_2 \parallel [001]$, $X_3 \parallel [1\bar{1}0]$ отличными от нуля будут материальные константы $C'_{11}, C'_{55}, C'_{13}, C'_{33} = C_{44}$, $e'_{16} = e_{14}$, и тензор Грина-Кристоффеля (1.77) приобретает вид типа (1.89). Свойства поверхностных акустических волн (ВБГ и Рэлея), которые в данном случае являются обобщенными волнами, детально изучены в [196], их существование в кристаллах симметрии 23 подтверждено экспериментально в [197]. В работе [198] показана связь ВБГ с объемной сдвиговой волной, поляризованной перпендикулярно сагиттальной плоскости. Как показали расчеты на ЭВМ, для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ значения фазовых скоростей ВБГ и волны Рэлея составляют соответственно: $v_{\text{ВГ}} = 1,755 \cdot 10^3$ м/с, $v_{\text{Р}} = 1,865 \cdot 10^3$ м/с, $K^2 = 1,52 \cdot 10^{-2}$.

Приложение внешнего электрического поля $\bar{E}$ понижает симметрию кристалла до триклинной, индуцируя появление новых материальных констант. Общий тензор Γ_{ij} (1.77) в этом случае не имеет нулевых членов. Двухпарциальные волны Рэлея и ВБГ трансформируются в четырехпарциальные волны: к двум парциальным составляющим добавляются с малыми амплитудами еще две парциальные волны. Аналогичные изменения свойств ВБГ возникают и при приложении $\bar{E}$ вдоль $X_3 \parallel [1\bar{1}0]$.

Действие $\bar{E}$ вдоль $X_2 \parallel [001]$ приводит к моноклинной симметрии кристалла. В этом случае меняются только численные значения уже существующих констант, и, как и в случае $\bar{E} = 0$, в направлении $[110]$ плоскости (110) распространяются две двухпарциальные волны Рэлея и ВБГ. Изменения фазовых скоростей волны Рэлея и ВБГ определяется коэффициентами управления: $\alpha_{\text{Р}}^{\bar{E}} = -5.2 \cdot 10^{-11}$ м·В⁻¹, $\alpha_{\text{ВГ}}^{\bar{E}} = -7.0 \cdot 10^{-11}$ м·В⁻¹, $K^2(\bar{E}) = 1.8 \cdot 10^{-2}$ ($\bar{E} = 10^8$ В·м⁻¹).

Влияние $\bar{E}$ на характеристики волн Рэлея в направлении $[100]$ плоскости (001) уже рассматривалось выше (1.91). Действие $\bar{E}$ вдоль $X_2 \parallel [010]$ понижает симметрию кристалла до моноклинной класса 2, индуцируя появление новых материальных констант, в том числе: $\tilde{C}_{46} = (C_{456}d_{14} - e_{156})\bar{E}$, $\tilde{e}_{16} = (e_{156}d_{14} + H_{44})\bar{E}$, $\tilde{\epsilon}_{13} = (H_{44}d_{14} + \epsilon_{123}^{\eta})\bar{E}$. В этом случае система уравнений (1.75), как и в линейном случае, разделяется на две независимых и одна из них имеет вид:

$$\begin{pmatrix} C_{44}^E(1+N_3^2) + 2\tilde{C}_{46}N_3 - \rho_0 v^2 & 2e_{14}N_3 + \tilde{e}_{16}(1+N_3^2) \\ 2e_{14}N_3 + \tilde{e}_{16}(1+N_3^2) & -[\epsilon_{11}^{\eta}(1+N_3^2) + \tilde{\epsilon}_{13}N_3] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_2 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = 0. \quad (1.97)$$

Из (1.97) следует возможность существования ВБГ, которая будет обобщенной ПАВ.

Необходимым, но недостаточным условием существования ВБГ является пьезоактивность объемной сдвиговой волны, поляризованной вдоль оси симметрии четвертого порядка. Значение фазовой скорости ВБГ в большой степени обусловлено величиной КЭМС, поэтому в невозмущенном кристалле симметрии 23 в направлении $[100]$ плоскости (001) существование ВБГ невозможно (объемные сдвиговые волны непьезоактивны). Действие $\bar{E}$

вдоль $X_2 \parallel [010]$ также снимает вырождение скоростей сдвиговых волн для направления $[100]$. Собственные значения и собственные векторы тензора Грина-Кристоффеля возмущенного кристалла для этого случая по методике, предложенной выше (1.51) – (1.54), нетрудно получить:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \rho_0 v_t^2 = C_{44}^E + \frac{(\tilde{e}_{16})^2}{\varepsilon_{11}^\eta}, \\ \lambda_2 &= \rho_0 v_{Lim}^2 = \frac{C_{11} + C_{44}^E}{2} - \sqrt{\frac{(C_{11} - C_{44}^E)^2}{4} - b_1 b_2}, \\ b_1 &= (C_{11} d_{14} + a_2) \bar{E}, \quad b_2 = (C_{44}^E d_{14} + a_2) \bar{E}\end{aligned}\tag{1.98}$$

«Медленной» квазисдвиговой волне (QSS) с собственным значением λ_2 соответствует собственный вектор с ориентацией $U^{Lim} \leftrightarrow (U_1, 0, U_3)$, лежащий в сагиттальной плоскости и составляющий с осью X_3 угол $\psi = \arctg \left(\frac{b_1}{C_{11} + \lambda_2} \right)$. Такая волна обладает скоростью, предельной для ПАВ Рэлея, но, как уже отмечалось выше, не удовлетворяет условию свободной поверхности. Для анализа свойств ВБГ представляет интерес «быстрая» чисто сдвиговая волна с собственным значением λ_1 и собственным вектором $U^i \leftrightarrow (0, 1, 0)$ (поляризация совпадает с осью симметрии второго порядка). Данная волна становится пьезоактивной за счет индуцированной действием электрического поля пьезоконстанты $\tilde{e}_{16}$. Вследствие малости величины $\tilde{e}_{16} \ll e_{14}$ и, соответственно, коэффициента электромеханической связи в реальных цифрах для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ получается следующее соотношение между скоростями упругих волн:

$$v_{B_{\infty}} < v_L < v_{B_0} < v_t,\tag{1.99}$$

т.е. в данном случае ВБГ существует только для металлизированной поверхности. Для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ $v_{B_{\infty}} = 1642.2 \text{ м / с}$ ($\bar{E} = 10^8 \text{ В / м}$).

На основе приведенных выше уравнений и соотношений, определяющих зависимости основных характеристик поверхностных акустических волн от статических внешних воздействий, были выполнены с помощью ЭВМ расчеты влияния постоянного электрического поля на свойства ПАВ на примере пьезоэлектриков $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, LiNbO_3 , а также расчет влияния однородных механических напряжений на свойства ПАВ на примере пьезоэлектрика $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ и кристалла алмаза.

В качестве стандартных характеристик на рисунках ниже приводятся коэффициенты управления α_R^E и α_R^τ и фазовая скорость волн Рэлея v_R , коэффициент электромеханической связи K^2 , углы отклонения потока энергии от сагиттальной плоскости γ . В расчетах

ориентационных зависимостей коэффициентов управления α_R^E рассматривались три варианта приложения $\vec{E}$: $\vec{M} \parallel X'_1$, $\vec{M} \parallel X'_2$ и $\vec{M} \parallel X'_3$ (в первых двух случаях рассматривалась свободная поверхность, в последнем – только металлизированная, что более соответствует условиям реального эксперимента); для α_R^{τ} учитывалось два варианта приложения давления: $\vec{P} \parallel X'_1$ и $\vec{P} \parallel X'_2$.

Плоскость (001) кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (рисунок А.11). Максимальные изменения скорости ПАВ в ситуации, когда поле E прилагается вдоль направления распространения волны ($\vec{M} \parallel X'_1$), достигаются в направлениях [100] и [010]: $\alpha_R^E = -5,8 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$. Отметим, что при приложении $\vec{E}$ к кристаллу направления распространения волны [100] и [010], неразличимые в линейном случае, становятся неравноправными, т.к. согласно принципу Кюри происходит понижение симметрии кристалла до моноклинной.

В направлении [110] при $\vec{E}=0$ может распространяться трехпарциальная волна Рэлея с максимальным значением КЭМС: $K^2(0) = 1,64 \cdot 10^{-2}$. Приложение $\vec{E}$ ($\vec{M} \parallel X'_1$) трансформирует эту волну в четырехпарциальную с относительно малым изменением скорости: $\alpha_R^E = -0,5 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ (рисунок А.11, а). Влияние поля на отклонение потока энергии от сагиттальной плоскости в данной ситуации незначительно, максимальное изменение $\Delta\gamma \sim 0,3^\circ$.

Отметим, что в рассмотренных случаях, кроме направлений [100] и [010], волна Рэлея при возмущении полем становится обобщенной, хотя при $E=0$ в любом направлении данной плоскости волна Рэлея остается истинной.

При приложении $\vec{E}$ перпендикулярно свободной поверхности ($\vec{M} \parallel X'_3$) максимальное значение коэффициента управления достигается в направлении [110]: $\alpha_R^E = -9,0 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$. Напомним, что в данном варианте характеристики ПАВ рассматриваются только для металлизированной поверхности. Как и в предыдущем случае, в направлении [110] волна Рэлея трансформируется в четырехпарциальную, однако КЭМС принимает максимальное значение: $K^2(E) = 2,1 \cdot 10^{-2}$. Отклонение потока энергии также незначительно.

Характерно, что в направлениях [100] и [010] волна Рэлея перестает быть чистой модой: $\gamma(\vec{E}) = -1,1^\circ$ и $\gamma(\vec{E}) = 0,9^\circ$ соответственно. В отличие от предыдущего случая, при $\vec{E} \neq 0$ в любом направлении данной плоскости волна Рэлея остается истинной. Приложение E в случае $\vec{M} \parallel X'_2$ изменяет скорость волны незначительно, вследствие чего на рисунке А.11, б соответствующий график отсутствует.

Рисунок А.12 представляет характер влияния одноосного механического напряжения сжатия на распространение ПАВ в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$. Когда одноосное напряжение

ориентировано вдоль осей типа $\langle 100 \rangle$, симметрия кристалла понижается до орторомбической, точечная группа 222. В этом случае новые «морфические» константы не индуцируются, а количественно изменяются существующие тензорные компоненты материальных свойств, тем самым структура ПАВ в этих направлениях не изменяется. Максимальное значение изменения скорости возникает для ситуации $\vec{N} \parallel [110], \vec{P} \parallel X'_2 \parallel [1\bar{1}0] (\alpha_R^r = 7,4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2 \cdot \text{Н}^{-1})$.

Кристалл ниобата лития (точечная группа симметрии 3m) среди известных пьезоэлектрических материалов обладает уникальным сочетанием наибольшей величины коэффициента электромеханической связи с малым уровнем поглощения высокочастотных упругих волн, что обусловило широкие возможности его применения в устройствах акустоэлектроники. На основе литературных данных [199] был выполнен расчет характеристик ПАВ при приложении к кристаллу ниобата лития внешнего электрического поля.

В плоскости Z-среза, перпендикулярной оси симметрии 3-го порядка, приложение $E \parallel X'_1$ искажает исходную анизотропию более значительно, чем в кристалле силикосилленита. Так, максимальное изменение фазовой скорости ПАВ возникает в направлении под углом 30° с осью $X_1 [2\bar{1}\bar{1}0]$: $\alpha_R^E = -25,8 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $\alpha_R^E = -15,6 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ для свободной и металлизированной поверхности соответственно. При этом в направлении под углом 90° , аналогичном по «линейным» свойствам ПАВ, изменение фазовой скорости (для свободной поверхности) значительно меньше и определяется коэффициентом управления $\alpha_R^E = -7,6 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$. Заметные изменения происходят и с коэффициентом электромеханической связи: в направлении под углом $30^\circ K^2(E) = 0$, для направления под углом $90^\circ K^2(E) = 2,36 \cdot 10^{-2}$ при $K^2(0) = 2,23 \cdot 10^{-2}$. Действие поля существенно меняет и направление потока энергии ПАВ: так, под углом $24^\circ \gamma(0) = 5,5^\circ$, $\gamma(E) = 1,1^\circ$, а уже для направления под углом $28^\circ \gamma(0) = 3,9^\circ$, $\gamma(E) = -5,0^\circ$ (рисунок А.13).

Приложение $\vec{E} \parallel X'_2$ производит несколько меньшее влияние на фазовую скорость упругой волны. Максимальное изменение фазовой скорости ПАВ возникает в направлениях под углами 30° и 96° с осью $X_1 [2\bar{1}\bar{1}0]$: $\alpha_R^E = -6,7 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$. Значительны различия в коэффициентах управления для свободной и металлизированной поверхности. Например, в направлении под углом 36° эти величины составляют значения $\alpha_R^E = -5,2 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $\alpha_R^E = 1,1 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ для свободной и металлизированной поверхности соответственно.

Приложение E вдоль оси X_3 ($\vec{M} \parallel [0001]$ - ось симметрии 3-го порядка) качественно не меняет характер анизотропии ПАВ-параметров, поскольку остается неизменной эффективная симметрия кристалла. Максимальные значения коэффициентов управления - в направлениях:

$\alpha_R^E = -6,9 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $\alpha_R^E = -7,3 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$. Приложение поля несколько уменьшает КЭМС и угол отклонения потока энергии ПАВ. Для этого варианта ориентации поля в целом характерно наименьшее среди рассмотренных в этом срезе изменение фазовой скорости ПАВ.

Плоскость X-среза кристалла LiNbO_3 (рисунок А.14). В X-срезе кристалла LiNbO_3 при $\vec{E}=0$ в любом направлении может распространяться только обобщенная волна Рэлея. Важный параметр КЭМС достигает максимальных значений $K^2(0) = 3,53 \cdot 10^{-2}$ и $K^2(0) = 4,96 \cdot 10^{-2}$ в направлениях $X_2([01\bar{1}0])$ и $X_3([0001])$ соответственно (рисунок А.14, в).

Приложение $\vec{E} \parallel X'_1$ вызывает максимальное изменение фазовой скорости ПАВ в направлениях X_2 , X_3 и под углом 48° с осью X_2 : $\alpha_R^E = 26,5 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$, $\alpha_R^E = 5,6 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $\alpha_R^E = -12 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ соответственно.

При приложении $\vec{E} \parallel X'_2$ максимальные значения коэффициентов управления $\alpha_R^E = -24,7 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $\alpha_R^E = 15,3 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ достигаются в направлениях под углами 18° и 63° с осью X_2 . Значительные изменения коэффициента электромеханической связи и угла отклонения потока энергии ПАВ происходят в интервале углов от 63° с осью X_2 до направления $[0001]$.

Поле вдоль X'_3 значительно слабее изменяет ПАВ-характеристики. Максимальное значение коэффициента управления $\alpha_R^E = -4,1 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ возникает в направлении под углом 78° . Изменения коэффициента электромеханической связи и угла отклонения потока энергии ПАВ незначительны.

Плоскость Y-среза кристалла LiNbO_3 (рисунок А.15). Как и в рассмотренных выше плоскостях, в Y-срезе кристалла LiNbO_3 при $\vec{E}=0$ в любом направлении может распространяться только обобщенная волна Рэлея. Максимальное значение КЭМС достигается в направлении $[0001]$ ($K^2(0) = 4,75 \cdot 10^{-2}$), минимальное - в $[2\bar{1}\bar{1}0]$ ($K^2(0) = 1,57 \cdot 10^{-2}$) соответственно (рисунок А.15, в). Максимальные величины угла отклонения потока энергии ПАВ происходят в направлениях под углами 39° и 81° с осью X_1 : $\gamma(0) = -7,6^\circ$ и $\gamma(0) = 4^\circ$ соответственно (рисунок А.15, г).

Действие $\vec{E}$ вдоль направления распространения ПАВ ($\vec{E} \parallel X'_1$) вызывает максимальное изменение скорости волны в направлении под углом 30° к $X_1([2\bar{1}\bar{1}0])$: $\alpha_R^E = -13,4 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$. Существенные изменения углов происходят в секторе направлений от 27° до 63° с осью X_1 . Например, в направлении под углом 45° к X_1 $K^2(0) = 2,8 \cdot 10^{-2}$, а $K^2(E) = 2,2 \cdot 10^{-2}$. Волна Рэлея перестает быть чистой модой ($\gamma(E) = -2,7^\circ$) в направлении X_1 , сохраняя это качество в направлении $X_3 [0001]$.

При приложении поля к кристаллу вдоль $X'_2 \parallel [01\bar{1}0]$ максимальное значение $\alpha_R^E = 17,6 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ достигается для направления распространения $[0001]$. В направлении распространения $X_1([2\bar{1}\bar{1}0])$ волна остается чистой модой, теряя это качество в направлении X_3 $[0001]$ ($\gamma(E) = 2,1^0$).

При $\vec{M} \parallel X'_3$ максимальное изменение скорости волны возникает в направлении $[2\bar{1}\bar{1}0]$: $\alpha_R^E = -21,5 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ (металлизированная поверхность). Влияние поля на отклонение потока энергии незначительно. Вдоль осей $X_1([2\bar{1}\bar{1}0])$ и X_3 $[0001])$ волна Рэлея остается чистой модой.

Срезы кристалла ниобата лития, ориентированные параллельно Y - срезу и повернутые вокруг X'_1 (направления распространения ПАВ), нашли применение в акустоэлектронике благодаря отсутствию помех, связанных с возбуждением объемных волн, и возможностью создания устройств с широкой полосой пропускания [200]. Экспериментально обнаружено, что в линиях задержки, сделанных из пластин Y - среза, повернутых на 128^0 (38^0 X - срез) и повернутых на $136,5^0$ ($16,5^0$ DR-срез), можно добиться достаточно эффективного управления временем задержки, которое линейно зависит от величины приложенного электрического поля [201, 202]. Из рисунка А.16, а, б следует, что при приложении поля $\vec{M} \parallel X'_3$ максимальное изменение скорости волны может быть достигнуто в направлении под углом 61^0 : $\alpha_R^E = -24,6 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$. Характерной особенностью данного варианта исследования анизотропии является то, что как в отсутствие поля, так и в возмущенном случае, волна Рэлея остается чистой модой. Зачерненными квадратами на рисунке А.16, а обозначены экспериментальные значения коэффициентов управления в срезах 38^0 X и $16,5^0$ DR [202]: $|\alpha_R^E| = 14,1 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $|\alpha_R^E| = 13,6 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ соответственно. Наши расчеты дают результаты в этих срезах: $|\alpha_R^E| = 15,8 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $|\alpha_R^E| = 15,2 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ соответственно, что можно считать хорошим совпадением. Для этих же срезов в [202] были измерены коэффициенты управления для случая приложения поля вдоль $\vec{M} \parallel X'_2$: $|\alpha_R^E| = 0,6 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $|\alpha_R^E| = 0,14 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ соответственно. Нами получено, что в данном варианте: $|\alpha_R^E| = 4,3 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ и $|\alpha_R^E| = 3,0 \cdot 10^{-11} \text{ м} \cdot \text{В}^{-1}$ соответственно.

Итак, для случая $\vec{M} \parallel X'_3$ согласие с экспериментом - хорошее; напротив, для $\vec{M} \parallel X'_2$ результаты различаются более чем на порядок. Такое различие во втором варианте приложения поля может быть объяснено тем, что все аналитическое рассмотрение проводилось нами при условии однородности постоянного поля. На практике эти условия реально могут быть

выполнены именно для первого варианта, в то время как в эксперименте [202] была использована стандартная конструкция пьезоэлектрического конвольвера, где краевые эффекты, а также существенно иной набор нелинейных материальных параметров, «работающих» за счет неоднородности электрического поля, должны играть существенную роль.

На рисунках А.17-А.19 (Приложение А) представлены результаты вычислений анизотропии характеристик поверхностных акустических волн в кристалле алмаза [186] (фазовые скорости, угол отклонения потока энергии от сагиттальной плоскости и коэффициенты управляемости) при различных вариантах приложения одноосного механического давления (вдоль направления распространения волны; ортогонально сагиттальной плоскости и вдоль нормали к свободной поверхности кристалла) в плоскостях (001), (110) и (111).

Максимальные значения коэффициенты управляемости α_v во всех плоскостях достигаются при приложении одноосного механического давления P вдоль нормали к свободной поверхности, что можно объяснить значительным изменением граничных условий для свободной поверхности. Следует обратить внимание, что в этом случае подразумевается, как это отмечалось выше, что внешнее механическое давление вдоль нормали к свободной поверхности осуществляется без нарушения механических граничных условий (газовая нагрузка), а также возникнет сильное затухание волны Рэлея. Также при данном варианте приложения одноосного механического давления максимальны изменения угла отклонения потока энергии (штриховая линия на рисунках А.15-А.17, б). При других вариантах приложения P к кристаллу изменения угла потока энергии ПАВ незначительны и составляют десятые доли градуса.

В плоскости (111) изменения фазовой скорости от направления распространения волны минимальны и составляют порядка ~ 70 м/с. Аналогично анизотропия коэффициентов управляемости α_v лежит в узком интервале, например, при $P||X_1$, т.е. приложение одноосного механического давления вдоль направления распространения волны имеет значения от $-1,71 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ до $-1,49 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$.

Кристалл кварца вследствие наличия термостабильных свойств характеристик упругих волн является несомненным лидером применения в устройствах акустоэлектроники [203, 204]. Однако, потребность улучшения характеристик резонаторов, фильтров и т.п., как для компенсации внутренних и электрод-индуцированных термических напряжений кристаллической пластины, а также напряжения вследствие от приложенных извне сил и давлений, вызвало ряд исследований изменения характеристик ПАВ вследствие приложения

внешнего давления [205.-, 208]. Для подтверждения достоверности выполненных расчетов в настоящей работе был выполнен расчет влияния внешнего одноосного давления на характеристики ПАВ в кристалле кварца в Y – срезе (углы Эйлера $(0^\circ, 90^\circ, 0^\circ)$) и в ST – срезе (углы Эйлера $(0^\circ, 132.75^\circ, 0^\circ)$). На рисунке 1.3 представлены коэффициенты управляемости α_v (1.76) фазовой скорости ПАВ в кристалле кварца при изменении направления вектора приложения внешнего давления. Треугольниками отмечены экспериментальные значения коэффициентов α_v из работы [209].

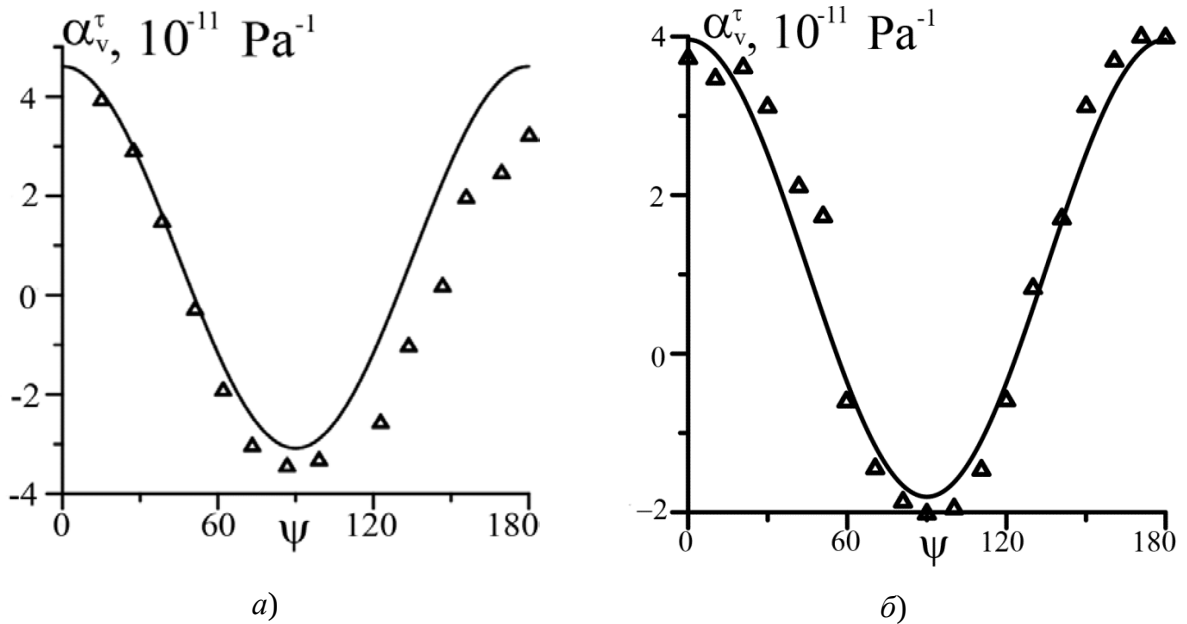


Рисунок 1.3 – Коэффициенты управляемости ПАВ в кристалле кварца в зависимости от азимутального угла вектора внешнего одноосного давления: а) ST-срез; б) Y-срез. Треугольниками отмечены экспериментальные значения α_v [209]

На основе выполненных расчетов анизотропии характеристик ПАВ кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ и LiNbO_3 , подвергнутых, в частности, воздействию внешнего электрического поля, оценим эффективность этих кристаллов для создания управляемых устройств акустоэлектроники. К числу наиболее распространенных управляемых акустоэлектронных устройств следует отнести многочисленные варианты линий задержки и фазовращателей [210]. Как показано в работе [140], фазовый сдвиг $\Delta\varphi$ и изменение времени задержки сигнала Δt при распространении упругой волны через образец связаны с управляющим электрическим полем соотношением:

$$\frac{\Delta\varphi}{\varphi(0)} = \frac{\Delta t}{t(0)} = -\alpha_v \bar{E}. \quad (1.100)$$

При этом абсолютное значение фазового сдвига определяется соотношением:

$$\varphi = \frac{2\pi fl}{v}, \quad (1.101)$$

где f – частота сигнала ПАВ.

При оценке $\Delta\varphi$ и Δt используем конструктивные параметры фазовращателя на ПАВ, выполненного на основе ниобата лития [211]. В этом устройстве при длине звукопровода 0,01 м, $E = 8 \cdot 10^6$ В/м и рабочей частоте $4 \cdot 10^7$ Гц достигнута задержка сигнала 10 мкс и фазовый сдвиг $\Delta\varphi = 16^\circ$. Для аналогичных устройств, выполненных на основе кристалла $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в направлении распространения ПАВ [110] в плоскости (001), можно добиться относительного изменения времени задержки ± 72 нс и фазового сдвига $\Delta\varphi \approx 50^\circ$. При использовании образца кристалла LiNbO_3 , ориентированного в повернутом Y-срезе на 61° , в этом устройстве управление задержкой сигнала составляет ± 197 нс и $\Delta\varphi \approx 110^\circ$. При увеличении рабочей частоты фазовращателя величина $\Delta\varphi$ пропорционально увеличивается. Это означает возможность значительно снизить величину управляющего напряжения E . Таким образом, использование кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ и LiNbO_3 в устройствах акустоэлектроники значительно улучшает параметры устройств.

1.4. Область применения линейного приближения в теории влияния внешних статических воздействий на распространение упругих волн в пьезоэлектрических кристаллах

В работе [212] выполнен анализ учета материальных тензоров третьего порядка: пьезокоэффициентов, диэлектрической проницаемости и электрострикции при расчете характеристик резонаторов ПАВ на кристаллах кварца и лангсита, находящихся в стресс-индуцированном состоянии при воздействии внешнего давления. В частности, отмечено, что в некоторых направлениях распространения ПАВ игнорирование учета нелинейных материальных параметров приводит к существенным ошибкам в сравнении с экспериментальными данными.

Однако для создания устройств акустоэлектроники разработчикам необходимо знать условия и диапазон применения теории распространения упругой волны в пьезокристалле, подвергнутом внешнему воздействию (постоянное электрическое поле или одноосное механическое давление), в пределах которого скорость волны линейно зависит от величины воздействия. В кристаллах с выраженной нелинейностью электромеханических свойств (НЭМС), а также при увеличении величины воздействия линейное приближение может оказаться недостаточным, вследствие чего потребуются учет нелинейности более высокого порядка. Также необходимо выполнить оценку геометрической нелинейности (без учета механической прочности или электрического пробоя) и исследовать влияние величин тензоров нелинейных материальных свойств ряда пьезоэлектриков с известными значениями коэффициентов НЭМС.

Распространение упругой волны малой амплитуды в однородно-деформированных анизотропных средах при статических воздействиях на пьезокристалл, как показано выше, описывается уравнениями (1.15)-(1.17). Уравнения состояния для описания изменения условий распространения упругой волны малой амплитуды при воздействии механических и электрических статических полей получены из разложения в ряд Тейлора термодинамического потенциала – электрической энтальпии H_2 (табл. (1.3)). Тензор деформации для однородных статических воздействий представляется в виде суммы динамической и статической частей (уравнения (1.18), (1.19)). Все изменения в конфигурации анизотропной сплошной среды, связанные с ее статической деформацией, и в частности, изменения формы кристалла – растяжения и повороты элементарных линий, параллельных ребрам образца, учитываются самосогласованно. При выводе уравнений (1.15)-(1.17) предполагалось, что можно пренебречь влиянием максвелловских напряжений и электрострикционной деформации среды, пропорциональных квадрату электрического поля, вследствие их второго порядка малости.

Значения тензора статических деформаций Грина $\bar{C}_{GC}$ (1.20), (1.21) были получены из уравнений состояния для статических величин путем разложения в ряд Тейлора термодинамического потенциала энтальпии H (табл. 1.3):

$$\begin{aligned}\bar{\eta}_{AB} &= S_{ABCD}^E \bar{\tau}_{CD} + d_{MAB} \bar{E}_M, \\ \bar{D}_M &= \varepsilon_{MN}^* \bar{E}_N + d_{MAB}^* \bar{\tau}_{AB},\end{aligned}\quad (1.102)$$

Следуя (1.102), тензор статических деформаций Грина при приложении внешнего электрического поля или статического механического давления примет вид:

$$\begin{aligned}\bar{C}_{GC} &= \delta_{GC} + 2d_{MGC} \bar{E}_M, \\ \bar{C}_{GC} &= \delta_{GC} + S_{GCKL}^E \bar{\tau}_{KL}, \quad \bar{\tau}_{KL} = -\bar{\tau}_K P_L.\end{aligned}\quad (1.103)$$

Уравнение Грина-Кристоффеля (1.29), (1.74) с учетом внешних воздействий электрического поля и механического давления в общем виде можно записать:

$$\begin{aligned}\left[\Gamma_{BC}(\bar{E}, \bar{\tau}) - \rho_0 v^2 \delta_{BC} \right] \tilde{U}_B &= 0, \\ \Gamma_{BC}(\bar{E}, \bar{\tau}) &= \Gamma_{BC}^{ynp}(\bar{E}, \bar{\tau}) + \frac{e_B^o(\bar{E}, \bar{\tau}) e_C^{np}(\bar{E}, \bar{\tau})}{\varepsilon^*(\bar{E}, \bar{\tau})}.\end{aligned}\quad (1.104)$$

где компоненты имеют вид:

$$\begin{aligned}\Gamma_{BC}^{ynp}(\bar{E}) &= C_{ABCD}^* N_A N_D + 2d_{NFC}^E C_{ABFD}^E N_A N_D M_N \bar{E} + \\ &\quad + (2C_{MBFN}^E S_{ADCF}^E + \delta_{BC} \delta_{AM} \delta_{DN}) P_M P_N \bar{\tau} N_A N_D, \\ e_B^o &= e_{PAB}^* N_P N_A, \\ e_C^{np} &= e_C^o + 2d_{JMC} e_{PAM} N_P N_A M_J \bar{E} + \\ &\quad + 2e_{AFD}^E S_{MNCF}^E P_M P_N N_A N_D \bar{\tau}, \\ \varepsilon^* &= \varepsilon_{PQ}^* N_P N_Q.\end{aligned}\quad (1.105)$$

Эффективные материальные тензоры модулей упругости, пьезоэлектрических констант и диэлектрической проницаемости, в приближении линейной зависимости от величин постоянного электрического поля $\bar{E}$ или статического механического напряжения $\bar{\tau}$, имеют вид (1.78).

Рассмотрим влияние внешнего однородного электрического поля на распространение ОАВ в плоскости (001) кубического пьезоэлектрика симметрии 23. Приложение к кристаллу внешнего электрического поля, которое имеет симметрию конуса ∞m , вдоль направления [001], согласно принципу Кюри, понижает симметрию кристалла до моноклинной класса 2 [213], где ось симметрии второго порядка направлена также вдоль направления [001]. Вследствие чего индуцируются новые эффективные материальные постоянные, равные нулю в отсутствие поля:

$$\begin{aligned} C_{16}^* &= (C_{166}d_{14} - e_{124})\bar{E}, & C_{26}^* &= (C_{155}d_{14} - e_{134})\bar{E}, \\ C_{45}^* &= (C_{456}d_{14} - e_{156})\bar{E}, & C_{36}^* &= (C_{144}d_{14} - e_{114})\bar{E}, \\ e_{15}^* &= (e_{156}d_{14} + H_{44})\bar{E}, & e_{31}^* &= (e_{124}d_{14} + H_{12})\bar{E}, \\ e_{33}^* &= (e_{114}d_{14} + H_{11})\bar{E}, & \varepsilon_{24}^* &= (H_{44}d_{14} + \varepsilon_{123})\bar{E}. \end{aligned} \quad (1.106)$$

Вследствие конечной деформации кристалла в общем случае тензор Грина-Кристоффеля (1.104) становится несимметричным. В частности, для распространения ОАВ в плоскости (001) недиагональные компоненты тензора Грина-Кристоффеля (1.105) равны:

$$\begin{aligned} \Gamma_{12} &= (C_{12}^E + C_{44}^E)N_1N_2 + (C_{16}^* + 2C_{12}^Ed_{14}\bar{E})N_1^2 + (C_{26}^* + 2C_{44}^Ed_{14}\bar{E})N_2^2, \\ \Gamma_{21} &= (C_{12}^E + C_{44}^E)N_1N_2 + (C_{16}^* + 2C_{44}^Ed_{14}\bar{E})N_1^2 + (C_{26}^* + 2C_{11}^Ed_{14}\bar{E})N_2^2. \end{aligned} \quad (1.107)$$

При увеличении значения модуля постоянного электрического поля несимметричность тензора Грина-Кристоффеля приводит к тому, что изменение фазовой скорости ОАВ $\Delta v/v_0$ от $\bar{E}$ при определенных значениях величины поля отклоняется от линейной зависимости. Так, численным моделированием показано, что для кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ линейный характер изменения $\Delta v/v_0$ практически сохраняется до величины $\bar{E} \approx 10^8$ В/м (Рисунок 1.4, а). Необходимо отметить, что при величинах модуля $\bar{E}$, превышающих 10^{10} В/м, собственные значения тензора Грина Кристоффеля (1.104) могут становиться отрицательными, вследствие чего значения фазовых скоростей ОАВ будут комплексными. Это обусловлено тем, что диагональные компоненты тензора Грина-Кристоффеля по абсолютной величине становятся меньше в сравнении с недиагональными, т.е. матрица тензора Грина-Кристоффеля перестает быть положительно определенной с диагональным преобладанием [214]. Интервал линейности зависимости изменения $\Delta v/v_0$ от $\bar{E}$ зависит, в первую очередь, от пьезоэлектрических свойств кристалла. В частности, в кристалле ниобата лития, который является более «сильным» пьезоэлектриком по сравнению с $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, в отдельных пьезоактивных направлениях линейный характер изменения $\Delta v/v_0$ сохраняется только до величин $\bar{E} \approx 10^7$ В/м. Ясно, что в

данном случае влияние геометрической нелинейности на искажение формы и размеров образца более выражено [215].

Действие статического одноосного давления, которое имеет симметрию цилиндра ∞/mmm , вдоль направления $[001]$, согласно принципу Кюри, понижает исходную симметрию кристалла 23 до ромбической класса 222. Поэтому, в отличие от действия постоянного электрического поля, происходит только модификация уже существующих материальных постоянных, которые теперь соответствуют ромбической сингонии:

$$\begin{aligned}
 C_{11}^* &= C_{11} + [C_{113}S_{11} + (C_{111} + C_{112})S_{12}]\bar{\tau}; & C_{22}^* &= C_{11} + [C_{112}S_{11} + (C_{111} + C_{113})S_{12}]\bar{\tau}; \\
 C_{33}^* &= C_{11} + [C_{111}S_{11} + (C_{112} + C_{113})S_{12}]\bar{\tau}; & C_{12}^* &= C_{12} + [C_{123}S_{11} + (C_{112} + C_{113})S_{12}]\bar{\tau}; \\
 C_{13}^* &= C_{12} + [C_{112}S_{11} + (C_{123} + C_{113})S_{12}]\bar{\tau}; & C_{23}^* &= C_{12} + [C_{113}S_{11} + (C_{112} + C_{123})S_{12}]\bar{\tau}; \\
 C_{44}^* &= C_{44}^E + [C_{155}S_{11} + (C_{144} + C_{166})S_{12}]\bar{\tau}; & C_{55}^* &= C_{44}^E + [C_{166}S_{11} + (C_{144} + C_{155})S_{12}]\bar{\tau}; \\
 C_{66}^* &= C_{44}^E + [C_{144}S_{11} + (C_{155} + C_{166})S_{12}]\bar{\tau}; & & \\
 e_{14}^* &= e_{14} + [e_{134}S_{11} + (e_{114} + e_{124})S_{12}]\bar{\tau}; & e_{25}^* &= e_{14} + [e_{124}S_{11} + (e_{114} + e_{134})S_{12}]\bar{\tau}; \\
 e_{36}^* &= e_{14} + [e_{114}S_{11} + (e_{124} + e_{134})S_{12}]\bar{\tau}; & & \\
 \varepsilon_{11}^* &= \varepsilon_{11}^\eta + [H_{21}S_{11} + (H_{11} + H_{12})S_{12}]\bar{\tau}; & \varepsilon_{22}^* &= \varepsilon_{11}^\eta + [H_{12}S_{11} + (H_{11} + H_{21})S_{12}]\bar{\tau}; \\
 \varepsilon_{33}^* &= \varepsilon_{11}^\eta + [H_{11}S_{11} + (H_{12} + H_{21})S_{12}]\bar{\tau}. & &
 \end{aligned} \tag{1.108}$$

Таким образом, в этом случае тензор Грина-Кристоффеля остается симметричным и линейный характер изменения $\Delta v/v_0$ при действии одноосного напряжения сохраняется до величин $\bar{\tau} \approx 5 \cdot 10^8$ Па (Рисунок 1.4, б). Симметричность тензора Грина-Кристоффеля при учете статической деформации кристалла сохраняется при действии давления вдоль элементов симметрии кристалла, но в произвольном направлении тензор Грина-Кристоффеля также становится несимметричным.

Кроме геометрической нелинейности, существенное влияние может оказать и физическая (пьезоэлектрическая нелинейность и электрострикция) нелинейность, особенно в кристаллах с сильной электромеханической связью. Для пьезодиэлектриков, как правило, пьезоэлектрическая деформация больше электрострикционной на 2-3 порядка. Однако даже в относительных слабых пьезоэлектрических кристаллах пьезоэлектрическая нелинейность и электрострикция могут существенным образом ограничивать линейную зависимость $\Delta v/v_0$ при приложении внешних статических воздействий. Рассмотрим влияние внешнего электрического поля, приложенного вдоль направления $[100]$, на распространение медленной сдвиговой волны в направлении $[010]$ кристалла группы симметрии 32. Уравнение (1.104) в данном случае имеет вид:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11}^{yp}(\bar{E}) + \frac{e_1^o e_1^{np}}{\varepsilon^*} - \rho_0 v^2 &= 0, \\
\Gamma_{11}^{yp}(\bar{E}) &= C_{66}^E + [(C_{222} - C_{111})d_{11} + C_{124}d_{14} - e_{112} + 2C_{66}^E d_{11}]\bar{E}, \\
e_1^o &= e_{12} + e_{26}^*, \quad e_1^{np} = e_1^o + 2e_{12}d_{11}\bar{E}, \quad e_{26}^* = [(e_{111} + e_{122})d_{11} - e_{156}d_{14} + H_{66}]\bar{E}, \\
\varepsilon^* &= \varepsilon_{11}^\eta + [(H_{21} - H_{11})d_{11} + H_{14}d_{14} - \varepsilon_{111}^\eta]\bar{E}.
\end{aligned} \tag{1.109}$$

Для расчета изменения фазовой скорости ОАВ (1.109) используем данные кристалла лангасита ($\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$). В данном случае эффективная пьезоконстанта $e_{26}^* = -5,3 \cdot 10^{-10} \times \bar{E}$ Кл/м², а $e_{12} = 0,44$ Кл/м² [145]. Таким образом эффективная пьезоконстанта e_{26}^* уже при значениях $\bar{E} \approx 10^8$ В/м становится сравнимой с пьезоконстантой e_{12} , но с обратным знаком. В следствии чего, пьезовекторы (1.109) с увеличением значения E становятся отрицательными, а характер изменения $\Delta v/v_0$ квадратичным (Рисунок 1.4, в). Следует отметить, что основной вклад в значение эффективной пьезоконстанты e_{26}^* определяется значением электрострикции $H_{66} = -4,55 \cdot 10^{-10}$ Ф/м, т.е. величинами электрострикции, сравнимыми с кристаллом $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, что в принципе возможно в изоморфных лангаситу кристаллах. Квадратичный характер изменения $\Delta v/v_0$ возможен и при меньших значениях величины внешнего электрического поля. Таким образом, определенное сочетание значений материальных констант кристалла, в первую очередь электрострикционных и пьезоэлектрических, также могут вносить ограничения в линейный характер зависимости $\Delta v/v_0$ от величины внешнего воздействия.

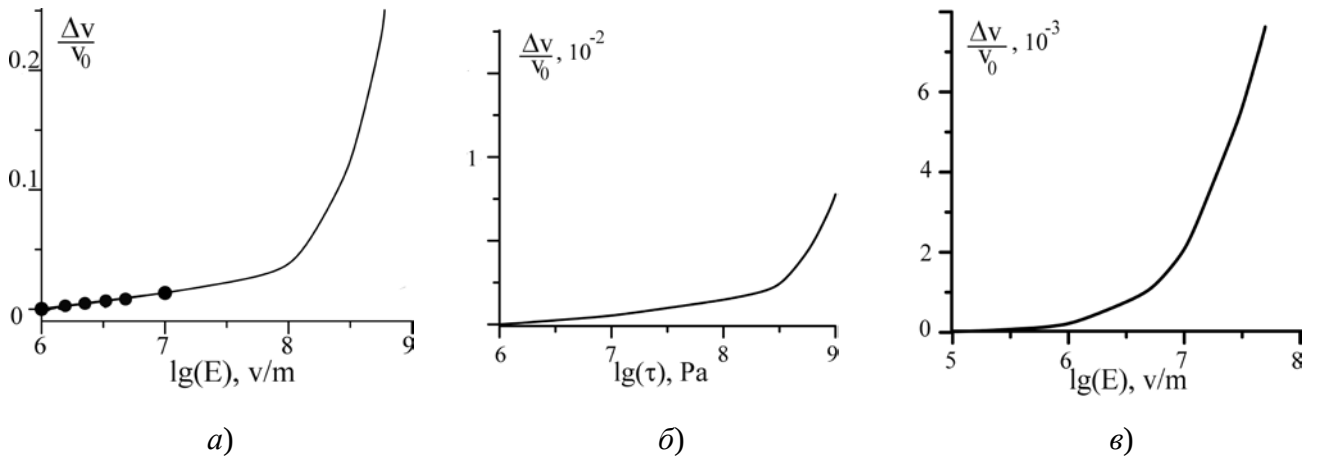


Рисунок 1.4 – Зависимости фазовой скорости ОАВ от внешнего воздействия вдоль [001] в $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (а, б) для сдвиговой волны вдоль: а) [110]; б) [100]. Точками обозначены экспериментальные данные из [140]. в) Зависимости фазовой скорости от внешнего электрического поля E вдоль [100] в кристалле группы симметрии 32 для сдвиговой волны вдоль [010]

1.5. Выводы к Главе 1

1. На основе имеющихся литературных данных рассмотрены основы термодинамики конечно-деформированной упругой пьезоэлектрической среды. Приведен явный вид термодинамических потенциалов, уравнений состояния и уравнения движения упругой волны в пьезоэлектрической среде, подвергнутой внешним воздействиям (электрическое поле и механическое давление) в материальном представлении. Приведен явный вид динамических и статических уравнений состояния и эффективных (зависящих от внешних воздействий) материальных постоянных пьезокристалла.

2. Приведено выражение для модифицированного тензора Грина-Кристоффеля и изложен аналитический подход к отысканию поправок к фазовым скоростям и векторам поляризации ОАВ, возникающих при статических внешних воздействиях, в произвольном направлении распространения ОАВ в кристаллах любой сингонии.

3. Продемонстрировано, что при статических внешних воздействиях акустическая ось кристалла касательного типа расщепляется на две конического, но ось конического типа смещается. Причем показано, что в окрестности точки вырождения (акустическая ось) изменения собственных значений (фазовой скорости) ОАВ под внешними статическими воздействиями описываются с помощью разложения в ряд Пуассона по дробно-степенным значениям от величины воздействия. Также продемонстрирована топология изменения поляризационных полей сдвиговых волн в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в окрестности точки вырождения при воздействии постоянного электрического поля на кристалл.

4. Получены энергетические соотношения для ОАВ в пьезоэлектрических кристаллах при приложении внешнего электрического поля и выражение для расчета потока энергии и лучевой скорости ОАВ в интервале линейной зависимости от E .

5. Выполнен расчет и анализ анизотропии характеристик ОАВ: коэффициентов управляемости фазовых скоростей, векторов поляризации упругой волны, групповых скоростей и углов отклонения потока энергии от волновой нормали при различных вариантах приложения внешнего воздействия (электрического поля и механического давления) в кристаллах силикосилленита, ниобата лития, лангасита и алмаза. Для совпадающих расчетной и экспериментальных ситуаций получено хорошее совпадение результатов.

6. На основе термодинамики конечно-деформированной упругой пьезоэлектрической среды также были получены основные уравнения и граничные условия, описывающие распространения ПАВ в пьезоэлектрических кристаллах, подвергнутых воздействию внешних электрического поля и одноосного механического давления.

7. Исследовано влияние внешних воздействий на свойства поверхностных акустических волн и предельную скорость в кристаллах группы симметрии 23. Показано на

примере кристаллов группы симметрии 23, что при воздействии внешнего электрического поля на кристалл волна Блюстейна-Гуляева трансформируется в четырехпарциальную волну, либо численно изменяются характеристики этой волны. Отмечено, что при воздействии E особая объемная волна может трансформироваться в волну Блюстейна-Гуляева.

8. Выполнен расчет и анализ анизотропии характеристик ПАВ: коэффициентов управляемости фазовых скоростей, КЭМС и углов отклонения потока энергии упругой волны от сагиттальной плоскости, для кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$, LiNiO_3 и алмаза при различных вариантах воздействия внешнего электрического поля или одноосного механического давления. Для совпадающих расчетной и экспериментальных ситуаций получено хорошее соответствие результатов, в том числе и для кристалла кварца, для которого имеются литературные данные влияния внешнего механического давления на скорость ПАВ. Показано, что при создании управляемых устройств акустоэлектроники на основе кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ и LiNiO_3 можно существенно оптимизировать рабочие характеристики этих устройств.

9. Выполнен детальный анализ области линейного приближения в теории, описывающей влияние внешних статических воздействий, на характеристики упругой волны. Отмечен как характер изменений характеристик упругой волны, так и характер возникающей нелинейности – геометрической и физической природы в пьезокристаллах, подвергнутых воздействию статических внешних воздействий – электрического поля и механического давления. Показано, что в общем случае линейная зависимость характеристик упругой волны от величины внешнего воздействия практически сохраняется до значений $\bar{E} \approx 10^8 \text{ В/м}$ и $\bar{\tau} \approx 5 \cdot 10^8 \text{ Па}$. Однако ограничениями применяемой теории линейного характера изменения свойств упругой волны может быть как возникающая геометрическая нелинейность, связанная со статической деформацией кристалла, так и сочетание пьезоэлектрических и электрострикционных свойств пьезокристалла.

Глава 2. Отражение и преломление объемных акустических волн в пьезоэлектриках при воздействии однородного электрического поля

2.1. Влияние внешнего электрического поля на условия распространения объемных акустических волн. Основные уравнения и граничные условия

В изложенной выше теории объемных и поверхностных акустических волн рассматривались условия распространения волн в бесконечном кристалле. На практике, тем более при создании устройств акустоэлектроники, приходится иметь дело с ограниченными кристаллами, в которых необходимо учитывать и, по возможности, использовать эффекты отражения и преломления волн от границы раздела двух сред. Теория отражения и преломления ОАВ на границе раздела двух непьезоэлектрических кристаллов рассматривалась в [149, 216]. Развитие теории с учетом особенностей распространения волн в пьезоэлектриках было выполнено [217, 218], которое также было изложено в [143, 219]. Эти результаты применялись, например, при разработке полигональных ультразвуковых линий задержки. В работах [220, 221] для произвольной пьезоэлектрической среды получены общие решения задачи отражения акустических и акустоэлектрических волн от механически свободной границы раздела, а также рассмотрены условия возникновения резонансного отражения волнового пакета упругой волны [222].

Для рассмотрения задачи об отражении и преломлении ОАВ от границы раздела двух ацентричных сред, как и в «линейном» случае, выберем в качестве рабочей ортогональную систему координат, в которой ось X'_3 направлена вдоль нормали к границе раздела, а ось X'_1 – вдоль границы раздела. Предполагается, что упругая волна падает на границу раздела из кристалла, занимающего полупространство $X'_3 < 0$. Решения волнового уравнения будем искать в виде плоских волн. При рассмотрении условий отражения и преломления волн также воспользуемся выражениями для плоской упругой гармонической волны и волны электрического потенциала, записанными с помощью векторов рефракции [216] $\vec{m} = \vec{N} / v$ ($\vec{N}$ – единичный вектор волновой нормали, v – фазовая скорость ОАВ):

$$\begin{aligned} U_i &= \overset{\circ}{U} \alpha_i \exp[i\omega(t - m_j x_j)] \\ \varphi &= \overset{\circ}{\varphi} \alpha_4 \exp[i\omega(t - m_j x_j)] \end{aligned} \quad (2.1)$$

Подставляя выражения (2.1) в волновые уравнения и уравнение электростатики (1.22) для динамических компонент термодинамических напряжений и электрической индукции (1.23), где эффективные упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические постоянные

определены соотношениями (1.24) и оставляя только члены, линейные по E , получим систему четырех однородных уравнений [223]:

$$[\Gamma_{BC} - \delta_{BC}\rho_0]\tilde{U}_B = 0, \quad (2.2)$$

где модифицированный тензор Грина-Кристоффеля Γ_{AB} имеет вид:

$$\begin{aligned} \Gamma_{AB} &= (C_{ABCD}^* + 2C_{ABFD}^E d_{JFC} M_J E) m_A m_D, \\ \Gamma_{B4} &= e_{IAB}^* m_I m_A, \\ \Gamma_{B4} &= \Gamma_{B4} + 2e_{PFD} d_{JDC} m_P m_F M_J E, \\ \Gamma_{44} &= -\varepsilon_{MI}^\eta m_M m_I, \\ \delta_{AA} &= 1; \quad A = 1, 2, 3; \quad \delta_{44} = 0. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Определитель системы (2.3) представляет собой полином восьмой степени относительно компоненты вектора рефракции m_3 отраженных и преломленных объемных акустических волн при заданном направлении падающей упругой волны. В общем случае величины m_3 могут быть комплексными в связи с возникновением эффекта полного внутреннего отражения [216]. При этом m_3 должны иметь отрицательную мнимую часть для кристалла, занимающего нижнее полупространство $X'_3 < 0$ (отраженные волны) и положительную мнимую часть для кристалла в верхнем полупространстве $X'_3 > 0$ (преломленные волны). Благодаря этому обеспечено условие затухания отраженных и преломленных волн в глубине соответствующих кристаллов.

Определение векторов рефракции $\vec{m}$ позволяет получить значения углов отражения и преломления ОАВ и соответствующих фазовых скоростей. Однако важнейшими энергетическими характеристиками отражения и преломления являются амплитудные коэффициенты отраженных и преломленных волн, которые характеризуют распределение энергии падающей волны между отраженными и преломленными волнами. Для определения данных коэффициентов необходимо сформулировать граничные условия. В случае жесткого акустического контакта двух кристаллов граничные условия для тензора термодинамических напряжений сводятся к требованию непрерывности нормальных компонент тензоров напряжений отраженных и преломленных волн и непрерывности векторов упругих смещений [216]:

$$\begin{aligned} \tau_{ik}^{(1)} n_k &= \tau_{ik}^{(2)} n_k, \\ \vec{U}^{(1)} &= \vec{U}^{(2)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

где n_k – единичный вектор нормали к границе раздела. Принимая во внимание пьезоэлектрические свойства кристаллов, необходимо также сформулировать электрические граничные условия. Условия непрерывности касательных к поверхности раздела компонент

вектора напряженности электрического поля и непрерывности нормальных компонент вектора индукции в квазистатическом пределе могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned}\phi^{(1)} &= \phi^{(2)}, \\ (\vec{D}^{(1)}, \vec{n}) &= (\vec{D}^{(2)}, \vec{n}).\end{aligned}\quad (2.5)$$

Подставляя решения (2.1) в уравнения (2.4), (2.5), и оставляя только члены, линейные по E , получим в конечном виде систему линейных уравнений относительно восьми амплитудных коэффициентов отраженных и преломленных волн:

$$\begin{aligned}\sum_{\mu=1}^4 (b_{\mu} G_{\mu i}^{(1)} - a_{\mu} G_{\mu i}^{(2)}) &= G_{0i}^{(2)}, \\ \sum_{\mu=1}^4 (U_i^{(1)(\mu)} b_{\mu} - U_i^{(2)(\mu)} a_{\mu}) &= U_i^0, \\ \sum_{\mu=1}^4 (b_{\mu} D^{(1)(\mu)} - a_{\mu} D^{(2)(\mu)}) &= D_0^{(2)}\end{aligned}\quad (2.6)$$

где a_{μ} - амплитудные коэффициенты отражения, b_{μ} - амплитудные коэффициенты преломления, а также приняты обозначения:

$$\begin{aligned}G_{\mu I}^{(1,2)} &= (C_{I3KL}^{(1,2)*} + 2d_{AKF}^{(1,2)} C_{3IFL}^{(1,2)E} M_A E) m_L^{(\mu)} U_K^{(\mu)} + e_{3PI}^{(1,2)*} m_P^{(\mu)} U_4^{(\mu)}, \\ D_{\mu}^{(1,2)} &= (e_{3KL}^{(1,2)*} + 2d_{JKP}^{(1,2)} e_{3PL}^{(1,2)} M_J E) m_L^{(\mu)} U_K^{(\mu)} - \varepsilon_{3K}^{(1,2)*} m_K^{(\mu)} U_4^{(\mu)}\end{aligned}\quad (2.7)$$

В (2.6) и (2.7) верхний индекс «1» относится к кристаллу, занимающему полупространство $X'_3 > 0$, индекс «2» – к полупространству $X'_3 < 0$, индекс «0» определяет падающую упругую волну.

Рассматривая только отражение волны от границы раздела «кристалл-вакуум», необходимо изменить граничные условия. В этом случае для механических величин должны отсутствовать напряжения на поверхности кристалла, т.е. $\sum \tau_{3J} = 0 \big|_{X_3=0}$. Для электрических величин граничными условиями являются: непрерывность нормальной компоненты электрической индукции на границе раздела «кристалл-вакуум» и выполнение уравнения Лапласа для волны потенциала в вакууме. Система линейных уравнений для определения четырех амплитудных коэффициентов будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
& \sum_{\mu=1}^3 \left\{ -a_{\mu} (C_{3KPI}^* \alpha_P^{(\mu)} + 2d_{AKF} C_{3KFI}^E M_A E) m_K^{(\mu)} - a_4 e_{K3I}^* m_K^{(\mu)} \alpha_4^{(\mu)} \right\} = \\
& = (C_{3KPI}^* \alpha_P^0 + 2d_{AKF} C_{3KFI}^E M_A E) m_K^0 - e_{K3I}^* m_K^0 \alpha_4^0, \\
& \sum_{\mu=1}^3 \left\{ -a_{\mu} (e_{3KL}^* + 2d_{JKP} e_{3PL} M_J E) m_L^{(\mu)} \alpha_K^{(\mu)} - a_4 (\varepsilon_{3K}^* m_K^{(\mu)} - i\varepsilon_0) \alpha_4^{(\mu)} \right\} = \\
& = (e_{3KL}^* + 2d_{JKP} e_{3PL} M_J E) m_L^0 \alpha_K^0 - \varepsilon_{K3}^* m_K^0 \alpha_4^0.
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Отметим, что приведенные выражения для граничных условий получены из предположения о приложении к кристаллу однородного внешнего электрического поля без учета краевых эффектов. В полученных уравнениях, также как и в (1.83), учитываются все изменения в конфигурации анизотропной сплошной среды, связанные с ее статической деформацией, и в частности, изменения формы кристалла – растяжения и поворот элементарных линий, параллельных ребрам образца [140].

2.2. Отражение и преломление упругих волн от границы раздела «кристалл-вакуум»

В качестве примера рассмотрим влияние внешнего однородного электрического поля на отражение ОАВ от свободной границы кубического пьезоэлектрика симметрии 23. Пусть волна падает в плоскости (010) (сагиттальная плоскость). Нормаль к границе раздела направлена вдоль направления [001]. Если при отражении ОАВ от свободной границы в кубическом пьезоэлектрике симметрии 23 (плоскость (010)) нормаль к границе раздела направлена вдоль направления [001]), то характеристическое уравнение для отраженных ОАВ (при $E=0$) в случае падения на границу раздела продольной (L) или быстрой сдвиговой (FS) волн запишется в виде [143]

$$(C_{11}^E m_1^2 + C_{44}^E m_3^2 - \rho)(C_{44}^E m_1^2 + C_{11}^E m_3^2 - \rho) - (C_{12}^E + C_{44}^E)^2 m_1^2 m_3^2 = 0. \tag{2.9}$$

При падении на границу раздела медленной сдвиговой волны (SS), которая в данной сагиттальной плоскости является пьезоактивной с поляризацией вдоль [010], т. е. ортогонально плоскости падения, характеристическое уравнение имеет вид:

$$[C_{44}^E (m_1^2 + m_3^2) - \rho] \varepsilon_{11}^n (m_1^2 + m_3^2) - 4e_{14}^2 m_1^2 m_3^2 = 0. \tag{2.10}$$

Следовательно, как было показано в [218], в случае падения продольной или быстрой сдвиговой волны (поляризованной в плоскости падения) отражаться будут только продольные (квазипродольные QL) и быстрые сдвиговые (быстрые квазисдвиговые QFS) волны, а при падении медленной сдвиговой волны (QSS) отражается только QSS-волна практически с той же амплитудой. Однако, вследствие пьезоактивности данной волны, наряду с упругой QSS-волной

существует и волна электрического потенциала. Поэтому, хотя вектор рефракции отраженной QSS-волны – вещественный, амплитудный коэффициент для нее будет комплексным, его мнимая часть характеризует сдвиг фаз между падающей и отраженной волнами (рисунок 2.1).

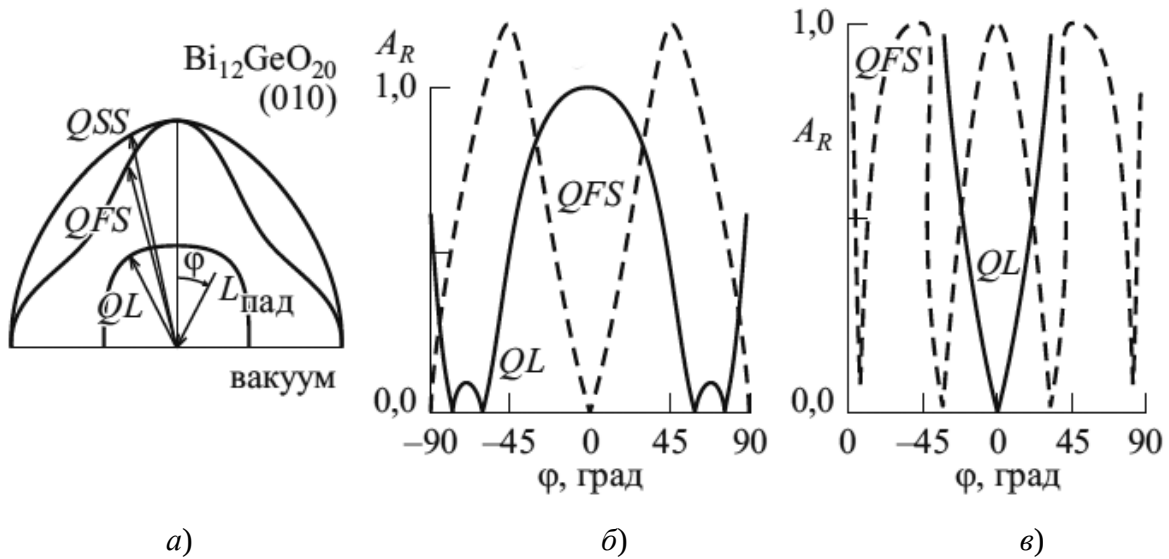


Рисунок 2.1 – Полости векторов рефракции (а) и амплитудные коэффициенты отражения ОАВ от границы раздела кристалл–вакуум для германосилленита в плоскости (010) при падении продольной (б) и быстрой сдвиговой (в) волн

Приложение к кристаллу электрического поля вдоль направления $[001]$, которое имеет симметрию конуса (∞m), согласно принципу Кюри, понижает симметрию кристалла точечной группы симметрии до моноклинной класса 2, где ось симметрии второго порядка направлена также вдоль $[001]$, вследствие чего индуцируются новые эффективные материальные постоянные, равные нулю в отсутствие поля (1.107).

Таким образом, дисперсионные уравнения (2.9) и (2.10) становятся полиномами восьмой степени относительно компонент m_3 отраженных волн. На рисунке А.20 (Приложение А) изображены амплитудные коэффициенты отраженных волн в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ при приложении $\vec{E} \parallel [001]$ в плоскости падения (010) для случаев падения ОАВ типа QL, QFS и QSS. В случае падения QL - волны под углом 60° градусов от нормали к свободной поверхности происходит трансформация отраженных упругих волн - отражается только QFS - волна. В случае падения QFS - волны для отраженной QL - волны, начиная с угла 38° от нормали, возникает явление полного внутреннего отражения (вектор рефракции упругой волны становится комплексным). Приложение внешнего электрического поля, понижая симметрию кристалла, приводит к появлению отраженной QSS - волны, особенно в случае падения QSS - волны. В отсутствие поля вдоль нормали к свободной поверхности существует акустическая ось касательного типа. Приложение электрического поля $\vec{E} \parallel [001]$, как уже рассматривалось нами ранее, вызывает снятие вырождения для сдвиговых волн вдоль направления $[001]$. При

этом исходная акустическая ось расщепляется на две конического типа, лежащие в плоскости (110). Поэтому даже нормальное падение QSS - волны приводит к появлению отраженных сдвиговых волн обоих типов со значениями вещественных частей амплитудных коэффициентов 0,78 и 0,71 для быстрой и медленной сдвиговых волн, соответственно. Следует отметить, что при всех вариантах падения волн в случае приложения электрического поля значения амплитудных коэффициентов отраженных волн всегда являются комплексными.

Рассмотрим влияние внешнего электрического поля на отражение OAB в окрестности акустической оси конического типа в кристалле ниобата лития. На рисунке 2.2 изображены амплитудные коэффициенты отраженных OAB в кристалле ниобата лития от границы раздела «кристалл–вакуум» при падении быстрой сдвиговой волны в плоскости (010). В линейном случае ($\bar{E}=0$) при падении волны типа QFS отражаются все три типа упругих волн, но под

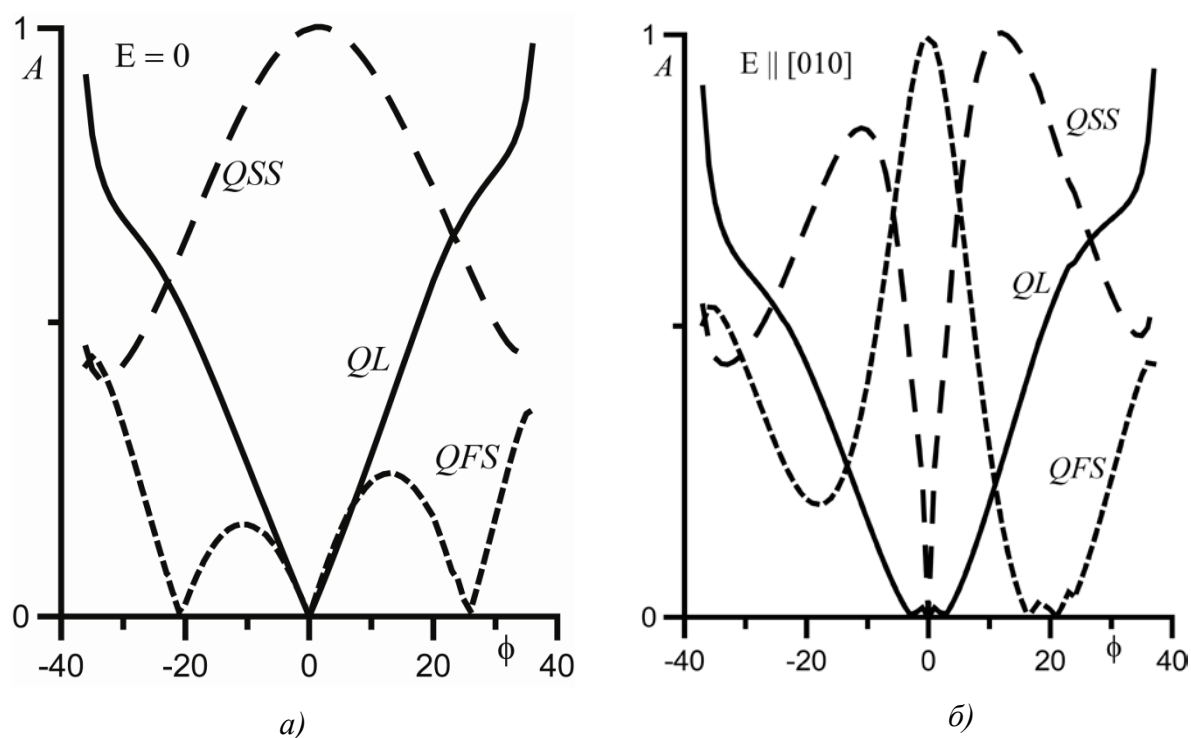


Рисунок 2.2 – Амплитудные коэффициенты отражения от границы раздела «ниобат лития–вакуум» в плоскости (010) при падении быстрой сдвиговой волны: а) при $\bar{E}=0$; б) при приложении внешнего электрического поля вдоль [010]

углами более 38 градусов к нормали к границе раздела сред наблюдается явление полного внутреннего отражения для отраженной продольной упругой волны. Приложение внешнего электрического поля вдоль направления [010] снимает вырождение сдвиговых волн вдоль направления распространения [001], т.е. вдоль оси симметрии 3 порядка кристалла, но т.к. акустическая ось в данном случае является акустической осью конического типа, происходит лишь пространственное смещение данной оси, тем не менее приводит к существенным изменениям

амплитудных коэффициентов отраженных сдвиговых ОАВ, в частности, происходит трансформация типа отраженных сдвиговых ОАВ.

2.3. Отражение и преломление упругих волн от границы раздела пьезоэлектрических кристаллов

Влияние внешнего электрического поля на отражение – преломление ОАВ от границы раздела двух кристаллических сред рассмотрим на примере системы «плавленный кварц – германат висмута» при приложении внешнего электрического поля только к кристаллу $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ вдоль оси второго порядка кристалла $[001]$, т.е. ортогонально к плоскости раздела двух сред, для вариантов падения продольной и сдвиговых волн, поляризованных в плоскости падения и ортогонально к ней. В линейном случае ($E=0$) характеристики отраженных и преломленных упругих волн приведены на рисунке А.21 (Приложение А). Здесь представлены варианты падения продольной и сдвиговых волн, поляризованных в плоскости падения либо ортогонально к ней. При падении продольной волны существуют только отраженные продольная волна и сдвиговая волна (поляризованная в плоскости падения), и преломленные продольная и быстрая сдвиговая (поляризованная в плоскости падения) волны. Характерной особенностью данного случая является трансформация типа преломленных волн, так как под углом падения 58° с нормалью к границе раздела из преломленных волн существует только быстрая сдвиговая волна. Аналогичная ситуация возникает и при падении сдвиговой волны, поляризованной в плоскости падения. В данном случае под углом 32° к нормали существует только преломленная продольная волна, но уже под углом 40° наблюдается явление полного внутреннего отражения продольной волны.

В случае падения на границу раздела сдвиговой волны, поляризованной ортогонально плоскости падения, отражается волна такого же типа, но из преломленных волн существует только медленная сдвиговая волна в германосиллените, которая в данном случае является волной с продольной пьезоактивностью. Пьезоактивность медленной сдвиговой волны приводит к тому, что на границе раздела «пьезокристалл – изотропная среда» возникает электростатическая волна потенциала, не связанная с упругими колебаниями в изотропной среде и экспоненциально затухающая с удалением от границы раздела. Наличие волны потенциала приводит к тому, что амплитудный коэффициент отраженной упругой волны – величина комплексная, а ее вектор рефракции – вещественный.

Приложение $\vec{E} \parallel [001]$ к кристаллу $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ вследствие понижения симметрии кристалла, как это указывалось выше, приводит к тому, что ОАВ перестают быть чистыми модами, т.е. к примеру вектор поляризации волны QSS уже направлен под углом к плоскости падения, что

приводит к изменению граничных условий. Вследствие, падение любого типа упругой волны из изотропной среды приводит к появлению всех трех типов преломленных и отраженных волн (рисунок А.22. (Приложение А)). Особенно это проявляется при падении сдвиговой волны, поляризованной ортогонально плоскости падения: возникают как бы две отраженных сдвиговых волны, поляризованных в плоскости падения и ортогонально к ней. Естественно, в изотропной среде может существовать только одна сдвиговая волна, но изменение граничных условий при приложении внешнего электрического поля к кристаллу $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ приводит к изменению направления вектора поляризации волны QSS, который в данном случае направлен под некоторым углом к плоскости падения волны, что делает возможным существование отраженной сдвиговой волны, поляризованной также под углом к плоскости падения волны. Расчет для изотропной среды производился в предположении поляризации сдвиговой волны в плоскости падения волны или ортогонально к ней. Угол направления вектора поляризации отраженной сдвиговой волны (т.е. в плоскости падения или ортогонально к ней можно оценить по значениям соответствующих амплитудных коэффициентов, т.е. $\varphi = \arctg(a_{FS} / a_{SS})$). Изменение амплитудных коэффициентов других типов отраженных и преломленных волн, как это видно из рисунка А.22 (Приложение А), несущественно.

На рисунке А.23 (Приложение А) изображены амплитудные коэффициенты отражения и преломления ОАВ в кристаллах LiNbO_3 и $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ при приложении внешнего электрического поля ортогонально плоскости раздела, т.е. вдоль $[001]$, для вариантов падения всех трех типов плоских упругих волн. При приложении $\vec{E} \parallel [001]$ в кристалле германата висмута, как уже упоминалось выше, происходит снятие вырождения сдвиговых упругих волн, в то время как для кристалла ниобата лития данный вариант приложения внешнего электрического поля, т.е. вдоль оси симметрии 3 порядка, не изменяет исходную симметрию кристалла, но вырождение сдвиговых волн в данном случае также снимается.

При падении упругой волны типа QL на границу раздела двух сред, как это видно из рисунка А.23 (Приложение А), присутствуют все три типа отраженных и преломленных ОАВ, но доминирующим является амплитудный коэффициент отраженной QL, что, естественно, объясняется большой разницей между фазовыми скоростями в исследуемых кристаллах. Влияние же внешнего электрического поля минимально, лишь незначительно изменяются количественные значения амплитудных коэффициентов отраженных и преломленных ОАВ.

Однако в случае падения сдвиговых ОАВ, вследствие снятия вырождения, амплитудные коэффициенты отраженных ОАВ существенно изменяются, в то время как величины амплитудных коэффициентов преломленных упругих волн незначительны по изложенной выше причине. При падении упругой волны QFS при приложении $\vec{E} \parallel [001]$ происходит трансформация

типа отраженных сдвиговых волн относительно нормали к границе раздела двух сред, в то время как в линейном случае ($\bar{E}=0$) доминирующими значениями амплитудных коэффициентов являются коэффициенты отраженных сдвиговых упругих волн. Влияние внешнего электрического поля особенно проявляется при падении медленной сдвиговой ОАВ (QSS). В данном случае при $\bar{E}=0$ практически отражается только медленная сдвиговая волна, значения амплитудных коэффициентов других отраженных и преломленных ОАВ пренебрежительно малы. Приложение $\bar{E} \parallel [001]$ к данной системе кристаллов, вследствие снятия вырождения сдвиговых волн в обоих кристаллах и главное, как и в системе «плавленный кварц – германат висмута», рассмотренной выше, что медленная сдвиговая волна в германате висмута перестает быть «чистой модой», приводит к появлению отраженной медленной волны.

2.4. Выводы к Главе 2

1. На основе термодинамических уравнений состояния конечно-деформированной пьезоэлектрической среды были записаны граничные условия отражения ОАВ от границы раздела «кристалл-вакуум» и от границы раздела двух пьезоэлектрических кристаллов, подвергнутых воздействию внешнего электрического поля.

2. Выполнен анализ отражения ОАВ от границы раздела «кристалл-вакуум» на примере кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ и ниобата лития при различных вариантах типа падающей волны при приложении внешнего электрического поля. Отмечено, что максимальные изменения амплитудных коэффициентов отраженных волн происходят в окрестности акустической оси, вследствие расщепления или смещения акустической оси из-за изменения эффективной симметрии кристалла при приложении внешнего электрического поля. Показано также, что в окрестности акустической оси вследствие приложения внешнего электрического поля E происходит трансформация отраженных сдвиговых ОАВ в обоих рассмотренных кристаллах.

3. Выполнен расчет и анализ отражения и преломления ОАВ от границы раздела двух кристаллических сред на примере «плавленный кварц - $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » и «ниобат лития - $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » при приложении внешнего электрического поля. Показано, что приложение внешнего электрического поля E к кристаллу $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ вследствие понижения симметрии кристалла, как это указывалось выше, приводит к тому, что ОАВ перестают быть чистыми модами, что приводит к появлению всех трех типов преломленных и отраженных волн. Отмечено, что в системе кристаллов « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ – LiNbO_3 » при приложении внешнего электрического поля E , вследствие снятия вырождения сдвиговых волн в обоих кристаллах, медленная сдвиговая волна в германате висмута перестает быть «чистой модой», что приводит к появлению отраженной медленной сдвиговой волны.

Глава 3. Отражение и преломление объемных акустических волн в пьезоэлектриках при воздействии одноосного механического давления

3.1. Влияние одноосного механического давления на условия распространения объемных акустических волн в пьезокристаллах. Основные уравнения и граничные условия

Для рассмотрения задачи об отражении и преломлении ОАВ от границы раздела двух ацентричных сред при воздействии одноосного механического давления, как и в предыдущем случае, будем использовать рабочую ортогональную систему координат, в которой ось X'_3 направлена вдоль нормали к границе раздела, а ось X'_1 - вдоль границы раздела. Предполагается, что упругая волна падает на границу раздела из кристалла, занимающего полупространство $X'_3 < 0$. Решения волнового уравнения будем искать также в виде плоских волн (2.1). Подставляя выражения (2.1) в волновые уравнения и уравнение электростатики (1.71) для динамических компонент термодинамических напряжений и электрической индукции, где эффективные упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические постоянные определены соотношениями (1.72), и оставляя только члены, линейные по модулю внешнего одноосного давления P , получим аналогичную (2.2) систему четырех однородных уравнений:

$$[\Gamma_{BC} - \delta_{BC} \rho_0] \tilde{U}_B = 0, \quad (3.1)$$

где модифицированный тензор Грина-Кристоффеля Γ_{AB} имеет вид:

$$\begin{aligned} \Gamma_{BC} &= (C_{ABCD}^* + (2C_{MBFN}^E S_{ADCF}^E + \delta_{BC} \delta_{AM} \delta_{DN}) P_M P_N \bar{\tau}) m_A m_D, \\ \Gamma_{B4} &= e_{IAB}^* m_I m_A, \\ \Gamma_{4B} &= \Gamma_{B4} + 2e_{AFD} S_{MNCF}^E P_M P_N m_A m_D \bar{\tau} \\ \Gamma_{44} &= -\varepsilon_{MI}^* m_M m_I \end{aligned} \quad (3.2)$$

Определитель системы четырех однородных уравнений (3.2), также как и предыдущем случае, представляет собой полином восьмой степени относительно компоненты вектора рефракции m_3 для каждой контактирующей среды, как для отраженных, так и преломленных объемных акустических волн при заданном направлении падающей упругой волны.

Получение значений векторов рефракции m позволяет определить значения углов отражения и преломления ОАВ и соответствующих фазовых скоростей. Однако важнейшей энергетической характеристикой отражения-преломления ОАВ от границы раздела двух сред являются амплитудные коэффициенты, которые характеризуют распределение энергии падающей волны между отраженными и преломленными ОАВ. Для определения амплитудных

коэффициентов отраженных и преломленных волн необходимые граничные условия отражения-преломления ОАВ запишутся аналогично (2.4) и (2.5) в случае жесткого акустического контакта двух кристаллов в предположении линейной зависимости по величине внешнего одноосного давления P . В конечном виде получим систему линейных уравнений относительно восьми амплитудных коэффициентов отраженных и преломленных волн:

$$\begin{aligned} \sum_{\mu=1}^4 (b_{\mu} G_{\mu i}^{(1)} - a_{\mu} G_{\mu i}^{(2)}) &= G_{0i}^{(2)} \\ \sum_{\mu=1}^4 (U_i^{(1)(\mu)} b_{\mu} - U_i^{(2)(\mu)} a_{\mu}) &= U_i^0 \\ \sum_{\mu=1}^4 (b_{\mu} D_{\mu}^{(1)} - a_{\mu} D_{\mu}^{(2)}) &= D_0^{(2)} \end{aligned} \quad (3.3)$$

где a_{μ} - амплитудные коэффициенты отражения, b_{μ} - амплитудные коэффициенты преломления, а также приняты обозначения [224]:

$$\begin{aligned} G_{Bn}^{(1,2)} &= (C_{B3KL}^{(1,2)*} \delta_{KP} - 2S_{KPMN}^{(1,2)E} C_{3BKL}^{(1,2)E} P_M P_N \bar{\tau}) m_L^{(n)} \alpha_P^{(n)} - e_{P3B}^{(1,2)*} m_P^{(n)} \alpha_4^{(n)} + \\ &\quad m_P^{(n)} \alpha_B^{(n)} P_3 P_P \bar{\tau}, \\ D_n^{(1,2)} &= (e_{3AB}^{(1,2)*} + 2S_{ABKP}^{(1,2)E} e_{3AB}^{(1,2)E} P_F P_P \bar{\tau}) m_B^{(n)} \alpha_A^{(n)} - \varepsilon_{3K}^{(1,2)*} m_K^{(n)} \alpha_4^{(n)}, \\ G_{B0}^{(2)} &= (C_{B3KL}^{(2)*} \delta_{KP} - 2S_{KPMN}^{(2)E} C_{3BKL}^{(2)E} P_M P_N \bar{\tau}) m_L^{(0)} \alpha_P^{(0)} - e_{P3B}^{(1,2)*} m_P^{(0)} \alpha_4^{(0)} + \\ &\quad m_P^{(0)} \alpha_B^{(0)} P_3 P_P \bar{\tau}, \\ D_0^{(2)} &= (e_{3AB}^{(2)*} + 2S_{ABKP}^{(2)E} e_{3AB}^{(2)E} P_K P_P \bar{\tau}) m_B^{(0)} \alpha_A^{(0)} - \varepsilon_{3K}^{(2)*} m_K^{(0)} \alpha_4^{(0)} \end{aligned} \quad (3.4)$$

В (3.3) и (3.4) верхний индекс «1» относится к кристаллу, занимающему полупространство $X'_3 > 0$, индекс «2» – к полупространству $X'_3 < 0$, индекс «0» определяет падающую упругую волну, индекс (n) – типы отраженных и преломленных упругих волн.

Рассматривая только отражение волны от границы раздела «кристалл-вакуум», необходимо изменить граничные условия. В этом случае для механических величин должны отсутствовать напряжения на поверхности кристалла, т.е. $\sum \tau_{3J} = 0 \big|_{X_3=0}$. Однако, в случае приложения напряжений ортогонально свободной поверхности должны быть приняты во внимание упругие свойства нагружающей среды. Тем не менее, если гипотетически предположить, что одноосное напряжение в данной геометрии осуществляется без жесткого упругого контакта со свободной поверхностью, для этого случая механические граничные условия могут быть записаны в виде $\tilde{\tau}_{3J} + \tilde{U}_{J,K} \bar{\tau}_{3K} = 0 \big|_{X_3=0}$. Для электрических величин граничными условиями являются: непрерывность нормальной компоненты электрической индукции на границе раздела «кристалл-вакуум» и выполнение уравнения Лапласа для волны

потенциала в вакууме. Система линейных уравнений для определения четырех амплитудных коэффициентов будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{n=1}^3 -a_n \left\{ (C_{B3KL}^{(2)*} \delta_{KP} - 2S_{KPMN}^{(2)E} C_{3BKL}^{(2)E} P_M P_N \bar{\tau}) m_L^{(n)} \alpha_P^{(n)} + m_P^{(n)} \alpha_B^{(n)} P_3 P_P \bar{\tau} \right\} + \\
 & + a_4 e_{P3B}^{(2)*} m_P^{(n)} \alpha_4^{(n)} = \\
 & = (C_{B3KL}^{(2)*} \delta_{KP} - 2S_{KPMN}^{(2)E} C_{3BKL}^{(2)E} P_M P_N \bar{\tau}) m_L^{(0)} \alpha_P^{(0)} + m_P^{(0)} \alpha_B^{(0)} P_3 P_P \bar{\tau} - a_4 e_{P3B}^{(0)*} m_P^{(0)} \alpha_4^{(0)} \\
 & \sum_{n=1}^3 a_n \left\{ (e_{3AB}^{(2)*} + 2S_{ABKP}^{(2)E} e_{3AB}^{(2)} P_F P_P \bar{\tau}) m_B^{(n)} \alpha_A^{(n)} \right\} - a_4 (\varepsilon_{3K}^{(2)*} m_K^{(n)} - i\varepsilon_0) \alpha_4^{(n)} = \\
 & = (e_{3AB}^{(2)*} + 2S_{ABKP}^{(2)E} e_{3AB}^{(2)} P_F P_P \bar{\tau}) m_B^{(0)} \alpha_A^{(0)} - \varepsilon_{3K}^{(2)*} m_K^{(0)} \alpha_4^{(0)}
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

где ε_0 – диэлектрическая постоянная. Отметим, что приведенные выражения для граничных условий получены из предположения о приложении к кристаллу однородного одноосного внешнего механического напряжения без учета краевых эффектов. В полученных уравнениях также учитываются все изменения в конфигурации анизотропной сплошной среды, связанные с ее статической деформацией, и в частности, изменения формы кристалла – растяжения и поворот элементарных линий, параллельных ребрам образца.

3.2. Влияние одноосного механического давления на отражение и преломление упругих волн от границы раздела «кристалл-вакуум»

Для сравнения влияний внешних воздействий на свойства отражения ОАВ в качестве примера рассмотрим влияние внешнего одноосного механического напряжения на отражение ОАВ от свободной границы кубического пьезоэлектрика симметрии 23, аналогично влиянию внешнего однородного электрического поля. Пусть волна также падает в плоскости (010) (сагиттальная плоскость). Нормаль к границе раздела направлена вдоль направления [001]. Дисперсионное уравнение для отраженных волн (при отсутствии давления) в случае падения на границу раздела продольной (L) или быстрой сдвиговой (FS) волн записывается в виде (2.9). Однако для случая падения на границу раздела медленной сдвиговой волны (SS), которая в данной сагиттальной плоскости является пьезоактивной с поляризацией вдоль [010], т.е. ортогонально плоскости падения, дисперсионное уравнение имеет вид (2.10).

Приложение к кристаллу внешнего одноосного механического напряжения вдоль направления [100], как уже отмечалось выше, согласно принципу Кюри, понижает симметрию кристалла до ромбической класса 222, в отличие от приложения к кристаллу электрического поля, которое понижает симметрию кристалла до моноклинной класса 2. Вследствие чего,

происходит только аналогичная (1.109) модификация существующих материальных постоянных, но с другими численными данными, в частности:

$$\begin{aligned}
 C_{11}^* &= C_{11}^E + [C_{111}S_{11} + S_{12}(C_{112} + C_{113})]\bar{\tau}; & e_{14}^* &= e_{14} + [e_{114}S_{11} + S_{12}(e_{124} + e_{134})]\bar{\tau}; \\
 C_{33}^* &= C_{11}^E + [C_{112}S_{11} + S_{12}(C_{113} + C_{111})]\bar{\tau}; & e_{25}^* &= e_{14} + [e_{134}S_{11} + S_{12}(e_{114} + e_{124})]\bar{\tau}; \\
 C_{22}^* &= C_{11}^E + [C_{113}S_{11} + S_{12}(C_{111} + C_{112})]\bar{\tau}; & e_{36}^* &= e_{14} + [e_{124}S_{11} + S_{12}(e_{134} + e_{114})]\bar{\tau}; \\
 C_{12}^* &= C_{12}^E + [C_{112}S_{11} + S_{12}(C_{113} + C_{123})]\bar{\tau}; & \varepsilon_{11}^* &= \varepsilon_{11}^\eta + [H_{11}S_{11} + S_{12}(H_{12} + H_{13})]\bar{\tau}; \\
 C_{13}^* &= C_{12}^E + [C_{113}S_{11} + S_{12}(C_{123} + C_{112})]\bar{\tau}; & \varepsilon_{22}^* &= \varepsilon_{11}^\eta + [H_{11}S_{11} + S_{12}(H_{21} + H_{23})]\bar{\tau}; \\
 C_{23}^* &= C_{12}^E + [C_{123}S_{11} + S_{12}(C_{112} + C_{113})]\bar{\tau}; & \varepsilon_{33}^* &= \varepsilon_{11}^\eta + [H_{11}S_{11} + S_{12}(H_{31} + H_{32})]\bar{\tau}. \\
 C_{44}^* &= C_{44}^E + [C_{144}S_{11} + S_{12}(C_{166} + C_{155})]\bar{\tau}; \\
 C_{55}^* &= C_{44}^E + [C_{155}S_{11} + S_{12}(C_{144} + C_{166})]\bar{\tau}; \\
 C_{66}^* &= C_{44}^E + [C_{166}S_{11} + S_{12}(C_{155} + C_{144})]\bar{\tau};
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Характеристическое уравнение (2.9) для отраженных волн (при приложении к кристаллу одноосного давления вдоль направления [100]) в случае падения на границу раздела продольной (QL) или сдвиговой (QFS), поляризованной в сагиттальной плоскости, волн, запишется в виде:

$$\begin{aligned}
 & [C_{11}^*m_1^2 + C_{44}^*m_3^2 + 2S_{11}(C_{11}^Em_1^2 + C_{44}^Em_3^2)\bar{\tau} + m_1^2\bar{\tau} - \rho_0] \times \\
 & \times [C_{44}^*m_1^2 + C_{33}^*m_3^2 + 2S_{12}(C_{44}^Em_1^2 + C_{11}^Em_3^2)\bar{\tau} - \rho_0] - \\
 & - [C_{13}^* + C_{55}^* + (2C_{12}^ES_{12} + 2C_{12}^ES_{12} + 1)\bar{\tau}] [C_{13}^* + C_{55}^* + (2C_{12}^ES_{11} + 2C_{44}^ES_{12})\bar{\tau}] m_1^2 m_3^2 = 0.
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Аналогично, характеристическое уравнение (2.10) при падении на границу раздела сдвиговой волны (QSS), поляризованной ортогонально плоскости падения, т.е. вдоль направления [010], имеет вид:

$$\begin{aligned}
 & [C_{66}^*m_1^2 + C_{44}^*m_3^2 + 4C_{66}^ES_{12}(m_1^2 + m_3^2)\bar{\tau} - \rho_0] (\varepsilon_{11}^*m_1^2 + \varepsilon_{33}^*m_3^2) - \\
 & - (e_{14}^* + e_{36}^*) [e_{14}^* + e_{36}^* + 2e_{14}(S_{11} + S_{12})\bar{\tau}] m_1^2 m_3^2 = 0.
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Приложение к кристаллу одноосного давления вдоль направления [100] приводит к снятию вырождения касательного типа с индексом Пуанкаре ± 1 вдоль кристаллографических осей типа [001] [155, 225]. Акустическая ось расщепляется на две конического типа с индексом Пуанкаре $\pm 1/2$, причем, в отличие от влияния внешнего электрического поля, в котором расщепление акустической оси происходит в плоскости (110), данное давление вызывает расщепление в плоскости (001). Вследствие расщепления акустической оси при падении продольной волны в интервале между наведенными акустическими осями отражается медленная сдвиговая QSS-волна, т.е. в растворе конуса наведенных акустических осей происходит «обмен» сдвиговых упругих волн (рисунок А.24 (Приложение А)). Данная ситуация

более ярко выражена в плоскости (110) при приложении к кристаллу давления вдоль направления [110], т. е. вдоль границы раздела. В плоскости (110) существует две акустические оси: касательная (вдоль [001]), которая расщепляется на две, и конического типа (вдоль [111]), которая смещается вследствие воздействия внешнего одноосного давления P . Расщепление, конечно, зависит от величины воздействия [226, 227], однако следует отметить, что угол раствора конуса наведенных акустических осей составляет $\pm 8,5^\circ$, обмен сдвиговых упругих волн происходит в интервале $\pm 20^\circ$ углов между волновым вектором падающей упругой волны и нормалью к границе раздела сред. Величина воздействия принята равной 10^8 Па. Таким образом, здесь влияние одноосного напряжения сводится к количественным изменениям амплитудных коэффициентов отраженных волн.

При других вариантах приложения внешнего одноосного давления P к кристаллу и типах падающей упругой волны вследствие (3.6) происходит только количественное изменение амплитудных характеристик отраженных упругих волн.

На рисунке А.25 (Приложение А)) приведены действительные части амплитудных коэффициентов отражения и преломления волн при акустическом контакте двух сред «плавленный кварц-германосилленит $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » (плоскость $(\bar{1}10)$) при воздействии внешнего одноосного давления P вдоль направления [110], лежащего в плоскости раздела. В случае $P = 0$ при падении продольной или сдвиговой волны, поляризованной в сагиттальной плоскости, существуют только аналогичные отраженные и преломленные продольная и быстрая сдвиговая (поляризована также в плоскости падения) волны [228]. При падении сдвиговой волны, поляризованной ортогонально сагиттальной плоскости, отражается волна такого же типа, но из преломленных волн существует только медленная сдвиговая волна, что уже отмечалось выше.

Приложение одноосного механического напряжения $P \parallel [110]$ к кристаллу $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ приводит к понижению симметрии кристалла до моноклинной и, вследствие этого, при падении продольной или сдвиговой волны (поляризованной в сагиттальной плоскости), происходит количественное изменение значений амплитудных коэффициентов. Однако при падении сдвиговой волны, поляризованной ортогонально плоскости падения, в плавленом кварце возникают как бы две отраженных сдвиговых волны, поляризованных в плоскости падения и ортогонально к ней. Естественно, что в изотропной среде существует только одна сдвиговая волна, но изменение граничных условий при приложении одноосного механического напряжения к кристаллу $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ приводит и к изменению направления вектора поляризации QSS-волны, который в данном случае направлен под некоторым углом к плоскости падения волны. Вследствие этого становится возможным существование отраженной сдвиговой волны, поляризованной также под углом к плоскости падения волны. Следует отметить, что при данном варианте приложения внешнего одноосного давления P , как уже описано выше,

происходит расщепление акустической оси касательного типа вдоль оси [001], причем «обмен решениями» сдвиговых волн происходит в интервале углов падения $\pm 35^\circ$ от нормали к границе раздела при падении продольной волны и $\pm 20^\circ$ при падении сдвиговой волны. Особенно это явление проявляется, если рассчитать гипотетический случай приложения одноосного напряжения вдоль направления падающей волны [145].

При падении сдвиговой волны под углом $\pm 40^\circ$ от нормали к границе раздела наблюдается явление полного внутреннего отражения для отраженной продольной волны. При падении продольной волны на границу раздела двух сред под углом $\pm 57^\circ$ происходит трансформация преломленных упругих волн и существует только преломленная быстрая сдвиговая волна. Учет одноосного механического давления приводит к смещению угла трансформации упругих волн на один градус - $\pm 58^\circ$. Подобная ситуация возникает при падении сдвиговой волны, поляризованной в плоскости падения. Трансформация упругих волн происходит под углом падения сдвиговой волны $\pm 32^\circ$ к нормали границы раздела двух сред (рисунок А.25 (Приложение А)).

Приложение давления перпендикулярно сагиттальной плоскости и вдоль нормали к границе раздела в указанной геометрии изменяет картину отражения и преломления сравнительно слабо и только в количественном отношении.

На рисунке А.26 (Приложение А)) приведены действительные части амплитудных коэффициентов отражения и преломления ОАВ при акустическом контакте двух сред «ниобат лития LiNbO_3 в плоскости (010) - германосилленит $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в плоскости (110)» при приложении одноосного механического напряжения P вдоль [001], т.е. ортогонально границе раздела двух сред. При приложении внешнего одноосного давления $P \parallel [001]$ в кристалле германата висмута, как уже упоминалось выше, происходит снятие вырождения сдвиговых упругих волн, в то время как для кристалла ниобата лития данный вариант приложения одноосного механического напряжения, т.е. вдоль оси симметрии 3 порядка, не изменяет исходную симметрию кристалла и вырождение сдвиговых волн в данном случае сохраняется.

При падении упругой волны типа QL на границу раздела двух сред присутствуют все три типа отраженных и преломленных ОАВ, но доминирующим является амплитудный коэффициент отраженной квазипродольной волны, что объясняется большой разницей между фазовыми скоростями в исследуемых кристаллах. Влияние внешнего одноосного механического напряжения изменяет количественные значения амплитудных коэффициентов отраженных и преломленных волн, особенно существенно - отраженной медленной QSS-волны (рисунок А.26, а-в (Приложение А)). Следует также отметить трансформацию преломленных упругих волн. При нормальном падении продольной волны преломляется, естественно, также

продольная упругая, но под углом падения $\pm 40^\circ$ к нормали границы раздела двух сред из преломленных волн существуют только квазисдвиговые упругие волны.

Однако в случае падения сдвиговых волн, вследствие снятия вырождения в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, амплитудные коэффициенты отраженных волн существенно изменяются, в то время как величины амплитудных коэффициентов преломленных упругих волн изменяются незначительно. При падении упругой QFS-волны и действии $P||[001]$ происходит трансформация типа отраженных сдвиговых волн относительно нормали к границе раздела двух сред, в то время как в отсутствие воздействия доминирующими значениями являются коэффициенты отраженных сдвиговых упругих волн (рисунок А.26, *г-е* (Приложение А)). Под углом падения $\pm 38^\circ$ к нормали границы раздела двух сред наблюдается явление полного внутреннего отражения продольной волны.

3.3. Выводы к Главе 3

1. Приведены граничные условия отражения и преломления ОАВ от границы раздела «кристалл-вакуум» и от границы раздела двух пьезоэлектрических кристаллов, подвергнутых воздействию внешнего одноосного механического давления.

2. Выполнен анализ отражения ОАВ от границы раздела «кристалл-вакуум» на примере кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ при воздействии внешнего одноосного механического давления на кристалл. Отмечено, что максимальные изменения амплитудных коэффициентов отраженных волн происходят в окрестности акустической оси, вследствие расщепления из-за изменения эффективной симметрии кристалла при приложении внешнего одноосного механического давления. Показано также, что в окрестности акустической оси вследствие приложения одноосного механического давления происходит трансформация отраженных сдвиговых ОАВ.

3. Выполнен расчет и анализ отражения и преломления ОАВ от границы раздела двух кристаллических сред на примере «плавленый кварц - $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » и «ниобат лития - $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ » при приложении внешнего одноосного механического давления. Отмечено, что в системе кристаллов « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ – LiNbO_3 » приложение внешнего одноосного давления P , вследствие снятия вырождения сдвиговых волн в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$, приводит к существенному изменению амплитудных коэффициентов отраженных волн, в то время как величины амплитудных коэффициентов преломленных упругих волн изменяются незначительно.

Глава 4. Упругие волны в кристаллической пьезоэлектрической пластине, подвергнутой воздействию внешнего электрического поля

4.1. Условия распространения упругих волн в пьезопластине при воздействии однородного электрического поля. Основные уравнения и граничные условия

Условия распространения поверхностной акустической упругой волны в пьезокристаллической пластине, подвергнутой воздействию внешнего однородного электрического поля, можно получить, базирываясь на тех принципах, что и для ПАВ, рассмотренных в предыдущей главе. Задачу распространения упругой волны будем рассматривать в рабочей системе координат, в которой ось X_3 направлена вдоль внешней нормали к поверхности кристаллической пластины, занимающей пространство $X_3 \leq h$, и $X_3 \geq 0$, а ось X_1 совпадает с направлением распространения волны. Уравнения Грина – Кристоффеля (1.27) и (1.78), как было показано выше, при приложении внешнего электрического поля $\bar{E}$ к пьезокристаллической пластине для дисперсионной упругой волны запишутся в виде:

$$\begin{aligned} [\Gamma_{BC} - \delta_{BC} \rho_0 \omega] \tilde{U}_B &= 0, \\ \Gamma_{AB} &= (C_{ABCD}^* + 2C_{ABFD}^E d_{JFC} M_J E) k_A k_D, \\ \Gamma_{B4} &= e_{IAB}^* k_I k_A, \\ \Gamma_{B4} &= \Gamma_{B4} + 2e_{PFD} d_{JDC} k_P k_F M_J E, \\ \Gamma_{44} &= -\varepsilon_{MI}^\eta k_M k_I, \\ \delta_{AA} &= 1; \quad A = 1, 2, 3; \quad \delta_{44} = 0. \end{aligned} \tag{4.1}$$

где k_i – компоненты волнового вектора, эффективные упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические постоянные определены также соотношениями (1.24).

Рассматриваем упругую волну в пьезокристаллической пластине, как и ПАВ, в виде суперпозиции плоских монохроматических волн, упругие смещения и электрический потенциал которых представляют собой линейные комбинации вида:

$$\begin{aligned} U_I &= \sum_{n=1}^8 C_n \alpha_I^{(n)} \exp[ik(N_1 x_1 + N_3^{(n)} x_3 - vt)], \\ \Phi &= \sum_{n=1}^8 C_n \alpha_4^{(n)} \exp[ik(N_1 x_1 + N_3^{(n)} x_3 - vt)]. \end{aligned} \tag{4.2}$$

Распространение акустических волн в пьезоэлектрической пластине толщины h , подвергнутой воздействию внешнего электрического поля E , должно удовлетворять граничным условиям равенства нулю нормальных компонент тензора напряжений на границах раздела «кристалл-вакуум». Непрерывность касательных к поверхности раздела компонент вектора

напряженности электрического поля обеспечивается условием непрерывности электрического потенциала φ , а также условием непрерывности нормальных компонент вектора индукции:

$$\begin{aligned} \tau_{3k} &= 0 \quad \text{при } x_3 = 0; \quad x_3 = h; \\ f &= f^{[I]} \quad \text{при } x_3 < 0; \quad f = f^{[II]} \quad \text{при } x_3 > h; \\ D &= D^{[I]} \quad \text{при } x_3 < 0; \quad D = D^{[II]} \quad \text{при } x_3 > h. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Верхний индекс «I» относится к полупространству $X'_3 > h$, индекс «II» – к полупространству $X'_3 < 0$. Подставляя решения (4.2) в уравнения (4.3) и оставляя только члены, линейные по $\bar{E}$, получим в конечном виде систему уравнений определителя граничных условий для рабочей системы координат [229]:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^8 C_n \left((C_{3IKL}^* + 2d_{JKP} C_{3IPL}^E M_J E) k_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} + e_{K3J}^* k_K^{(n)} \alpha_4^{(n)} \right) \times \exp(ik_3^{(n)} h) &= 0; \\ \sum_{n=1}^8 C_n \left((e_{3KL}^* + 2d_{JKP} e_{3PL} M_J E) k_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} - (\varepsilon_{3K}^* k_K^{(n)} - i\varepsilon_0) \alpha_4^{(n)} \right) \times \exp(ik_3^{(n)} h) &= 0; \\ \sum_{n=1}^8 C_n \left((C_{3IKL}^* + 2d_{JKP} C_{3IPL}^E M_J E) k_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} + e_{K3J}^* k_K^{(n)} \alpha_4^{(n)} \right) &= 0; \\ \sum_{n=1}^8 C_n \left((e_{3KL}^* + 2d_{JKP} e_{3PL} M_J E) k_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} - (\varepsilon_{3K}^* k_K^{(n)} + i\varepsilon_0) \alpha_4^{(n)} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Здесь индекс $n = 1, \dots, 8$ соответствует номеру одной из парциальных волн, C_n – соответствующие амплитудные коэффициенты. Отметим, что приведенные выражения для граничных условий получены из предположения о приложении к кристаллу однородного внешнего электрического напряжения без учета краевых эффектов. В полученных уравнениях учитываются все изменения в конфигурации анизотропной сплошной среды, связанные с ее статической деформацией, и в частности, изменения формы кристалла – растяжения и поворот элементарных линий, параллельных ребрам образца.

4.2. Дисперсионные зависимости мод волны Лэмба при воздействии однородного электрического поля на пьезопластину

На основе приведенных основных дисперсионных выражений, описывающих распространение акустических волн в пьезоэлектрических пластинах, выполним анализ изменения характеристик акустической волны в пьезопластине вследствие изменения симметрии кристалла и возникновения модифицированных материальных констант на примере кристалла германосилленита $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (точечная группа симметрии 23) при приложении электрического поля. Рассмотрим случай приложения поля и распространения акустической волны в направлении $[100]$ в плоскости (001) . Характеристическое дисперсионное уравнение,

аналогично уравнению (2.9), относительно k_3 (при отсутствии электрического поля) для симметричной и антисимметричной мод волны Лэмба запишется в виде:

$$(C_{11}^E k_1^2 + C_{44}^E k_3^2 - \rho_0 \omega^2)(C_{44}^E k_1^2 + C_{11}^E k_3^2 - \rho_0 \omega^2) - (C_{12}^E + C_{44}^E)^2 k_1^2 k_3^2 = 0. \quad (4.5)$$

С учетом решения уравнения (4.5) граничные условия (4.4) запишутся в виде:

$$\begin{bmatrix} Ae^{iq_1 h} & -Ae^{-iq_1 h} & Be^{iq_3 h} & -Be^{-iq_3 h} \\ Ce^{iq_1 h} & Ce^{-iq_1 h} & De^{iq_3 h} & De^{-iq_3 h} \\ A & -A & B & -B \\ C & C & D & D \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

где

$$\begin{aligned} p_1 &= -\frac{C_{11}^E k^2 - \rho_0 \omega^2 + C_{44}^E (q_1)^2}{(C_{12}^E + C_{44}^E) k q_1}; \\ p_3 &= -\frac{C_{11}^E k^2 - \rho_0 \omega^2 + C_{44}^E (q_3)^2}{(C_{12}^E + C_{44}^E) k q_3}; \\ A &= C_{44}^E (k p_1 + q_1); \quad B = C_{44}^E (k p_3 + q_3); \\ C &= C_{12}^E k + C_{11}^E q_1 p_1; \quad D = C_{12}^E k + C_{11}^E q_3 p_3. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Приравнивание к нулю определителя матрицы (4.6) позволяет получить в данном случае уравнения, описывающие распространение симметричной моды волны Лэмба [230]:

$$\frac{th(iq_3 h/2)}{th(iq_1 h/2)} = \frac{q_3 \left[C_{11}^E (k^2 - k_L^2) - C_{12}^E q_1^2 \right] \left\{ C_{12}^E (C_{12}^E + C_{44}^E) k^2 - C_{11}^E \left[C_{11}^E (k^2 - k_L^2) + C_{44}^E q_3^2 \right] \right\}}{q_1 \left[C_{11}^E (k^2 - k_L^2) - C_{12}^E q_3^2 \right] \left\{ C_{12}^E (C_{12}^E + C_{44}^E) k^2 - C_{11}^E \left[C_{11}^E (k^2 - k_L^2) + C_{44}^E q_1^2 \right] \right\}} \quad (4.8)$$

и антисимметричной моды волны Лэмба:

$$\frac{th(iq_3 h/2)}{th(iq_1 h/2)} = \frac{q_1 \left(C_{11}^E (k^2 - k_L^2) - C_{12}^E q_3^2 \right) \left(C_{12}^E (C_{12}^E + C_{44}^E) k^2 - C_{11}^E \left(C_{11}^E (k^2 - k_L^2) + C_{44}^E q_1^2 \right) \right)}{q_3 \left(C_{11}^E (k^2 - k_L^2) - C_{12}^E q_1^2 \right) \left(C_{12}^E (C_{12}^E + C_{44}^E) k^2 - C_{11}^E \left(C_{11}^E (k^2 - k_L^2) + C_{44}^E q_3^2 \right) \right)}. \quad (4.9)$$

Здесь k_L – волновой вектор продольной объемной волны, $q_n \equiv k_3^{(n)}$ – решения биквадратного дисперсионного уравнения (4.5).

Для упругой волны с поперечно-горизонтальной поляризацией (SH-волна) характеристическое дисперсионное уравнение, аналогично уравнению (2.10), запишется в виде:

$$-\varepsilon_{11}^n \left[C_{44}^E (k_1^2 + k_3^2) - \rho_0 \omega^2 \right] \left[k_1^2 + k_3^2 \right] - 4e_{14}^2 k_1^2 k_3^2 = 0. \quad (4.10)$$

Решение уравнения (4.10) совместно с граничными условиями (4.4), аналогично как для волн Лэмба, позволяет получить в данном случае дисперсионные уравнения, описывающие распространение SH-волны в пьезоэлектрической пластине в кристалле точечной группы симметрии 23 в направлении $[100]$ плоскости (001) $[231]$:

$$\frac{(iq_2 h/2)}{(iq_4 h/2)} = \frac{q_4 \left(C_{44}^E \varepsilon_{11}^\eta (k^2 + q_4^2) + 2e_{14}^2 k^2 \right) \left(\varepsilon_{11}^\eta (k^2 - q_2^2) + 2i\varepsilon_0 q_2 (iq_2 h/2) \right)}{q_2 \left(C_{44}^E \varepsilon_{11}^\eta (k^2 + q_2^2) + 2e_{14}^2 k^2 \right) \left(\varepsilon_{11}^\eta (k^2 - q_4^2) + 2i\varepsilon_0 q_4 (iq_4 h/2) \right)}, \quad (4.11)$$

$$\frac{(iq_4 h/2)}{(iq_2 h/2)} = \frac{q_4 \left(C_{44}^E \varepsilon_{11}^\eta (k^2 + q_4^2) + 2e_{14}^2 k^2 \right) \left(\varepsilon_{11}^\eta (k^2 - q_2^2) + 2i\varepsilon_0 q_2 (iq_2 h/2) \right)}{q_2 \left(C_{44}^E \varepsilon_{11}^\eta (k^2 + q_2^2) + 2e_{14}^2 k^2 \right) \left(\varepsilon_{11}^\eta (k^2 - q_4^2) + 2i\varepsilon_0 q_4 (iq_4 h/2) \right)}.$$

Необходимо отметить, что в данном случае SH-волна также разделяется на симметричную и антисимметричную моду, что возможно только в высокосимметричных направлениях распространения упругой волны. На рисунке В.1 (Приложение В) приведены рассчитанные с помощью уравнений (4.8), (4.11) дисперсионные зависимости фазовых скоростей симметричной, антисимметричной и мод SH-волны от величины h/λ_t в пластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$.

Приложение электрического поля к кристаллической пластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ вдоль оси второго порядка в направлении $E \parallel [010]$ понижает эффективную симметрию кубического кристалла до моноклинной (класс 2), индуцируя появление новых упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических постоянных:

$$\begin{aligned} C_{15}^* &= (C_{155}d_{14} - e_{134})E; & C_{35}^* &= (C_{166}d_{14} - e_{124})E; \\ C_{46}^* &= (C_{456}d_{14} - e_{156})E; & e_{16}^* &= (e_{156}d_{14} + H_{44})E; & \varepsilon_{13}^* &= (H_{44}d_{14} + \varepsilon_{123})E. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Тензор Грина-Кристоффеля (4.1) при приложении к кристаллической пластине электрического поля $E \parallel [010]$, т.е. ортогонально сагиттальной плоскости, имеет вид:

$$\Gamma_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & a_{24} & 0 & a_{44} \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= C_{11}^E k_1^2 + C_{44}^E k_3^2 + \left[(C_{12}^E + C_{44}^E) d_{14} E + 2C_{15}^* \right] k_1 k_3; \\ a_{13} &= (C_{12}^E + C_{44}^E) k_1 k_3 + C_{11}^E d_{14} E k_1^2 + C_{15}^* k_1^2 + (C_{44}^E d_{14} E + C_{35}^*) k_3^2; \\ a_{31} &= (C_{12}^E + C_{44}^E) k_1 k_3 + C_{44}^E d_{14} E k_1^2 + C_{15}^* k_1^2 + (C_{11}^E d_{14} E + C_{35}^*) k_3^2; \\ a_{22} &= C_{44}^E (k_1^2 + k_3^2) + 2C_{46}^* k_1 k_3; & a_{24} &= 2e_{14} k_1 k_3 + e_{16}^* (k_1^2 + k_3^2); \\ a_{33} &= C_{44}^E k_1^2 + C_{11}^E k_3^2 + \left[(C_{12}^E + C_{44}^E) d_{14} E + 2C_{35}^* \right] k_1 k_3; \\ a_{44} &= -\varepsilon_{11}^\eta (k_1^2 + k_3^2) - 2\varepsilon_{13}^* k_1 k_3. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Таким образом, в данном варианте изменяются только уже существующие компоненты тензора Грина-Кристоффеля (4.13), вследствие чего структура волн практически не изменяется, т.е. волны Лэмба и SH-волны остаются «чистыми» модами. Однако дисперсионное уравнение

(4.5) в данном случае перестает быть биквадратным и вывод отдельных уравнений (4.8), (4.9) для симметричных и антисимметричных мод становится невозможен. На рисунке В.2 (Приложение В) приведены рассчитанные коэффициенты управляемости α_v (1.34) фазовых скоростей упругой волны.

Следует отметить, что значения коэффициентов α_v для мод нулевого порядка существенно меньше, чем для волн первого и последующих порядков, причем как для волн Лэмба обоих типов, так и для SH-волн. Также значения коэффициентов α_v мод волны Лэмба на порядок больше значений коэффициентов α_v SH-волны. Характерной особенностью является также различие в знаке значений α_v («симметричность») для симметричных и антисимметричных волн Лэмба, например S_1 и A_1 , S_2 и A_2 и т.д., что обусловлено эффектом гибридизации акустических мод, который будет рассмотрен ниже.

При приложении электрического поля $\vec{E} \parallel [100]$, т.е. вдоль направления распространения волны в пластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ индуцируются новые материальные константы:

$$\begin{aligned} C_{14}^* &= (C_{144}d_{14} - e_{114})E; & C_{56}^* &= (C_{456}d_{14} - e_{156})E; \\ C_{24}^* &= (C_{155}d_{14} - e_{134})E; & e_{11}^* &= (e_{114}d_{14} + H_{11})E; \\ e_{35}^* &= (e_{156}d_{14} + H_{44})E; & e_{13}^* &= (e_{134}d_{14} + H_{21})E. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Таким образом, тензор Грина-Кристоффеля принимает общий вид, т.е. не имеет нулевых компонент. Как было показано выше (рисунок А.3 (Приложение А)), действие электрического поля $\vec{E}$ в данной конфигурации в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ практически не оказывает влияния на значение фазовой скорости продольной объемной волны. Однако происходит снятие вырождения сдвиговых волн вдоль направления $[100]$, в невозмущенном случае являющегося акустической осью, и последняя расщепляется на две конического типа с индексом Пуанкаре $\pm 1/2$, причем расщепление акустической оси происходит в плоскости типа (110) . Следовательно, волны Лэмба перестают быть чистыми модами, т.е. в смещениях волны присутствуют колебания вдоль оси X_2 . Аналогичная ситуация возникает и с SH-волнами.

На рисунке В.3 (Приложение В), представлены дисперсионные кривые фазовых скоростей акустических волн и коэффициентов управляемости α_v в зависимости от значения h/λ_i при приложении к пьезопластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ электрического поля $\vec{E} \parallel [100]$. На рисунке В.3, б (Приложение В), приведены коэффициенты управляемости α_v только для мод с большим значением α_v , т.к. значения коэффициентов α_v остальных мод на графике не различимы [232]. Следует отметить, что наиболее значимые величины α_v имеют первые моды акустических волн, причем значения α_v мод A_0 и SH_0 стремятся к значению α_v волны Рэлея, которое в данном случае равно $\alpha_v = -3,17 \times 10^{-10}$ В/м, в то время как величина α_v для мод SH_1 и S_0 почти вдвое превышает значение α_v волны Рэлея.

Отличительной особенностью при приложении внешнего электрического поля $\vec{E} \parallel [100]$ также является проявление эффекта гибридизации с увеличением h/λ_t , в частности, для мод A_0 и SH_0 , значения фазовых скоростей которых стремятся к скорости поверхностной акустической волны с увеличением величины h/λ_t . В области гибридизации, которые отмечены на рисунке В.3 вертикальными штриховыми линиями, значения коэффициентов управляемости α_v изменяются экспоненциально для взаимодействующих мод. Непосредственно вырождение (равенство значений фазовых скоростей) отсутствует. Однако приложение электрического поля к кристаллической пластине приводит к связи мод A_0 и SH_0 и «расталкиванию» дисперсионных зависимостей, что объясняет симметрию коэффициентов управляемости α_v этих мод.

На рисунке В.4 (Приложение В) изображены дисперсионные зависимости фазовых скоростей и коэффициентов управляемости α_v для кристалла LGS ($La_3Ga_5SiO_{14}$) в направлении $[100]$ плоскости (001) при приложении внешнего электрического поля вдоль $E \parallel [100]$. Приложение электрического поля вдоль оси X_1 , т.е. вдоль оси симметрии второго порядка, приводит согласно принципу Кюри к изменению симметрии кристалла до моноклинной класса симметрии 2, вследствие чего индуцируются новые материальные константы, но в основном происходит модификация существующих, в частности [233]:

$$\begin{aligned} C_{11}^* &= (C_{111}d_{11} + C_{112}d_{12} + C_{114}d_{14} - e_{111})E; & C_{22}^* &= (C_{222}d_{12} + C_{224}d_{14} - e_{122})E; \\ C_{13}^* &= (C_{133}d_{11} + C_{123}d_{12} + C_{134}d_{14} - e_{114})E; & C_{23}^* &= (C_{123}d_{11} + C_{133}d_{12} + C_{234}d_{14} + e_{113})E; \\ e_{11}^* &= (e_{111}d_{11} + e_{112}d_{12} + e_{114}d_{14} + H_{11})E; & e_{12}^* &= (e_{112}d_{11} + e_{122}d_{12} + e_{124}d_{14} + H_{12})E; \\ \varepsilon_{32}^* &= (H_{11}d_{11} + H_{12}d_{12} + H_{14}d_{14} + \varepsilon_{111})E; & \varepsilon_{22}^* &= (H_{12}d_{11} + H_{11}d_{12} + H_{24}d_{14} + \varepsilon_{122})E. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Следует отметить, что приложение электрического поля вдоль X_1 приводит к существенной статической деформации кристалла, вследствие чего тензор Грина-Кристоффеля становится несимметричным.

Характерной особенностью является тот факт, что значения коэффициентов управляемости α_v всех представленных мод акустической волны сравнимы между собой. Следует отметить рост значений коэффициентов α_v для нулевых мод с увеличением значения h/λ_t , причем максимальное значение $\alpha_v = -9,08 \times 10^{-11}$ В/м для моды A_0 . В данном направлении распространения волны Лэмба отсутствует эффект гибридизации акустических мод. Однако, при приложении внешнего электрического поля вдоль $\vec{E} \parallel [010]$ значение α_v уменьшается на порядок, но приводит к эффекту гибридизации между модами $S_0 - SH_0$ и $A_1 - SH_1$. Причем характер изменения коэффициента α_v в окрестности области гибридизации для всех мод носит экспоненциальный характер вследствие скачкообразного изменения фазовой скорости соответствующей моды в точке «вырождения». При приложении внешнего электрического

поля $\vec{E}$ вдоль направления $[010]$ значения коэффициентов α_v всех мод экспоненциально возрастают в области гибридизации из-за резкого изменения фазовой скорости в точке вырождения (рисунок В.4, в).

Приложение электрического поля вдоль оси X_3 , т.е. вдоль оси симметрии 3-го порядка, приводит к понижению симметрии кристалла до группы симметрии 3. Однако в данном случае понижение симметрии происходит только за счет нелинейного пьезоэффекта и электрострикции, т.е. отсутствует упругая нелинейность и статическая деформация кристалла, и новые материальные константы принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} C_{15}^* &= -e_{315}E; & C_{25}^* &= -e_{325}E; & C_{46}^* &= -e_{346}E; \\ e_{16}^* &= H_{41}E; & e_{15}^* &= H_{44}E; & e_{21}^* &= H_{41}E; \\ e_{22}^* &= H_{42}E; & e_{24}^* &= H_{44}E; & e_{31}^* &= H_{31}E; \end{aligned} \quad (4.17)$$

Особенностью Z-среза также является то, что приложение электрического поля вдоль осей X_1 либо X_2 вызывает большие изменения, чем приложение электрического поля вдоль оси X_3 , в данном варианте вдоль оси Z $[001]$. Заметим, что в случае приложения $E \parallel [001]$ и диапазоне изменения параметра h/λ_t от 0 до 8 коэффициенты α_v всех мод имеют незначительные величины (рисунок В.4, з).

На рисунке В.5 (Приложение В) приведены дисперсионные зависимости фазовых скоростей волн Лэмба и SH-волн от параметра h/λ_t при распространении волны в направлении $[010]$ плоскости (001) . В случае приложения электрического поля вдоль направления $[100]$ поведение коэффициентов α_v для волн Лэмба и SH-волн различается (рисунок В.5, б). Величины коэффициентов α_v для SH-волн изменяются в узком интервале $(9,0 \div -9,5) \times 10^{-11}$ м/В (вставка на рисунке В.5, б), но величины α_v для симметричных и антисимметричных мод волны Лэмба изменяются более значительно. При $E \parallel [001]$ (вдоль нормали к свободной металлизированной поверхности пластины) максимальные значения α_v наблюдаются в окрестности области гибридизации (рисунок В.5, в).

4.3 Эффект взаимодействия мод волны Лэмба при воздействии внешнего электрического поля на пьезопластину

В основном распространение мод упругой волны Лэмба и SH-волны в кристаллической пластине происходит независимо друг от друга. Однако в некоторых направлениях распространения упругой волны при определенных соотношениях значений частота×толщина $(h \times f)$ нормальные моды упругой волны могут стать связанными (гибридными), т.е. между ними

происходит «обмен» энергией. Этот эффект взаимодействия (гибридизации) между модами волны Лэимба был описан в пластинах кристалла ниобата калия и ниобата лития [234, 235].

В качестве количественной характеристики эффекта гибридизации предложен безразмерный коэффициент [236]:

$$M = \frac{W^{12} + W^{21}}{W^1 + W^2}. \quad (4.18)$$

где W^{12} - полная взаимная энергия двух связанных волн 1 и 2, усредненная по времени, состоящая из механической и электрической части взаимной энергии на единичную аперттуру волн:

$$W^{12} = \frac{1}{2T} \int_{-h}^h \int_0^T (\tau_{ij}^1 \eta_{ij}^2 + D_j^1 E_j^2) dt dx_3. \quad (4.19)$$

Здесь T - период волны. Полная энергия 1-ой волны на единичную аперттуру W^1 состоит из механического и электрического вкладов в пьезоэлектрической пластине и электрического вклада в вакууме:

$$W^1 = \frac{1}{2T} \int_{-h}^h \int_0^T (\tau_{ij}^1 \eta_{ij}^1 + D_j^1 E_j^1) dt dx_3 + \frac{1}{2T} \left(\int_h^\infty \int_0^T D_j^1 E_j^1 dt dx_3 + \int_{-\infty}^{-h} \int_0^T D_j^1 E_j^1 dt dx_3 \right). \quad (4.20)$$

Аналогично определяется полная энергия 2-ой волны. Коэффициент M максимален при равных значениях энергии взаимодействующих волн и не равен нулю только в области их взаимодействия (гибридизации) [236].

На рисунке В.6 (Приложение В) отображены характеристики симметричных и антисимметричных мод упругой волны Лэмба в направлении $[100]$ плоскости (001) в пластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO) (рисунок В.2) в области гибридизации между модами S_1 и A_1 , S_2 и A_2 . В линейном случае, т.е. при $E = 0$, в дисперсионных кривых фазовых скоростей, в частности между модами S_1 и A_1 , существуют две точки пересечения (равенства фазовых скоростей) [230]. В данной области h/λ от $\sim 6,2$ до $\sim 9,6$ коэффициент гибридизации имеет максимальное значение, близкое к единице (рисунок В.6, д). Однако эффект гибридизации, который заключается в существовании связанных мод и обмена энергией в условиях пространственно-временного синхронизма [237], в данном случае приводит к смене типа моды волны Лэмба, т.е. в области взаимодействия происходит плавное изменение типа поляризаций мод упругой волны (заштрихованная область рисунок В.6, е). Таким образом, в области гибридизации симметричная мода S_1 трансформируется в антисимметричную моду A_1 и одновременно антисимметричная мода A_1 трансформируется в симметричную моду S_1 .

Однако, равенство дисперсионных кривых фазовых скоростей симметричных и антисимметричных мод S_2 и A_2 упругой волны Лэмба происходит по касательной и при $E = 0$ трансформации типа моды упругой волны не происходит (рисунок В.6, б, з).

При приложении электрического поля ортогонально сагиттальной плоскости, т.е. $\vec{E} \parallel [010]$, происходит снятие вырождения и «расталкивание» дисперсионных зависимостей фазовых скоростей взаимодействующих мод S_1 и A_1 , S_2 и A_2 упругой волны. Область гибридизации между модами S_1 и A_1 при приложении внешнего электрического поля распадается практически на 3 области (рисунок В.6, д), но после прохождения областей взаимодействия смена типа поляризации мод упругой волны не происходит (рисунок В.6, д). Однако непосредственно в области гибридизации (заштрихованная область рисунок В.6, в, з) определение типа моды упругой волны затруднительно. Вследствие «расталкивания» фазовых скоростей взаимодействующих мод упругой волны и происходит экспоненциальное изменение значений коэффициента управляемости α_v , отмеченных на рисунках В.3- В.5 вертикальными штриховыми линиями.

На рисунке В.7 (Приложение В) отображены дисперсионные зависимости фазовых скоростей мод упругой волны S_0 и SH_1 в направлении $[100]$ плоскости (001) в пластине кристалла BGO. В данном случае между модами S_0 и SH_1 имеются две точки равенства фазовых скоростей. Однако, в линейном случае $\vec{E} = 0$ взаимодействия (гибридизации) между модами не происходит, т.к. поляризации этих мод упругой волны взаимно ортогональны [237]. Приложение внешнего электрического поля $\vec{E} \parallel [100]$, т.е. вдоль направления распространения упругой волны, вызывает снятие вырождения фазовых скоростей и приводит к «расталкиванию» дисперсионных кривых фазовых скоростей. В результате происходит взаимодействие между модами, и в области гибридизации происходит смена типа моды упругой волны (вставка на рисунке В.7). Максимальное значение коэффициента $M \approx 0,5$.

Более специфичный вариант проявления взаимодействия наблюдается сразу для трех мод, в частности, для мод $A_1 - SH_2 - S_1$ и $A_2 - SH_4 - S_2$, равенство фазовых скоростей которых при $E=0$ происходит в практически в одной точке (рисунок В.8). Причем в линейном случае эффект гибридизации наблюдается только для мод $A_1 - S_1$ и $S_2 - A_2$. Приложение внешнего электрического поля вдоль направления распространения упругой волны $\vec{E} \parallel [100]$ приводит к тому, что моды волны Лэмба и SH-моды перестают быть чистыми модами, и к снятию вырождения их фазовых скоростей. Дисперсионные зависимости фазовых скоростей взаимодействующих мод «расталкиваются». При этом, как и ранее, в области гибридизации мод упругой волны происходит изменение поляризации взаимодействующих мод. Также для моды S_2 в области гибридизации происходит смена знака коэффициента управляемости α_v .

Характер изменения коэффициентов управляемости α_v в области гибридизации всех трех мод носит экспоненциальный характер, которые отмечены на рисунке В.3, б вертикальными пунктирными линиями.

4.4. Анизотропия влияния внешнего электрического поля на распространение акустических волн в пьезоэлектрической пластине

Для оптимизации устройств акустоэлектроники необходимо выбирать как направления распространения акустической волны, так и соответствующие значения произведения частота×толщина ($h \times f$) для заданного рабочего частотного диапазона устройства. В настоящем разделе рассмотрим анизотропию характеристик волны Лэмба в пластине пьезокристалла, подвергнутого воздействию однородного электрического поля, на примере выбранного в качестве модельного кристалла германосилленита $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO) и кристалла лангасита $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ (LGS).

При распространении упругой волны в плоскости (001) пластины кристалла BGO приложение внешнего электрического поля вдоль $\vec{E} \parallel X_1$ либо $\vec{E} \parallel X_2$, т.е. вдоль направления распространения волны либо ортогонально сагиттальной плоскости, понижает симметрию кристалла до триклинной в общем случае, кроме направлений действия поля вдоль осей симметрии кристалла, подробно рассмотренных ранее, уравнения (4.12) и (4.15). При действии поля вдоль оси X_3 ($\vec{E} \parallel [001]$) плоскости (001), т.е. ортогонально свободной поверхности пластины кристалла, симметрия кристалла понижается до моноклинной класса 2 с осью симметрии вдоль направления $[001]$ и индуцированными эффективными константами:

$$\begin{aligned} C_{16}^* &= (C_{166}d_{14} - e_{124})E; & C_{26}^* &= (C_{155}d_{14} - e_{134})E; \\ C_{36}^* &= (C_{144}d_{14} - e_{114})E; & C_{45}^* &= (C_{456}d_{14} - e_{156})E; \\ e_{15}^* &= (e_{156}d_{14} + H_{55})E; & e_{31}^* &= (e_{124}d_{14} + H_{31})E; \\ e_{32}^* &= (e_{134}d_{14} + H_{32})E; & e_{33}^* &= (e_{114}d_{14} + H_{33})E. \end{aligned} \quad (4.21)$$

На рисунке С.1 (Приложение С) изображены фазовые скорости нулевых и первых мод волны Лэмба в плоскости (001) пластины кристалла BGO при значениях $h \times f$ от 500 до 3000 м/с. Значения фазовой скорости антисимметричной мода A_0 при увеличении значения $h \times f$ существенным образом увеличивается, в частности, в направлении $[110]$ от 1284,96 м/с до 1645,58 м/с, но квадрат КЭМС (рисунок С.2) уменьшается от 0,023 до 0,008. Значения квадрата КЭМС рассчитывались подобно случаю поверхностной акустической волны, т.е. с учетом металлизации одной свободной поверхности пьезопластины [238, 239]. Максимальное значение квадрата КЭМС в плоскости (001) достигается для моды A_1 в направлении $[110]$ и равно 0,005 для $h \times f = 1500$ м/с. Следует отметить, что качественное поведение квадрата КЭМС для первых

мод акустической волны в пластине подобно нулевым модам, но численные значения много меньше.

При приложении поля вдоль направления распространения волны ($\vec{E} \parallel X_1$) коэффициенты управляемости фазовых скоростей моды A_0 качественно подобны коэффициенту α_v для волны Рэлея [187] и существенным образом увеличиваются в направлении типа [100] с увеличением $h \times f$ от 500 до 3000 м/с, соответственно от $-4,17 \cdot 10^{-11}$ до $-2,5 \cdot 10^{-10}$ м/В. Однако для моды A_1 максимальные значения α_v достигаются в направлении [110], в частности $\alpha_v = -6,7 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 2500$ м/с. Отметим, что в результате приложения электрического поля ортогонально сагиттальной плоскости ($\vec{E} \parallel X_2$) направления распространения акустической волны [100] и [010], неразличимые в невозмущенном кристалле, становятся неравноправными. Этот эффект является следствием особенности точечной симметрии 23 данного кристалла, поскольку здесь имеет место различие в компонентах нелинейных электромеханических свойств, отвечающих за влияние поля на скорости волн, например, таких как $C_{155} \neq C_{166}$, $e_{124} \neq e_{134}$, $H_{12} \neq H_{21}$, причем в других пьезоэлектриках кубической симметрии эти компоненты равны. В частности, для моды A_0 значения $\alpha_v = -6,1 \cdot 10^{-12}$ м/В в направлении [100] и $\alpha_v = -7,3 \cdot 10^{-12}$ м/В в [010] (рисунок С.2, д). Приложение электрического поля к пластине вдоль X_3 , которое рассчитывалось для обеих металлизированных поверхностей пьезопластины, приводит к увеличению значения коэффициента α_v с увеличением толщины пластины, в частности α_v для моды A_0 изменяется от $-2,58 \cdot 10^{-10}$ до $-3,71 \cdot 10^{-10}$ м/В в направлении [110] (рисунок С.2) (Приложение С) [240].

Характерной особенностью распространения упругих волн в плоскости (001) является проявление эффекта гибридизации, т.е. существуют связанные моды, между которыми происходит обмен энергией. Эффект гибридизации между модами S_0 и SH_0 в случае, когда электрическое поле отсутствует, проявляется только для толстых пластин при значениях $h \times f$ от 2000 м/с (рисунок С.3). Следует отметить, что гибридизация происходит в точке равенства фазовых скоростей мод S_0 и SH_0 с фазовой скоростью объемной быстрой квазисдвиговой волны QFS. Приложение электрического поля вдоль осей X_1 или X_2 усиливает эффект гибридизации, из-за чего значения α_v увеличиваются в экспоненциальной зависимости для этих мод и достигают максимальных значений (рисунок С.4). Одновременно при приложении электрического поля к пластине вдоль X_1 или X_2 возникает эффект гибридизации между модами S_0 и SH_1 , отсутствующий в невозмущенном случае (рисунок С.3). Приложение электрического поля к пластине вдоль оси X_3 , которое рассчитывалось для обеих металлизированных поверхностей пластины, существенным образом уменьшает эффект гибридизации.

Максимальные значения коэффициента α_v для моды S_0 достигаются в направлении $[100]$ плоскости (001) при приложении электрического поля вдоль X_1 , увеличиваясь с ростом значений $h \times f$ от $\alpha_v = -1,9 \cdot 10^{-12}$ до $4,34 \cdot 10^{-10}$ м/В, и существенно уменьшаются в направлении $[110]$ (рисунок С.4).

Однако при приложении электрического поля вдоль оси X_3 максимальные значения коэффициента α_v достигаются в направлении $[110]$: $\alpha_v = 2,99 \cdot 10^{-10}$ м/В при $h \times f = 3000$ м/с. Значения квадрата КЭМС моды S_0 существенно увеличиваются в направлении $[110]$ с ростом значения $h \times f$ от 0,47 % до 0,84 % при $h \times f = 500$ и 3000 м/с, соответственно. Однако влияние эффекта гибридизации, описанное выше, приводит к экспоненциальной зависимости коэффициента α_v в области гибридизации и к изменению значения квадрата КЭМС. Анизотропия коэффициента α_v для моды SH_0 (рисунок С.4) при приложении электрического поля вдоль оси X_1 аналогична анизотропии коэффициента α_v моды S_0 волны Лэмба. Но при приложении электрического поля вдоль оси X_3 либо вдоль X_2 значения коэффициента α_v практически не зависят от значения $h \times f$, за исключением области гибридизации между модами S_0 и SH_0 . Следует отметить, что мода SH_0 обладает максимальным значением квадрата КЭМС, равным 2,8 % в направлениях $[100]$ и $[010]$ плоскости (001) . Экстремальные значения коэффициентов α_v волн Лэмба и SH -волн приведены в таблице 4.1 [241].

На рисунке С.5 (Приложение С) приведены значения коэффициентов управляемости α_v для первых мод S_1 и A_1 волны Лэмба, а также для моды SH_1 в плоскости (001) пластины кристалла BGO при приложении электрического поля. Характерной особенностью для высших мод является экстремальное поведение коэффициента α_v в случае, когда значение $h \times f$ близко к критическому, при котором становится возможным появление акустической моды выше нулевого порядка. В данном случае малое изменение симметрии и конфигурации пьезопластины приводит к существенным изменениям фазовой скорости. В частности, для моды A_1 $\alpha_v = 12,32 \cdot 10^{-10}$ м/В в направлении $[110]$ при приложении электрического поля вдоль оси X_3 (рисунок С.5). Отметим также влияние эффекта гибридизации, которое приводит к экспоненциальной зависимости коэффициента α_v в этих областях существования акустической волны.

В плоскости (110) пластины кристалла $Bi_{12}GeO_{20}$ (рисунок С.6 (Приложение С)) максимальные значения коэффициента α_v достигаются при приложении электрического поля вдоль оси X_1 . Для мод A_0 и SH_0 в направлении $[001]$ при $h \times f = 2000$ м/с $\alpha_v = 3,7 \cdot 10^{-10}$ и $-5,0 \cdot 10^{-10}$ м/В соответственно (рисунок С.7). Однако для моды S_0 максимальное значение $\alpha_v = -5,8 \cdot 10^{-10}$ м/В при $h \times f = 1000$ м/с имеет место в направлении под углом 27° градусов с направлением $[001]$ (рисунок С.8). Приложение электрического поля вдоль оси X_3 практически не влияет на коэффициенты. Характер анизотропии α_v в плоскости (110) для объемных акустических волн

вызван расщеплением под действием поля на две акустической оси касательного типа, существовавшей в направлении [001] (ось симметрии 2-го порядка), и смещением акустической оси конического типа, существовавшей в направлении [111] (ось симметрии 3-го порядка), что детально обсуждалось выше [158].

Таблица 4.1. Максимальные и минимальные значения коэффициента α_v мод волны Лэмба и поверхностно-поперечных волн в кристалле германосилленита при воздействии постоянного электрического поля

Плоскость	Мода	Направление поля	Угол	$h \times f$, м/с	α_v , 10^{-11} м/В
(001)	A_0	$E \parallel X_3$	0	3000	-39
		$E \parallel X_1$	47	500	-0,132
	SH_0	$E \parallel X_1$	0	3000	19,9
		$E \parallel X_1$	18	500	-1,38
	S_0	$E \parallel X_1$	90	3000	45,4
		$E \parallel X_2$	44	500	-0,45
	A_1	$E \parallel X_3$	0	1000	36,2
		$E \parallel X_2$	90	2500	-2,74
	SH_1	$E \parallel X_1$	90	3000	38,6
		$E \parallel X_2$	90	1500	-3,94
	S_1	$E \parallel X_3$	42	2000	-24
		$E \parallel X_1$	0	2500	-0,2
(110)	A_0	$E \parallel X_1$	90	1000	30,1
		$E \parallel X_3$	50	1000	-4,8
	SH_0	$E \parallel X_2$	90	1000	-50,3
		$E \parallel X_3$	59	500	-4,9
	S_0	$E \parallel X_1$	29	1000	-58,1
		$E \parallel X_3$	50	1000	4,28

На основе приведенных данных можно оптимальным образом выбрать направление распространения упругой волны в пластине кристалла германосилленита для создания управляемых акустоэлектронных устройств. В частности, в направлении [100] пластины кристалла германосилленита при $h/\lambda=4$ для моды A_0 , где фазовая скорость волны $v=1473,9840$ м/сек и задержка сигнала в линии длиной 0,01 м составит $\Delta t=6,78433 \cdot 10^{-6}$ сек, при приложении электрического поля вдоль нормали к свободной поверхности в [001] возможно изменение Δt в интервале $\pm 8,04190 \cdot 10^{-10}$ сек. при $E=10^{-7}$ В/м, т.к. $\alpha_v= -1,18522 \cdot 10^{-11}$ м/В. Для моды SH_0 возможно изменение $\Delta t= 5,9947710^{-6}$ в интервале $\pm 5,62830 \cdot 10^{-10}$ сек, т.к. $v= 1668,1220$ м/сек и $\alpha_v= -9,38780 \cdot 10^{-12}$ м/В, однако для моды SH_1 , у которой $v= 3054,0870$ м/сек, $\alpha_v= -8,46965 \cdot 10^{-11}$ м/В и $\Delta t= 3,24657 \cdot 10^{-06}$ сек возможно изменение Δt в интервале $\pm 2,75206 \cdot 10^{-9}$ сек.

Кристалл лангасита (LGS, $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$), относящийся к тригональной группе симметрии 32, обладает важным сочетанием практически значимых свойств: термостабильностью, малым затуханием распространения упругой волны и большей пьезоактивностью по сравнению с кристаллом кварца [176, 242]. В дополнение к этим свойствам кристалл LGS обладает высокой химостойкостью и отсутствием фазовых переходов до температуры плавления 1470°C , что позволяет использовать его в высокотемпературных устройствах [243, 244]. На основе теории, которая детально представлена выше и в работах [140, 145], был создан класс управляемых устройств акустоэлектроники, в частности, фильтры и линии задержки сигнала, модуляторы и т.п. Наиболее часто в акустоэлектронных устройствах встречается ситуация, когда длина упругой волны сравнима с толщиной пластины и для создания устройств акустоэлектроники необходимо выбрать для заданного рабочего частотного диапазона устройства как оптимальные направления распространения акустической волны, так и соответствующие отношения $\text{толщина} \times \text{частота}$ ($h \times f$).

Анализ изменения характеристик акустической волны в пьезопластине LGS, подвергнутого воздействию однородного электрического поля, был выполнен в базовых плоскостях (001), (100), (010) и (110) при действии внешнего электрического поля вдоль осей X_1 , X_2 и X_3 в рабочей системе координат [245]. Все характеристики приведены для свободных поверхностей пьезопластины, кроме варианта приложения электрического поля вдоль X_3 , поскольку, как это отмечалось выше, данный вариант нельзя осуществить без металлизации поверхностей кристалла.

На рисунке D.1 (Приложение D) изображены фазовые скорости нулевых и первых мод волны Лэмба в Y-срезе при значениях $h \times f$ от 500 до 3000 м/с. Моды более высокого порядка появляются при значениях $h \times f$ от 1500 м/с. Значение фазовой скорости антисимметричной моды A_0 при увеличении значения $h \times f$ возрастает, но квадрат КЭМС сначала возрастает, например, при угле 0° от 0,52% до 0,77%, после чего уменьшается до значения 0,32% при $h \times f = 3000$ м/с (рисунок D.2). Для моды S_0 в Y-срезе достигается максимальное значение квадрата КЭМС = 2,0% вдоль оси X_1 при $h \times f = 500$ м/с, с ростом $h \times f$ величина КЭМС уменьшается до 0,08% (рисунок D.3). Скорости SH_0 -волны для выбранных значений $h \times f$ незначительно уменьшаются с ростом $h \times f$, квадрат КЭМС также уменьшается от 0,37% до 0,02% (рисунок D.4) [246].

Эффект гибридизации между модами S_0 и SH_1 проявляется при значениях $h \times f$ от 2000 м/с, области гибридизации отмечены вертикальными штриховыми линиями (рисунок D.1). На рисунке 4.1 указан диапазон направлений распространения упругой волны, в котором возникает эффект гибридизации между модами S_0 и SH_1 упругой волны. Чистые моды SH-волны и волн Лэмба, как это отмечалось выше, не взаимодействуют при распространении, например, в

направлении $[100]$, т.к. имеют взаимно ортогональные поляризации. Однако в произвольном направлении распространения моды упругой волны Лэмба становятся обобщенными и в некоторых областях перестают иметь взаимно ортогональные поляризации, что приводит к обмену энергией между модами упругой волны, и колебания одной моды возбуждают колебания другой. При этом происходит трансформация типа моды упругой волны в точке гибридизации, которая обозначена вертикальной штриховой линией. Значения отношений нормализованных компонент механического смещения мод S_0 и SH_1 до и после точки гибридизации приведены на рисунке 4.1, б. Очевидно, что при переходе через область гибридизации от $\varphi = 50,7^\circ$ до $\varphi = 53,6^\circ$ (заштрихованная область на рисунке 4.1, б) происходит трансформация типа волн. Например, до данной области преобладающим является отношение U_2/U_1 , но далее преобладающим является U_3/U_1 (точечная линия на рисунке 4.1, б). Следует отметить, что непосредственно в области гибридизации определить тип волн связанных мод затруднительно.

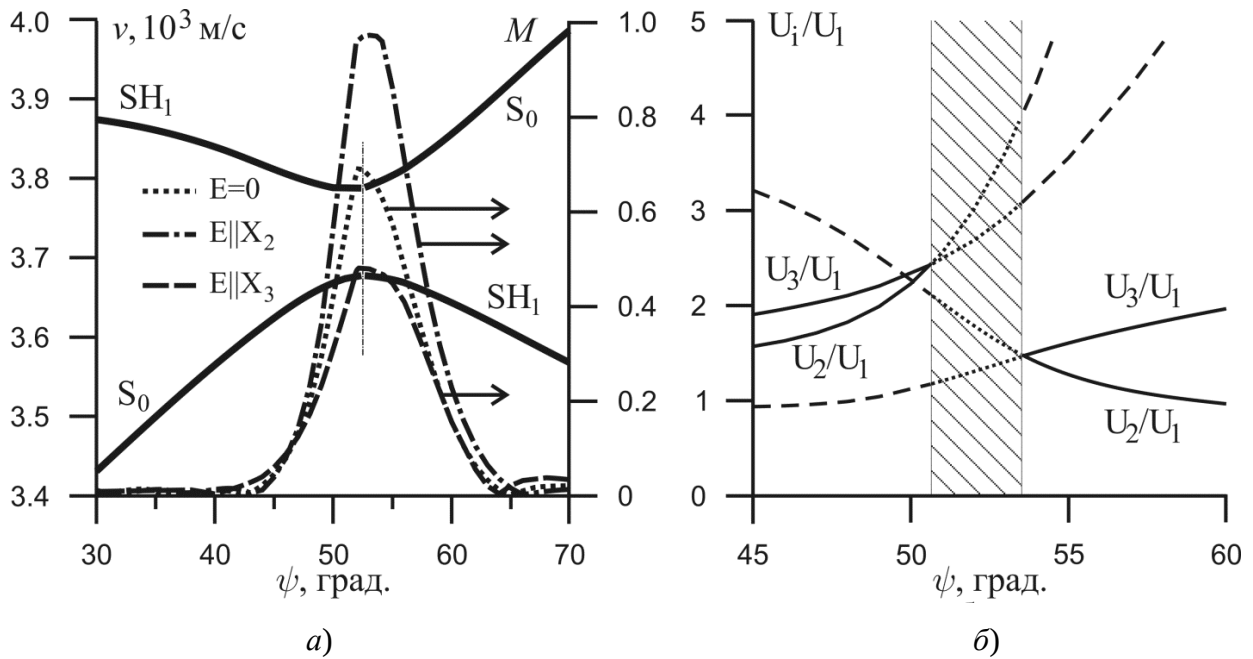


Рисунок 4.1 – а) фазовые скорости и коэффициенты гибридизации для мод S_0 и SH_1

$\varphi = 53^\circ$, $h \times f = 2500$ м/с; б) отношения нормализованных компонент вектора смещения гибридизирующих мод упругой волны

Коэффициенты гибридизации M (4.18) для мод S_0 и SH_1 при $h \times f = 2500$ м/с показаны на рисунке 4.1. Следует отметить, что в этом случае «изменение» поляризации, т.е. изменение типа моды, происходит без равенства фазовых скоростей в направлении распространения акустической волны. Приложение постоянного электрического поля вдоль направления распространения упругой волны $\bar{E} \parallel X_1$ или ортогонально свободной поверхности $\bar{E} \parallel X_3$ уменьшает значение коэффициента гибридизации M . Однако, приложение постоянного

электрического поля вдоль $\bar{E} \parallel X_2$, т.е. ортогонально сагиттальной плоскости, наоборот, значительно увеличивает значения M .

При приложении электрического поля вдоль направления распространения волны ($\bar{E} \parallel X_1$) максимальные значения коэффициентов управляемости фазовых скоростей моды A_0 достигаются в окрестности оси X [100], в частности коэффициент $\alpha_v = 8,3 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 3000$ м/с. Значения коэффициентов α_v для мод S_0 и SH_0 вне областей гибридизации имеют такой же порядок величины и максимальные значения $\alpha_v = -1,28 \cdot 10^{-10}$ м/В при $h \times f = 1500$ м/с и $\alpha_v = -4,11 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 2000$ м/с. При приложении электрического поля вдоль X_2 значения α_v для моды S_0 на порядок меньше, чем при $\bar{E} \parallel X_1$, для A_0 и SH_0 имеют тот же порядок величины. Приложение электрического поля вдоль X_3 существенным образом увеличивает значения α_v по сравнению с влиянием поля при $\bar{E} \parallel X_2$. Максимальные значения $\alpha_v = -8,1 \cdot 10^{-11}$ м/В достигаются для моды A_0 при $h \times f = 2500$ м/с (рисунок D.2). Следует отметить, что характер поведения значений α_v для мод A_0 и S_0 качественно подобны при $\bar{E} \parallel X_3$.

Качественное поведение коэффициентов управляемости для первых мод акустической волны в пластине подобно поведению α_v нулевых мод (рисунок D.5). Пики на графиках обусловлены эффектом гибридизации моды SH_1 с модой S_0 (рисунок D.5, $z-e$). Поведение моды A_1 при приложении $\bar{E} \parallel X_2$ объясняется взаимодействием с модой SH_2 (не указана на графиках).

На рисунке D.6 (Приложение D) изображены фазовые скорости фундаментальных и первых мод волны Лэмба в X-срезе при значениях $h \times f$ от 500 до 2500 м/с. Первая мода появляется при $h \times f = 1500$ м/с. Значение фазовой скорости антисимметричной моды A_0 при увеличении значения $h \times f$ существенным образом увеличивается, но квадрат КЭМС уменьшается, например, при угле 93° от 0,9% до 0,47% (рисунок D.7, a). Симметричная мода S_0 ведет себя противоположным образом: значение фазовой скорости при увеличении значения $h \times f$ уменьшается, но квадрат КЭМС увеличивается, например, при угле 66° от 0,34% до 1,03% ($h \times f = 1500$ м/с) и достигает максимального значения в данном срезе, после чего величина КЭМС уменьшается при увеличении $h \times f$ (рисунок D.8). Скорости SH_0 - волны для выбранных значений $h \times f$ незначительно уменьшаются с ростом $h \times f$, но квадрат КЭМС ведет себя аналогично КЭМС для моды S_0 (рисунок D.9).

Характерной особенностью распространения упругих волн в пьезоэлектрической пластине X-среза кристалла LGS также является эффект гибридизации. Например, эффект гибридизации между модами A_0 и SH_0 проявляется только для толстых пластин при значениях $h \times f$ от 2000 м/с в диапазоне углов от 27° до 57° (рисунок D.6, z,d). При прохождении области гибридизации волны резко меняют значение фазовой скорости. Более типичной является ситуация, когда наблюдается эффект гибридизации между нулевой и первой модами. В

частности, гибридизация для мод S_0 и SH_1 проявляется для достаточно толстых пластин при значениях $h \times f$ от 1500 м/с (рисунок D.6, в-д). Приложение электрического поля вдоль осей X_1 или X_2 усиливает эффект, из-за чего значения α_v увеличиваются в экспоненциальной зависимости для этих мод и достигают максимальных значений (рисунок D.7, б, в; рисунок D.8, б, г; рисунок D.9, б, г). Приложение электрического поля к пластине вдоль оси X_3 , которое рассчитывалось для обеих металлизированных поверхностей пластины, существенным образом уменьшает эффект гибридизации. При значениях $h \times f$ от 500 до 1500 м/с в области угла 65° фазовые скорости мод S_0 и SH_0 сближаются, и приложение поля усиливает их взаимодействие (рисунок D.8, г; рисунок D.9, г). Однако при значениях $h \times f$ от 2000 м/с наблюдаются аномально большие значения α_v , имеющие противоположные знаки относительно более тонких пластин. Это объясняется тем, что фазовые скорости мод расходятся, приложение поля еще более расталкивает их.

При приложении электрического поля вдоль направления распространения волны ($\vec{E} \parallel X_1$) максимальные значения коэффициентов управляемости фазовых скоростей моды A_0 достигаются в окрестности оси Y , в частности коэффициент $\alpha_v = -5,9 \cdot 10^{-12}$ м/В при $h \times f = 2000$ м/с (рисунок D.7, б). Значения коэффициентов α_v для мод S_0 и SH_0 вне областей гибридизации существенно меньше и максимальные значения $\alpha_v = -1,74 \cdot 10^{-12}$ м/В при $h \times f = 1000$ м/с и $\alpha_v = 3,8 \cdot 10^{-12}$ м/В при $h \times f = 2000$ м/с (рисунки D.8-D.9). При приложении электрического поля вдоль X_2 значения α_v для всех мод на порядок меньше, чем при $\vec{E} \parallel X_1$. Приложение электрического поля вдоль оси X_3 , т.е. в данном случае вдоль оси второго порядка кристалла $[100]$, вызывает понижение симметрии кристалла до моноклинной и существенным образом увеличивает значения α_v . Максимальные значения $\alpha_v = 1,5 \cdot 10^{-10}$ м/В для моды S_0 при $h \times f = 1500$ м/с, $\alpha_v = -1,78 \cdot 10^{-10}$ м/В для SH_0 при $h \times f = 2500$ м/с. Характер поведения значений α_v для мод S_0 и SH_0 качественно подобны при $E \parallel X_3$.

Следует отметить, что качественное поведение коэффициентов управляемости для первой моды A_1 подобно поведению α_v нулевой моды A_0 (рисунок D.10, а-в). Однако характерной особенностью для высших мод является экстремальное поведение коэффициента α_v в случае, когда значение $h \times f$ близко к критическому, при котором становится возможным появление акустической моды выше нулевого порядка. В данном случае малое изменение симметрии и конфигурации пьезопластины приводит к существенным изменениям фазовой скорости. В частности, для моды SH_1 $\alpha_v = 2,19 \cdot 10^{-10}$ м/В под углом 160° при приложении электрического поля вдоль оси X_3 (рисунок D.10, г, д). Отметим также влияние эффекта гибридизации, которое приводит к экспоненциальной зависимости коэффициентов α_v в областях взаимодействия с модой S_0 волны Лэмба (рисунок D.8).

На рисунке D.11 (Приложение D) изображены фазовые скорости нулевых и первых мод волны Лэмба в Z-срезе при значениях $h \times f$ от 500 до 3000 м/с. Моды первого порядка и выше появляются при $h \times f$ от 2000 м/с, причем в отличие от рассмотренных ранее срезов мода S_1 появляется только при значении $h \times f$ от 3000 м/с. Особенностью Z-среза кристалла LGS является отсутствие явно выраженного эффекта гибридизации между какими-либо модами.

При увеличении значения $h \times f$ квадрат КЭМС антисимметричной моды A_0 возрастает от 0,03% при $h \times f = 500$ м/с до 0,75% при $h \times f = 2500$ м/с (рисунок D.12, а). С увеличением значения $h \times f$ для мод SH_0 и S_0 уменьшается величина КЭМС: например, для моды S_0 от 0,69% до 0,24% (рисунок D.13). Для моды SH_0 в Z-срезе достигается максимальное значение квадрата КЭМС = 2,48% (угол 30° с осью X) при $h \times f = 500$ м/с, с ростом $h \times f$ величина КЭМС уменьшается до 0,24% (рисунок D.14).

Для всех нулевых мод в данном срезе отмечено, что при значениях $h \times f$ более 2500 м/с происходит изменение качественного поведения КЭМС (рисунки D.12 - D.14) и коэффициентов управляемости. Это проявление резонансного взаимодействия мод при сближении значений их фазовых скоростей в толстых пластинах и неявно выраженный эффект гибридизации.

Приложение электрического поля вдоль оси X_3 , т.е. вдоль оси симметрии 3-го порядка, приводит к понижению симметрии кристалла до группы симметрии 3. Однако в данном случае, как это отмечалось выше (4.17), понижение симметрии происходит только за счет нелинейного пьезоэффекта и электрострикции (1.24), т.е. отсутствует упругая нелинейность и статическая деформация кристалла. Особенностью Z-среза также является то, что приложение электрического поля вдоль осей X_1 либо X_2 вызывает большие изменения, чем приложение электрического поля вдоль оси X_3 , в данном варианте вдоль оси Z [001] (рисунки D.12-D.14).

Качественное поведение коэффициентов управляемости для первых мод акустической волны в пластине подобно поведению α_v нулевых мод (рисунок D.15). Изменение характера коэффициентов управляемости моды SH_1 для $h \times f = 3000$ м/с при приложении $\vec{E} \parallel X_2$ объясняется взаимодействием с S_0 .

На рисунке D.16 (Приложение D) изображены фазовые скорости нулевых и первых мод волны Лэмба в $Y+45^\circ$ срезе при значениях $h \times f$ от 500 до 2500 м/с. Эффект гибридизации между модами S_0 и SH_1 проявляется при значениях $h \times f$ от 1500 м/с, области гибридизации отмечены вертикальными штриховыми линиями (рисунок D.16, з-д). При увеличении значения $h \times f$ квадрат КЭМС антисимметричной моды A_0 сначала возрастает, например, при угле 0° от 0,7% до 0,82%, после чего уменьшается до значения 0,38% при $h \times f = 2500$ м/с (рисунок D.17). Следует отметить, что мода S_0 обладает максимальным значением квадрата КЭМС, равным 1,19 % под углом 11° от направления [110] плоскости (110) при $h \times f = 1500$ м/с (рисунок D.18).

Скорости SH_0 - волны для выбранных значений $h \times f$ незначительно изменяются с ростом $h \times f$, квадрат КЭМС уменьшается (рисунок D.19).

При приложении электрического поля вдоль направления распространения волны ($E \parallel X_1$) максимальные значения коэффициентов управляемости фазовых скоростей моды A_0 достигаются в окрестности направления $[110]$, в частности коэффициент $\alpha_v = -8,0 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 2500$ м/с (рисунок D.17). Значения коэффициентов α_v для мод S_0 и SH_0 вне областей гибридизации имеют такой же порядок величины и максимальные значения $\alpha_v = 8,71 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 1500$ м/с и $\alpha_v = -7,37 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 2500$ м/с. Однако влияние эффекта гибридизации, описанное выше, приводит к росту значений коэффициента α_v в области гибридизации и к изменению значения квадрата КЭМС. Анизотропия коэффициента α_v для моды SH_0 (рисунок D.19) при приложении электрического поля вдоль оси X_1 аналогична анизотропии коэффициента α_v моды S_0 (рисунок D.18). При приложении электрического поля вдоль X_2 значения α_v для всех мод существенно меньше, чем при $E \parallel X_1$.

Приложение электрического поля вдоль оси X_3 существенным образом увеличивает значения α_v по сравнению с влиянием поля при $E \parallel X_2$. Максимальные значения $\alpha_v = 1,01 \cdot 10^{-10}$ м/В достигаются для моды S_0 при $h \times f = 1500$ м/с (рисунок D.18).

Значения коэффициентов управляемости для первых мод акустической волны в пластине существенно превышают α_v нулевых мод (рисунок D.20). Это объясняется большей величиной фазовой скорости этих волн. Например, значения α_v моды SH_1 при $h \times f = 1500$ м/с (момент появления волны при критическом параметре $h \times f$) для всех вариантов приложения поля в 2 раза превышают значения α_v для более толстых пластин, для которых значения фазовой скорости существенно меньше. Для пластин с $h \times f$ более 2000 м/с эффект гибридизации мод S_0 и SH_1 существенно влияет на характер коэффициентов управляемости.

Максимальные и минимальные значения коэффициентов управляемости α_v волн Лэмба и SH-волн приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2. Экстремальные значения коэффициентов управляемости α_v волн Лэмба и SH-волн в кристалле лангасита при воздействии внешнего электрического поля

Плоскость	Мода	Направление эл. поля	Угол $\varphi, ^\circ$	$h \times f$, м/с	α_v , 10^{-11} м/В
X-срез	A_0	$E \parallel X_3$	121	2500	8,59
		$E \parallel X_1$	9	500	-0,0021
	SH_0	$E \parallel X_3$	65	2000	-17,87
		$E \parallel X_2$	159	1500	0
	S_0	$E \parallel X_3$	66	1500	-14,93

	A ₁	E X ₁	9	1000	-0,0005
		E X ₃	70	2500	-12,32
		E X ₂	119	2500	-0,007
	SH ₁	E X ₃	160	1500	21,89
		E X ₁	75	2500	-0,0002
Y-срез	A ₀	E X ₁	180	3000	-8,69
		E X ₁	90	500	-0,011
	SH ₀	E X ₃	117	500	-6,36
		E X ₃	90	1500	0,0014
	S ₀	E X ₁	0	1500	-12,87
		E X ₁	90	500	0,0003
	A ₁	E X ₁	0	3000	-13,88
		E X ₁	90	2500	0,0039
	SH ₁	E X ₃	23	1500	-22,17
		E X ₂	0	2000	0,0037
Z-срез	A ₀	E X ₂	90	3000	-9,54
		E X ₃	60	500	-0,0056
	SH ₀	E X ₂	90	2000	-9,56
		E X ₁	42	1500	0,0044
	S ₀	E X ₂	90	3000	-9,24
		E X ₃	27	500	-0,0019
	A ₁	E X ₂	150	2500	-2,22
		E X ₁	94	3000	-0,0002
	SH ₁	E X ₁	120	2500	-5,38
		E X ₃	30	3000	0
	S ₁	E X ₁	60	3000	5,016
		E X ₂	59	3000	0,0017
Y+45-срез	A ₀	E X ₃	148	2500	-8,67
		E X ₃	81	1500	-0,0149
	SH ₀	E X ₃	61	500	7,55
		E X ₂	111	1500	-0,0232
	S ₀	E X ₃	24	1500	10,07
		E X ₂	90	1500	0,0103
	A ₁	E X ₃	22	2000	10,62

		$E X_2$	150	2000	0
	SH ₁	$E X_3$	7	1500	-23,31
		$E X_2$	159	2500	-0,024

На основе приведенных данных можно оптимальным образом выбрать направление распространения упругой волны для создания управляемых акустоэлектронных устройств. В частности:

- X-срез: для моды S_0 ($h \times f = 1500$ м/с, угол 66° с осью $[010]$), где фазовая скорость волны $v = 3839,6$ м/сек и задержка сигнала в линии длиной $0,01$ м составит $\Delta t = 2,60572$ мсек, при приложении электрического поля вдоль нормали к металлизированной поверхности ($\bar{E} || X_3$) возможно изменение Δt в интервале $\pm 3,85 \cdot \text{нсек}$ при $E = 10^7$ В/м, т.к. $\alpha_v = -1,49 \cdot 10^{-10}$ м/В.
- Y-срез: для моды S_0 ($h \times f = 1500$ м/с, угол 0° с осью $[100]$, КЭМС = $1,67\%$), где фазовая скорость волны $v = 3999,8070$ м/сек и задержка сигнала в линии длиной $0,01$ м составит $\Delta t = 2,50012$ мсек, при приложении электрического поля вдоль оси X_1 ($\bar{E} || X_1$) возможно изменение Δt в интервале $\pm 3,18$ нсек при $E = 10^7$ В/м, т.к. $\alpha_v = -1,27039 \cdot 10^{-10}$ м/В.
- Для моды A_0 ($h \times f = 1500$ м/с, угол 0° с осью $[100]$, КЭМС = $0,65\%$), где фазовая скорость волны $v = 2160,3050$ м/сек и задержка сигнала в линии длиной $0,01$ м составит $\Delta t = 4,62898$ мсек, при приложении электрического поля вдоль оси X_1 ($\bar{E} || X_1$) возможно изменение Δt в интервале $\pm 3,07943$ нсек. при $E = 10^7$ В/м, т.к. $\alpha_v = 6,65693 \cdot 10^{-11}$ м/В.
- Z-срез: для моды SH_0 ($h \times f = 500$ м/с, угол 30° с осью $[100]$, КЭМС = $2,54\%$), где фазовая скорость волны $v = 2622,4960$ м/сек и задержка сигнала в линии длиной $0,01$ м составит $\Delta t = 3,81316$ мсек, при приложении электрического поля вдоль оси X_2 ($\bar{E} || X_2$) возможно изменение Δt в интервале $\pm 3,52332$ нсек. при $E = 10^7$ В/м, т.к. $\alpha_v = 9,248 \cdot 10^{-11}$ м/В.
- 45° Y-срез: для моды S_0 ($h \times f = 1500$ м/с, угол 23° с осью $[110]$), где фазовая скорость волны $v = 3922,9900$ м/сек и задержка сигнала в линии длиной $0,01$ м составит $\Delta t = 2,54908 \cdot \text{мсек}$, при приложении электрического поля вдоль нормали к металлизированной поверхности ($\bar{E} || X_3$) возможно изменение Δt в интервале $\pm 2,60535 \cdot \text{нсек}$ при $\bar{E} = 10^7$ В/м, т.к. $\alpha_v = 1,023 \cdot 10^{-10}$ м/В.

4.5. Термостабильные направления распространения мод волны Лэмба в пластине кристалла лангасита

Требования к акустоэлектронным устройствам включают в себя необходимость использования срезов кристаллов и акустических мод с низкими значениями температурных коэффициентов, высокими значениями коэффициентов электромеханической связи (КЭМС) и малыми уровнями упругой и других видов нелинейности [247, 248]. Примерами подобных

устройств могут служить резонаторы на объемных (ОАВ) и поверхностных (ПАВ) акустических волнах в устройствах стабилизации частоты и различных частотных и временных стандартов на их основе [249 - 252]. Применение акустических волн Лэмба и волн с поперечно-горизонтальной поляризацией (SH) может расширить функциональные возможности этих устройств. Например, недавно был исследован тонкопленочный резонансный датчик давления, где использованы нулевые моды и моды первого порядка волн Лэмба [253]. Термокомпенсированные AlN-резонаторы на волнах Лэмба были теоретически изучены и экспериментально продемонстрированы авторами [254]. Но кристалл AlN не термостабилен, и термокомпенсация достигается при добавлении слоя SiO₂, что приводит к усложнению устройства.

Дополнительные возможности для сенсорных систем появляются, если известны так называемые нелинейные электромеханические свойства пьезоэлектрических материалов. В этом случае возможно точно изменять физические и акустические параметры путем приложения постоянного электрического поля. В частности, возможность термокомпенсации, вызванная изменением частоты толщинной моды LGS-резонатора под действием электрического поля или механического давления, обсуждалась в работах [79, 255].

Анализ изменения характеристик акустической волны в пьезопластине кристалла LGS был выполнен в плоскостях (001) Z-срез, (100) X-срез и (010) Y-срез, а также для более сложных вариантов, таких как осей були и осей цилиндра (повернутые Y, Z- срезы), которые наиболее популярны для использования в устройствах акустоэлектроники. Температурные коэффициенты задержки в диапазоне температур 0-40°C определяются как [145]:

$$TCD = \alpha'_{11} - \frac{1}{40} \frac{v(40^\circ) - v(0^\circ)}{v(20^\circ)} = \alpha'_{11} - TCv = -TCF. \quad (4.22)$$

Величина α'_{11} представляет собой эффективный коэффициент линейного теплового расширения вдоль направления распространения волны, TCv - температурный коэффициент фазовой скорости, TCF - температурный коэффициент частоты линии задержки, включенной в цепь обратной связи генератора. Температурный диапазон избран исходя из практических соображений и коррелирует с данными по фазовым скоростям при различных температурах и, соответственно, температурным зависимостям упругих постоянных и плотности кристалла LGS, ранее полученным в работе [140]. Материальные константы линейных и нелинейных электромеханических свойств кристалла LGS были взяты из [145, 256]. В настоящей работе рассматривались только нулевые моды, что соответствует условиям распространения волн в тонкой пластине. Термостабильные направления могут быть найдены, когда первый порядок температурных коэффициентов задержки акустической волны равен нулю и TCD изменяет знак

в окрестности этого направления. Удобно определить кристаллографические направления и срезы с помощью углов Эйлера φ , θ , ψ (рисунок 4.2) согласно [257].

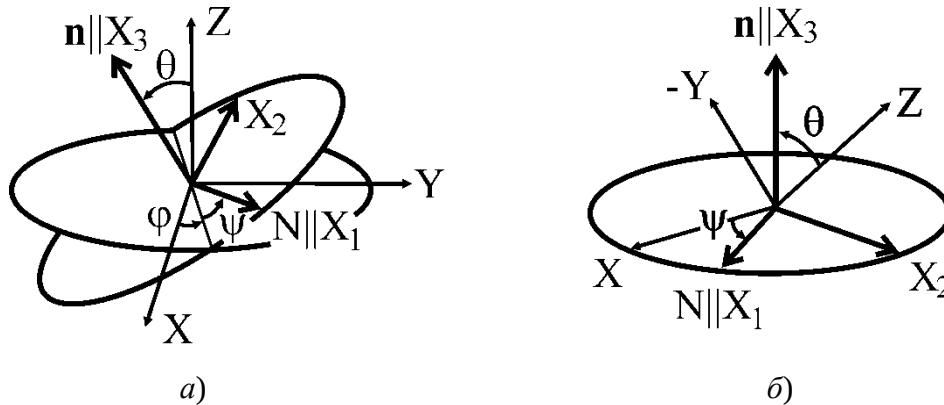


Рисунок 4.2 – а) Углы Эйлера (φ , θ , ψ); б) ориентация (0° , θ , ψ) повернутых Y-срезов

Z-срез (0° , 0° , ψ). Отсутствие термостабильных направлений для тонких пластин – одна из особенностей распространения волн в Z-срезе (рисунок D.21). Начиная с $h \times f = 1000$ м/с для антисимметричной моды волны Лэмба A_0 и SH_0 -мод имеются направления, обладающие изменением знака TCD, но подобных направлений для симметричной моды S_0 нет. Заметим, что если величина $h \times f$ возрастает, величина КЭМС, напротив, уменьшается. Например, для мод A_0 и SH_0 вдоль направления (0° , 0° , 23°) имеются следующие параметры: (A_0) $TCD = 5,9 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ и $K^2 = 0,17\%$; (SH_0) $TCD = -7,64 \times 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ и $K^2 = 0,99\%$. Было учтено, что эффективный коэффициент линейного теплового расширения вдоль направления распространения волны, лежащего в плоскости Z-среза, является постоянным: $\alpha_{11} = 5,84 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Необходимо отметить следующую особенность распространения волн в Z-срезе: влияние электрического поля вдоль осей X_1 или X_2 имеет больший эффект по сравнению с $E \parallel X_3$ (в этом случае $X_3 \parallel Z \parallel [001]$). Это может быть объяснено тем фактом, что когда приложение E вдоль оси Z совпадает с осью симметрии третьего порядка, это приводит к понижению симметрии до тригональной. Но в этом случае, как это уже отмечалось выше, индуцирование новых эффективных компонент материальных тензоров определяется только нелинейным пьезоэлектрическим эффектом, и в результате эти константы будут иметь малые величины (4.17).

Для моды SH_0 при $h \times f = 500$ м/с максимальное значение $K^2 = 2,5\%$ найдено в направлении (0° , 0° , 30°), но $TCD = -5,41 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ имеет достаточно большую величину. Рассчитать величину электрического поля, которое компенсирует температурный скачок фазовой скорости, можно по формуле $\Delta v/v(0) = TCv \cdot \Delta T - \alpha_v \cdot \Delta E = 0$. Таким образом, чтобы «создать» термостабильное направление, необходимо приложить электрическое поле

$\bar{E} = -6,37 \times 10^4$ В/м вдоль оси X_2 или $E = -4,67 \times 10^7$ В/м вдоль оси X_3 , учитывая соответствующие значения $\alpha_v = 9,16 \times 10^{-11}$ и $-1,26 \times 10^{-13}$ м/В, соответственно [258].

Анизотропия угла отклонения потока энергии (PFA) упругой волны для мод волны Лэмба и SH_0 волны в Z-срезе показана на рисунке D.21, б. Максимальное значение PFA = $13,8^\circ$ наблюдается для антисимметричной моды A_0 при $h \times f = 1500$ м/с и $\psi = 18^\circ$. Напротив, симметричная мода S_0 при $h \times f = 500$ м/с имеет минимальное значение PFA. Как правило, угол отклонения потока энергии PFA будет иметь более высокое значение при уменьшении $h \times f$. Для термостабильных направлений в Z-срезе (таблица 4.3) PFA = $8,4^\circ$ (мода A_0 при $h \times f = 1000$ м/с, $\psi = 15,6^\circ$), PFA = $-10,8^\circ$ (мода SH_0 при $h \times f = 1500$ м/с, $\psi = 14,7^\circ$) и PFA = $1,2^\circ$ (мода S_0 при $h \times f = 1500$ м/с, $\psi = 62,2^\circ$).

Для создания устройств акустоэлектроники необходимо выбрать срез кристалла с определенными характеристиками, например с максимальным по возможности значением КЭМС акустической волны. Однако часто направления с хорошим КЭМС обладают неудовлетворительным уровнем термостабильности. Компенсировать температурные вариации фазовых скоростей акустических волн возможно приложением внешнего электрического поля вдоль направления, в котором предварительно был обнаружен максимальный эффект. Например, максимальное значение КЭМС $K^2 = 0,89\%$ для моды S_0 наблюдается вдоль направления (90° , 90° , 63°), где $TCD = -7,74 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ и $\alpha_v = -1,365 \times 10^{-11}$ м/В. Влияние электрического поля $E = -4,03 \times 10^4$ В/м вдоль оси X_3 дает значение $TCD = 0$ для металлизированной поверхности. Подобное значение $TCD = 0$ может быть достигнуто при приложении E вдоль оси X_1 , но абсолютная величина $E = -1,98 \times 10^6$ В/м должна быть существенно больше, чем в предыдущем случае, так как $\alpha_v = -2,76 \times 10^{-12}$ м/В.

В X-срезе (90° , 0° , ψ) [262] кристалла LGS температурный коэффициент задержки TCD для тонкой пьезопластины практически при одном значении $h \times f$ равен нулю для всех нулевых мод акустической, в частности, при значениях частота×толщина $h \times f = 500$ м/с меняет знак в интервале углов от 49° до 51° с осью Z [001] (рисунок D.22). Например, для симметричной моды S_0 волны Лэмба $TCD = 8,1 \cdot 10^{-9} \text{ K}^{-1}$ при значении КЭМС $K^2 = 0,14\%$ при угле 49° с осью Z. Для антисимметричной моды A_0 волны Лэмба $TCD = -9,97 \cdot 10^{-8} \text{ K}^{-1}$ при значении КЭМС $K^2 = 0,21\%$ при угле 50° с осью Z. Для моды SH_0 -волны $TCD = 8,65 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$ при значении КЭМС $K^2 = 0,32\%$ при угле 51° с осью Z. Однако для более «толстой» пластины при значениях $h \times f = 1500$ м/с аналогичная ситуация возникает в интервале углов от 49° до 69° с осью Z. Для мод волны Лэмба S_0 , A_0 и SH_0 -моды $K^2 = 0,34\%$, $K^2 = 0,42\%$, $K^2 = 0,4\%$ при углах 49° , 69° и 57° , соответственно. Следует отметить, что TCD нулевых мод акустической волны, в данной

плоскости еще в одном интервале меняет знак, но значения КЭМС в этих точках меньше кроме моды S_0 , для которой $K^2=0,61\%$ при $h \times f=1500$ м/с вдоль оси Y при $TCD=4,5 \cdot 10^{-07} \text{ К}^{-1}$.

Приложением внешнего электрического поля к кристаллу, влияние которого рассмотрено в предыдущем параграфе (рисунки D.7 - D.9), возможно компенсировать температурные изменения фазовой скорости акустической волны и геометрические изменения образца. Например, максимальное значение КЭМС для моды S_0 $K^2=0,89\%$ при углах 63° с осью Z в X -срезе, где $TCD=-7,74 \cdot 10^{-05} \text{ К}^{-1}$ и $\alpha_v=-1,365 \cdot 10^{-11} \text{ м/В}$. Приложение внешнего электрического поля величиной $E=-4,03 \cdot 10^4 \text{ В/м}$ вдоль $E \parallel X_3$ приводит $TCD=0$ для металлизированной поверхности. Однако при приложении электрического поля вдоль $E \parallel X_1$ для достижения аналогичного результата потребуется значение $\bar{E}=-1,98 \cdot 10^6 \text{ В/м}$, т.к. коэффициент $\alpha_v=-2,76 \cdot 10^{-12} \text{ м/В}$ в данном случае.

В Y -срезе ($0^\circ, 90^\circ, \psi$) в пластине кристалла LGS температурный коэффициент задержки TCD для мод волны Лэмба меняет знак, моды S_0 секторах направлений ($0^\circ, 90^\circ, 35^\circ \dots 38^\circ$), TCD моды A_0 в секторах направлений ($0^\circ, 90^\circ, 46^\circ \dots 68^\circ$) при $h \times f=500-1500$ м/с с осью Z (рисунок D.23). В частности, $TCD=1,4 \cdot 10^{-09} \text{ К}^{-1}$ со значением $K^2=0,23\%$ под углом 39° для моды S_0 и $TCD=2,7 \cdot 10^{-07} \text{ К}^{-1}$ со значением $K^2=0,04\%$ под углом 39° для моды A_0 при $h \times f=1500$ м/с. Характерной особенностью в Y -срезе является, что для SH -моды акустической волны TCD не меняет знак. Когда SH_0 -волна распространяется вблизи направления ($0^\circ, 90^\circ, 90^\circ$) (ось Z), имеется минимальное значение $TCD=1,51 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$ с $K^2=0,16\%$ при $h \times f=500$ м/с и практически не зависит от $h \times f$. В Y -срезе достигается одно из максимальных значений КЭМС $K^2=2,0\%$ для моды S_0 (рисунок D.3) в кристалле LGS вдоль оси Z , но $TCD=-3,56 \cdot 10^{-05} \text{ К}^{-1}$ при $h \times f=500$ м/с. Однако, коэффициенты управляемости α_v при приложении электрического поля к кристаллу вдоль $\bar{E} \parallel X_3$ либо $\bar{E} \parallel X_2$ практически равны нулю $\alpha_v \sim 1 \cdot 10^{-13} \text{ м/В}$, кроме варианта приложения $\bar{E} \parallel X_1$, где $\alpha_v=-7,13 \cdot 10^{-11} \text{ м/В}$. Таким образом, чтобы в Y -срезе для распространения моды S_0 вдоль оси Z $TCD=0$, необходимо приложить электрическое поле вдоль X_1 ($\bar{E} \parallel X_1$) величиной $E=-8,19 \cdot 10^4 \text{ В/м}$.

Повернутые срезы. На практике инженеры наиболее часто применяют повернутые срезы LGS [259, 260]. Отличительной особенностью повернутого Z -среза ($\phi, \theta, 0^\circ$) является слабая зависимость фазовых скоростей и КЭМС от ориентации кристаллической пластины (рисунок D.24). Как следствие, соответствующие кривые повернутых Z -срезов ($25^\circ, \theta, 0^\circ$) и ($35^\circ, \theta, 0^\circ$) срезов подобны. Но TCD и коэффициенты управляемости α_v значительно отличаются (рисунок D.24). Необходимо отметить, что зависимость параметров волн от величины $h \times f$ имеет более существенное значение, чем выбор ориентации кристаллической пластины. Термостабильные направления найдены для всех типов акустических волн во всех исследованных срезах. В

частности, для срезов $(35^\circ, 0, 0^\circ)$ и $h \times f = 1000$ м/с параметры волн следующие: для SH_0 $TCD = 5,8 \times 10^{-8} \text{ К}^{-1}$ и $K^2 = 0,67\%$ в направлении $(35^\circ, -63^\circ, 0^\circ)$; для A_0 $TCD = 1,5 \times 10^{-7} \text{ К}^{-1}$ и $K^2 = 0,24\%$ в направлении $(35^\circ, -15^\circ, 0^\circ)$; для S_0 $TCD = 5,44 \times 10^{-8} \text{ К}^{-1}$ и $K^2 = 0,21\%$ в направлении $(35^\circ, -61^\circ, 0^\circ)$. Необходимо отметить, что поле $\bar{E} \parallel X_3$ для металлизированной поверхности оказывает минимальное влияние на фазовую скорость моды A_0 ($\alpha_v \sim 1 \times 10^{-12}$ м/В).

В повернутых Y-срезах термостабильные направления [261], т.е. направления, в которых TCD для мод волны Лэмба меняет знак, существуют для всех типов мод акустической волны во всех исследованных срезах (рисунок D.26). В 15° Y-срезе аналогично X-срезу существует область для тонкой пьезопластины, где практически в одной точке TCD равен нулю для всех нулевых мод акустической волны. Для моды S_0 $TCD = 6,71 \cdot 10^{-08} \text{ К}^{-1}$, $K^2 = 0,29\%$ под углом 41° ; для моды A_0 $TCD = 1,9 \cdot 10^{-07} \text{ К}^{-1}$, $K^2 = 0,28\%$ под углом 38° ; для моды SH_0 $TCD = 3,3 \cdot 10^{-07} \text{ К}^{-1}$, $K^2 = 0,33\%$ под углом 44° при $h \times f = 1000$ м/с. Приложение электрического поля имеет особенность, заключающуюся в том, что если при $\bar{E} \parallel X_3$ поведение коэффициента α_v качественно подобно для всех срезов и больше зависит от значения $h \times f$, чем от выбора среза, то другие варианты приложения электрического поля для 15° Y-среза качественно отличаются (рисунок D.27). Максимальные значения при $\bar{E} \parallel X_3$ $\alpha_v = 1,4 \cdot 10^{-10}$ м/В при угле 24° для моды S_0 , $\alpha_v = 8,38 \cdot 10^{-11}$ м/В при угле 57° для моды SH_0 , $\alpha_v = -7,77 \cdot 10^{-11}$ м/В при угле 144° для моды A_0 для 35° Y-среза при $h \times f = 1500$ м/с. Максимальные значения КЭМС для мод волны Лэмба A_0 и S_0 достигаются в 0° . В частности, $K^2 = 0,72\%$ для 35° Y-среза при $h \times f = 1000$ м/с, и $K^2 = 1,88\%$ для 65° Y-среза при $h \times f = 500$ м/с, соответственно. Однако термостабильность в этих направлений далека от идеальной. Для выполнения условия $TCD = 0$ необходимо приложить электрическое поле вдоль $\bar{E} \parallel X_3$ $E = -1,01 \cdot 10^6$ В/м и $E = -2,61 \cdot 10^5$ В/м, соответственно. Можно заметить, что мода S_0 имеет наибольшую фазовую скорость, стремящуюся к 5000 м/с, что сочетается с относительно высоким уровнем КЭМС $\sim 0,9\%$ и малым уровнем $TCD \sim 0,03 \times 10^{-6} \text{ К}^{-1}$, например, 15° Y-срез при $\psi = 170,9^\circ$ и $h \times f = 500$ м/с. Наиболее перспективные направления распространения упругой волны во всех срезах приведены в таблице 4.3. Более детально направления распространения акустической волны в пластине LGS представлены в [262].

Таблица 4.3. Результаты для некоторых срезов и направлений распространения упругих волн в пластине лангасита

Срез	Угол ψ , град.	Мода	Фазовая скорость, м/с	$h \times f$, м/с	K^2 , %	TCD, 10^{-6} К^{-1}	$\alpha_v, 10^{-12} \text{ м/В}$		
							$\bar{E} \parallel X_1$	$\bar{E} \parallel X_2$	$\bar{E} \parallel X_3$
Z-срез	14,7	SH_0	2747,24	1500	0,46	0,034	6,0	42,5	-19,8
	30	SH_0	2622,47	500	2,48	-53,9	-0,1	91,6	-0,2

	24	A ₀	2420,762	1500	0,17	-4,2	29,8	-36,1	19,7
Y-срез	39,0	S ₀	4759,10	1500	0,23	0,001	-25,8	-20,0	35,8
	46,8	A ₀	1787,10	500	1,39	-0,018	3,2	0,8	26,7
	90,0	SH ₀	2920,76	500	1,61	1,514	-0,1	-30,8	0,9
X-срез	60,6	A ₀	2194,70	1000	3,57	-0,052	-0,6	-0,2	-22,8
	50,8	SH ₀	3230,44	500	3,23	0,156	-0,5	-0,5	-30,2
	89,8	S ₀	4599,41	1500	0,61	0,035	-0,1	-0,6	-39,6
15° Y-срез	170,9	S ₀	4930,58	500	0,93	0,025	43,6	-15,6	1,1
35° Z-срез	36,1	SH ₀	2923,01	500	1,29	-0,036	20,7	52,7	2,3
25° Z-срез	150	SH ₀	2890,457	1000	9,77	-0,14	-17,7	-53,9	6,4
Y-срез	0	S ₀	4614,14	500	1,99	35,64	-71,3	0,14	-0,4
X-срез	67	S ₀	3894,82	1500	1,03	-83,0	-2,3	-1,4	-144,6
55° Y-срез	0	S ₀	4629,19	500	1,88	-29,15	67,6	-7,8	5,2
95° Z-срез	3,0	SH ₀	2612,07	500	2,33	-44,9	19,9	-91,0	2,0

Поскольку экспериментальные исследования температурных зависимостей параметров характеристик упругих волн Лэмба и SH-волн в LGS не выполнялись, имеет смысл сравнить точность расчетов и данных эксперимента для волн Рэлея. В работе [251, 263] был выполнен расчетный и экспериментальный поиск перспективных термостабильных направлений распространения ПАВ в LGS для создания устройств акустоэлектроники. В частности, в направлении (0°, 138.5°, 26.8°) фазовая скорость ПАВ равна 2734 м/с, PFA=0°, TCF≈0 [251]. Наши расчеты в данном направлении дают значения 2738,9 м/с, PFA=0,5°, TCF=8,2×10⁻⁶ К⁻¹, соответственно. В таблице 4.4 приведены сравнительные значения рассчитанных характеристик ПАВ из работы [251] и наших данных в некоторых срезах LGS. Разница в значениях фазовых скоростей, КЭМС, PFA не слишком существенна. Однако значения TCF ПАВ различаются более заметно. На рисунке 4.3 приведены результаты расчета анизотропии TCF для группы срезов (φ°, 140°, ψ) из [251] (штриховые линии) и полученные нами данные (сплошные линии). Если качественное поведение кривых подобно, то в численных значениях наблюдается некоторое «смещение» ~5° в выборе среза. Данное обстоятельство можно объяснить, во-первых, тем, что нами использовались материальные значения модулей упругости, пьезокоэффициентов и диэлектрической проницаемости кристалла LGS, измеренные ранее [177] при температурах 0°, 20° и 40°C, а не температурные коэффициенты модулей упругости. Во-вторых, имеет место некоторое различие материальных свойств кристаллов LGS, исследованных нами и в работе [251]. Таким образом, при создании конкретных устройств

акустоэлектроники на базе кристалла LGS необходимо уточнение его материальных параметров.

Таблица 4.4. Характеристики ПАВ в некоторых направлениях кристалла лангасита

Углы Эйлера	Фазовая скорость, м/с	K^2 , %	PFA, град.	TCF, 10^{-6} K^{-1}	
(0°, 138.5°, 26.3°)	2738,96	0,34	0,1	8,04	Наши данные
	2743	0,34	0	1	[251]
(0°, 150°, 24°)	2762,2	0,52	0,08	20,7	Наши данные
	2765	0,51	0	7	[251]
(0°, 150°, 34°)	2826,15	0,48	0,4	9,39	Наши данные
	2829	0,47	0	-1	[251]
(0°, 140°, 25.5°)	2743,71	0,37	-0,02	1,4	Наши данные
	2747	0,37	0	1	[251]

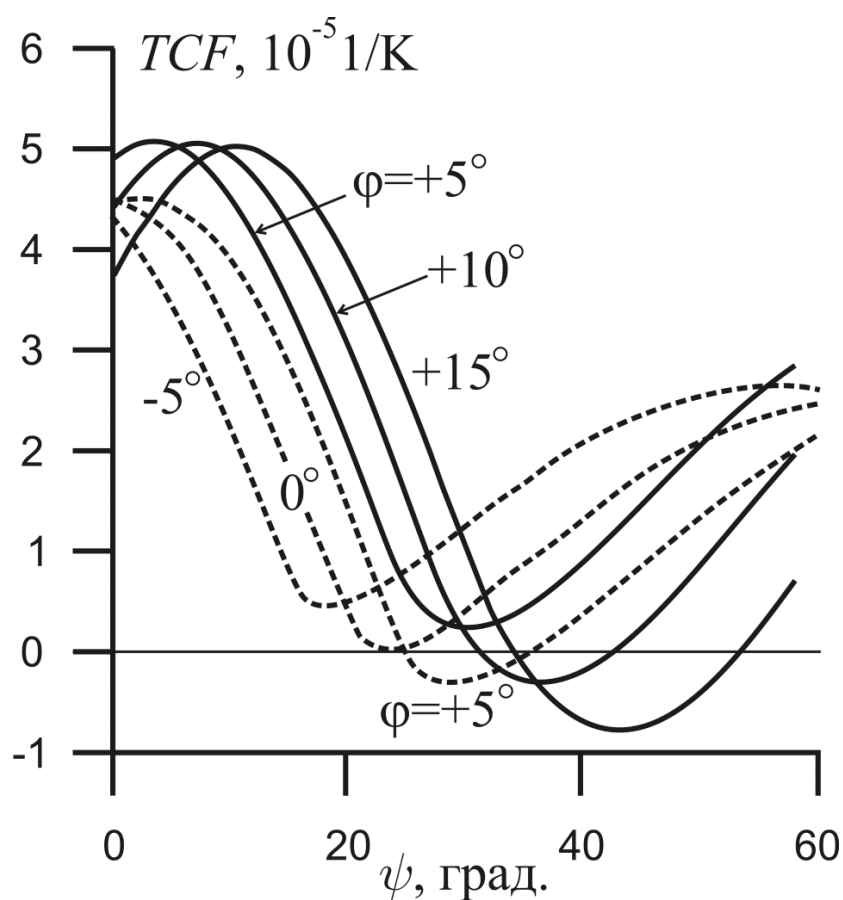


Рисунок 4.3 – Анизотропия коэффициента TCF ПАВ в срезах (ϕ° , 140°, ψ) в кристалле лангасита. Штриховые линии – из [251]

4.6. Выводы к Главе 4

1. Приведены основные уравнения и граничные условия, описывающие распространение упругой волны в пластине пьезоэлектрического кристалла, подвергнутого воздействию внешнего электрического поля.

2. Представлены дисперсионные уравнения для волны Лэмба и SH-волны, распространяющейся вдоль направления $[100]$ в кристаллах точечной группы симметрии 23.

3. Выполнен расчет и анализ изменения дисперсионных характеристик упругой волны в пластинах кристаллов $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ и $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ при различных вариантах приложения внешнего электрического поля к пьезопластине. Отмечены направления распространения упругой волны, в которых значения коэффициента управляемости α_v достигают экстремальных значений. В частности, максимальные значения коэффициента управляемости α_v достигаются для моды упругой волны SH_1 . Были определены наиболее перспективные направления распространения упругой волны для создания управляемых устройств акустоэлектроники. Например, в X-срезе кристалла лангасита для симметричной моды S_0 фазовая скорость $v = 3839,6$ м/сек (направление распространения $\varphi = 66^\circ$, $h \times f = 1500$ м/сек) линия задержки размером 0,01 м, время задержки сигнала $\tau = 2,60572$ мксек; $\alpha_v = -14,9 \cdot 10^{-11}$ м/В. В результате приложения постоянного электрического поля ($\Delta E = 1 \cdot 10^7$ В/м) вдоль нормали к металлизированной поверхности ($\vec{E} \parallel X_3$) делает возможным изменение времени задержки сигнала $\Delta t = \pm 3,85$ нсек.

4. Выполнен анализ взаимодействия (гибридизации) мод акустической волны в пластине пьезокристалла. Характер гибридизации акустической волны может проявляться и как снятие вырождения фазовых скоростей, так и в области пространственно-временного синхронизма без непосредственного контакта фазовых скоростей акустических мод. Показан механизм смены типа взаимодействующих мод в области гибридизации. Влияние внешнего электрического поля может заключаться как в увеличении, так и уменьшении значения коэффициента гибридизации.

5. Выполнен поиск срезов и направлений в пластине кристалла лангасита, в которых моды волн Лэмба и SH обладают термостабильностью (малым значением коэффициента задержки TCD) и значительной величиной КЭМС. В частности, относительно высокое значение фазовой скорости 4930 м/с в кристалле лангасита достигается для моды S_0 в срезе $(0^\circ, -105^\circ, 170.9^\circ)$ при $h \times f = 500$ м/с в сочетании с достаточным значением КЭМС и малым TCD, что важно для практического использования. Можно подчеркнуть, что фазовые скорости моды S_0 уменьшаются, а у моды A_0 возрастают с ростом значений $h \times f$. Оценки влияния постоянного электрического поля показывают, что в некоторых случаях оно может компенсировать

температурные флуктуации фазовых скоростей. Например, в направлении $(0^\circ, 0^\circ, 30^\circ)$, где одно из максимальных значений КЭМС 2,48% для моды SH_0 при $h \times f = 500$ м/с, но значение $TCD = -5,39 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ слишком велико для создания термостабильного устройств акустоэлектроники, можно компенсировать влияние температуры на фазовую скорость моды SH_0 приложением внешнего электрического поля $\bar{E} = -6,37 \times 10^4 \text{ В/м}$ вдоль оси X_2 . Отметим также, что термостабильность мод волн Лэмба и SH -волн существенно зависит от величины $h \times f$.

Глава 5. Влияние внешнего электрического поля на условия распространения упругих волн в пьезоэлектрических слоистых структурах

5.1. Граничные условия распространения упругих волн в пьезоструктурах при воздействии внешнего электрического поля

Для исследования распространения упругой волны в слоистой системе используем рабочую систему координат, в которой ось X_3 направлена вдоль внешней нормали к поверхности слоя, занимающего пространство $X_3 \leq h$, и $X_3 \geq 0$, а ось X_1 совпадает с направлением распространения волны (рисунок 5.1). В этой системе координат динамические упругие смещения и электрический потенциал представим в обычном виде плоских волн (1.26). Уравнения Грина-Кристоффеля при действии внешнего электрического поля на слоистую систему записываются аналогично (4.1), но для каждой из сред слоистой системы.

В общем случае полные величины смещения и потенциала в обеих средах (в тонком слое и подложке) имеют вид линейных комбинаций парциальных волн:

$$\begin{aligned} U_i &= \sum_n C_n^{(L,S)} \alpha_i^{(n)} \exp \left[i \left(K_1 x_1 + K_3^{(n)} x_3 - \omega t \right) \right], \\ \Phi &= \sum_n C_4^{(L,S)} \alpha_4^{(n)} \exp \left[i \left(K_1 x_1 + K_3^{(n)} x_3 - \omega t \right) \right], \end{aligned} \quad (5.1)$$

Здесь индексы L и S обозначают соотношения, относящиеся к слою и подложке, соответственно. Распространение акустических волн в пьезоэлектрической слоистой структуре, подвергнутой внешнему статическому воздействию электрического поля $\bar{E}$, должно удовлетворять граничным условиям:

- равенство нулю нормальных компонент тензора напряжений на границах раздела «кристалл-вакуум»;
- непрерывность касательных компонент к поверхности раздела вектора напряженности электрического поля обеспечивается условием непрерывности электрического потенциала φ ;
- условием непрерывности нормальных компонент вектора индукции, а также непрерывность нормальных компонент тензоров напряжений, векторов смещения и электрической индукции и потенциала на границе раздела слой – подложка [264]:

$$\begin{aligned}
\tau_{3A}^{(L)} &= 0 \Big|_{x_3=h}, \\
D_3^{(L)} &= D^{(vac)} \Big|_{x_3=h}, \quad \varphi^{(L)} = \varphi^{(vac)} \Big|_{x_3=h}, \\
U_A^{(S)} &= U_A^{(L)} \Big|_{x_3=0}, \quad \varphi^{(S)} = \varphi^{(L)} \Big|_{x_3=0}, \\
\tau_{3A}^{(S)} &= \tau_{3A}^{(L)} \Big|_{x_3=0}, \\
D_3^{(S)} &= D_3^{(L)} \Big|_{x_3=0}.
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Подставляя уравнения упругой волны (5.1) в граничные условия (5.2) и оставляя лишь члены, линейные по $\bar{E}$, получим систему однородных уравнений, пригодную для анализа изменений структуры волн, возникающих вследствие изменений симметрии кристалла и появления новых эффективных констант при приложении внешнего электрического поля [265]:

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=1}^8 a^{(n)} \left[\left(C_{3KPI}^{*(L)} + 2d_{JPF}^{(L)} C_{3KFI}^{E(L)} M_J E \right) k_I^{(n)} \alpha_P^{(n)} + e_{P3K}^{*(L)} k_P^{(n)} \alpha_4^{(n)} \right] \exp(i k_3^{(n)} h) = 0, \\
&\sum_{n=1}^8 a^{(n)} \left[\left(e_{3KL}^{*(L)} + 2d_{JPF}^{(L)} e_{3PL}^{(L)} M_J E \right) k_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} - \left(\varepsilon_{3K}^{*(L)} k_K^{(n)} - i\varepsilon_0 \right) \alpha_4^{(n)} \right] \exp(i k_3^{(n)} h) = 0, \\
&\sum_{m=1}^4 b^{(m)} \beta_I^{(m)} - \sum_{n=1}^8 a^{(n)} \alpha_I^{(n)} = 0, \quad \sum_{m=1}^4 b^{(m)} \beta_4^{(m)} - \sum_{n=1}^8 a^{(n)} \alpha_4^{(n)} = 0, \\
&\sum_{m=1}^4 b^{(m)} \left[\left(C_{I3KL}^{*(S)} + 2d_{AKF}^{(S)} C_{3IFL}^{E(S)} M_A E \right) q_L^{(m)} \beta_K^{(m)} + e_{3PI}^{*(S)} q_P^{(m)} \beta_4^{(m)} \right] - \\
&\quad - \sum_{n=1}^8 a^{(n)} \left[\left(C_{I3KL}^{*(L)} + 2d_{AKF}^{(L)} C_{3IFL}^{E(L)} M_A E \right) k_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} + e_{3PI}^{*(L)} k_P^{(n)} \alpha_4^{(n)} \right] = 0, \\
&\sum_{m=1}^4 b^{(m)} \left[\left(e_{3KL}^{*(S)} + 2d_{AKP}^{(S)} e_{3PL}^{(S)} M_A E \right) q_L^{(m)} \beta_K^{(m)} - \varepsilon_{3K}^{*(S)} q_K^{(m)} \beta_4^{(m)} \right] - \\
&\quad - \sum_{n=1}^8 a^{(n)} \left[\left(e_{3KL}^{*(L)} + 2d_{AKP}^{(L)} e_{3PL}^{(L)} M_A E \right) k_L^{(n)} \alpha_K^{(n)} - \varepsilon_{3K}^{*(L)} k_K^{(n)} \alpha_4^{(n)} \right] = 0.
\end{aligned} \tag{5.3}$$

Здесь $\alpha_K^{(n)}$, $a^{(n)}$, и $k_L^{(n)}$ - амплитуды, весовые коэффициенты и компоненты волнового вектора n -ой парциальной волны ($n = 1, \dots, 8$) в пьезоэлектрическом слое; $\beta_K^{(m)}$, $b^{(m)}$, и $q_P^{(m)}$ аналогично для m -ой парциальной волны ($m = 1, \dots, 4$) в пьезоэлектрической подложке, соответственно. В данном случае получаем однородную систему двенадцати уравнений относительно неизвестных $a^{(n)}$ и $b^{(m)}$, в которых для определения значения фазовой скорости упругой волны в характеристическом уравнении (4.1) выполняется соотношение $k_1^{(n)} \equiv q_1^{(m)} \equiv k$.

Отметим, что, как и в предыдущих рассмотренных типах упругих волн, выражения (5.3) для граничных условий получены из предположения о воздействии постоянного однородного

электрического поля на кристаллический слой без учета краевых эффектов. В полученных уравнениях учитываются все изменения в конфигурации анизотропной сплошной среды, связанные с ее статической деформацией и, в частности, с изменениями формы (геометрическая нелинейность) и изменениями материальных констант (1.24) пьезоэлектрика (физическая нелинейность) под действием сильного электрического поля.

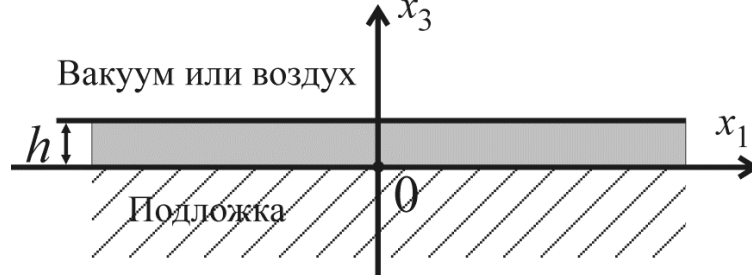


Рисунок 5.1 – Рабочая система координат слоистой структуры

5.2. Дисперсионные зависимости характеристик упругой волны в структуре «пьезоэлектрик - изотропная среда» при воздействии внешнего электрического поля

Рассмотрим распространение волны Лява (SH-волны) в структуре «изотропный диэлектрический слой на подложке из кубического пьезоэлектрика группы симметрии 23 в направлении [100] плоскости (001)». Характеристическое уравнение (4.10) для SH-волны в подложке из кристалла группы симметрии 23 перепишем в виде:

$$-\varepsilon_{11}^{(S)} \left[C_{44}^{E(S)} (k^2 + q_3^2) - \rho_0^{(S)} \omega^2 \right] (k^2 + q_3^2) - 4(e_{14}^{(S)})^2 k^2 q_3^2 = 0. \quad (5.4)$$

Уравнения (5.1) для упругой SH-волны в виде парциальных волн в пьезоэлектрической подложке запишутся в виде:

$$\begin{aligned} U_2 &= \left[b^{(1)} \beta^{(1)} \exp(q_3^{(1)} x_3) + b^{(2)} \beta^{(2)} \exp(q_3^{(2)} x_3) \right] \exp[i(kx_1 - \omega t)], \\ \Phi &= \left[b^{(1)} \exp(q_3^{(1)} x_3) + b^{(2)} \exp(q_3^{(2)} x_3) \right] \exp[i(kx_1 - \omega t)], \end{aligned} \quad (5.5)$$

где:

$$\beta^{(1)} = \frac{U_2}{\Phi} \Big|_{q_3^{(1)}} = \frac{\varepsilon_{11}^{(S)} (k^2 + q_3^{(1)2})}{2(e_{14}^{(S)}) k q_3^{(1)}}, \quad \beta^{(2)} = \frac{U_2}{\Phi} \Big|_{q_3^{(2)}} = \frac{\varepsilon_{11}^{(S)} (k^2 + q_3^{(2)2})}{2(e_{14}^{(S)}) k q_3^{(2)}}. \quad (5.6)$$

В диэлектрическом изотропном слое, вследствие отсутствия пьезоэффекта, параметры парциальных составляющих упругой волны $k_3^{(1,2)} = \pm is$ и $k_3^{(3,4)} = \pm ik$, где $S = \sqrt{\frac{\rho_0^{(L)} \omega^2}{C_{44}^{(L)}} - k^2}$.

Вследствие этого, граничные условия (5.3) запишутся в виде:

$$\begin{cases}
a^{(3)}isC_{44}^{(L)} \exp(ik_3^{(1)}h) - a^{(4)}isC_{44}^{(L)} \exp(ik_3^{(2)}h) = 0 \\
a^{(5)}(-ik_1 \varepsilon_{11}^{(L)} + i\varepsilon_0) \exp(ik_3^{(3)}h) + a^{(6)}(ik_1 \varepsilon_{11}^{(L)} + i\varepsilon_0) \exp(ik_3^{(4)}h) = 0 \\
b^{(1)}(C_{44}^{(S)}q_3^{(1)}p_1 + e_{14}^{(S)}k) + b^{(2)}(C_{44}^{(S)}q_3^{(2)}p_2 + e_{14}^{(S)}k) - a^{(3)}isC_{44}^{(L)} + a^{(4)}isC_{44}^{(L)} = 0 \\
b^{(1)}(e_{14}^{(S)}kp_1 - \varepsilon_{11}^{(S)}q_3^{(1)}) + b^{(2)}(e_{14}^{(S)}kp_2 - \varepsilon_{11}^{(S)}q_3^{(2)}) + a^{(5)}ik\varepsilon_{11}^{(L)} - a^{(6)}ik\varepsilon_{11}^{(L)} = 0 \\
b^{(1)}p_1 + b^{(2)}p_2 - a^{(3)} - a^{(4)} = 0 \\
b^{(1)} + b^{(2)} - a^{(5)} - a^{(6)} = 0
\end{cases} \quad (5.7)$$

$$p_{1,2} = \frac{\varepsilon_{11}^{(S)}(k^2 + q_3^{(1,2)2})}{2e_{14}^{(S)}kq_3^{(1,2)}}$$

Равенство нулю определителя однородной системы (5.7) позволяет записать дисперсионное уравнение волны Лява для слоистой системы «изотропный слой на пьезокристалле группы симметрии 23 в направлении [100] плоскости (001)» [266]:

$$\begin{aligned}
& C_{44}^{(L)}is \cdot \text{th}(sh) = \\
& = \frac{AB}{\varepsilon_{11}^{(S)}} \cdot \frac{\left[C_{44}^{(S)}\varepsilon_{11}^{(S)}(A^2 + k^2) + 2(e_{14}^{(S)})^2 k^2 \right] - P \left[C_{44}^{(S)}\varepsilon_{11}^{\eta(S)}(B^2 + k^2) + 2(e_{14}^{(S)})^2 k^2 \right]}{B(A^2 + k^2) - PA(B^2 + k^2)}, \quad (5.8)
\end{aligned}$$

$$\text{где } A = q_3^{(1)}, \quad B = q_3^{(2)}, \quad P = \frac{B}{A} \cdot \frac{\varepsilon_{11}^{\eta(S)}(k^2 - A^2) + 2iA\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_{11}^{\eta(S)}(k^2 - B^2) + 2iB\bar{\varepsilon}}, \quad \bar{\varepsilon} = \varepsilon_{11}^{\eta(L)}k \frac{\varepsilon_{11}^{\eta(L)}k \text{th}(kh) + \varepsilon_0}{\varepsilon_{11}^{\eta(L)}k + \varepsilon_0 \text{th}(kh)}.$$

Приложение электрического поля к подложке из кубического пьезоэлектрика группы симметрии 23 вдоль оси второго порядка в направлении $\bar{E} \parallel [010]$, т.е. ортогонально сагиттальной плоскости в данном случае, понижает эффективную симметрию кубического кристалла до моноклинной (класс 2), индуцируя появление новых упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических постоянных (4.12). В такой конфигурации приложения внешнего электрического поля упругая волна Лява остается чистой модой. Однако, характеристическое уравнение (5.4) перестает быть биквадратным и принимает вид:

$$\begin{aligned}
& -\varepsilon_{11}^{\eta(S)} \left[C_{44}^{E(S)}(k^2 + q_3^2) - \rho_0^{(S)}\omega^2 \right] (k^2 + q_3^2) - 4(e_{14}^{(S)})^2 k^2 q_3^2 - \\
& - 2\varepsilon_{13}^{*(S)} \left[C_{44}^{E(S)}(k^2 + q_3^2) - \rho_0^{(S)}\omega^2 \right] kq_3 - 2(C_{46}^{*(S)}\varepsilon_{11}^{\eta(S)} + 2e_{16}^{*(S)}e_{14}^{(S)}) (k^2 + q_3^2) kq_3 + \\
& + 4C_{46}^{*(S)}\varepsilon_{13}^{*(S)} k^2 q_3^2 - (e_{16}^{*(S)})^2 (k^2 + q_3^2)^2 = 0. \quad (5.9)
\end{aligned}$$

В этом случае дисперсионное уравнение (5.8) запишется в виде:

$$C_{44}^{(L)} \text{ is th}(sh) = \frac{\left(\frac{T_1}{R_1} \right) \left(C_{44}^{E(S)} A + C_{46}^{*(S)} k \right) + e_{16}^{*(S)} A + e_{14}^{(S)} k - \bar{P} \left[\left(\frac{T_2}{R_2} \right) \left(C_{44}^{E(S)} B + C_{46}^{*(S)} k \right) + e_{16}^{*(S)} B + e_{14}^{(S)} k \right]}{\frac{T_1}{R_1} - \bar{P} \frac{T_2}{R_2}}, \quad (5.10)$$

где

$$T_1 = \varepsilon_{11}^{\eta(S)} (A^2 + k^2) + 2\varepsilon_{13}^{*(S)} Ak; \quad T_2 = \varepsilon_{11}^{\eta(S)} (B^2 + k^2) + 2\varepsilon_{13}^{*(S)} Bk; \quad R_1 = e_{16}^{*(S)} (A^2 + k^2) + 2e_{14}^{(S)} Ak; \\ R_2 = e_{16}^{*(S)} (B^2 + k^2) + 2e_{14}^{(S)} Bk;$$

$$\bar{P} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right) \cdot \frac{T_1 \left(e_{16}^{*(S)} A + e_{14}^{(S)} k \right) - R_1 \left[\varepsilon_{11}^{(S)} A + \varepsilon_{13}^{*(S)} k - i\bar{\varepsilon} \right]}{T_2 \left(e_{16}^{*(S)} B + e_{14}^{(S)} k \right) - R_2 \left[\varepsilon_{11}^{(S)} B + \varepsilon_{13}^{*(S)} k - i\bar{\varepsilon} \right]}.$$

При сравнении дисперсионных уравнений (5.8) и (5.10) видно, что волна Лява трансформируется в обобщенную, вследствие приложения внешнего электрического поля. Однако следует отметить, что дисперсионное уравнение (5.10) эквивалентно (5.8) при условии равенства нулю внешнего электрического поля $E=0$.

В слоистой системе, в которой слой пьезокристалла группы симметрии 23 в направлении [100] плоскости (001) помещен на диэлектрической изотропной подложке, граничные уравнения (5.3) в данном случае запишутся в виде:

$$\begin{cases} a^{(3)} C_1 \exp(ik_3^{(1)} h) + a^{(4)} C_1 \exp(-ik_3^{(1)} h) + \\ \quad + a^{(5)} C_2 \exp(ik_3^{(2)} h) + a^{(6)} C_2 \exp(-ik_3^{(2)} h) = 0 \\ a^{(3)} (T_1 + i\varepsilon_0) \exp(ik_3^{(1)} h) - a^{(4)} (T_1 - i\varepsilon_0) \exp(ik_3^{(1)} h) + \\ \quad + a^{(5)} (T_2 + i\varepsilon_0) \exp(ik_3^{(2)} h) - a^{(6)} (T_2 - i\varepsilon_0) \exp(ik_3^{(2)} h) = 0 \\ b^{(1)} C_{44}^{(S)} S - a^{(3)} C_1 + a^{(4)} C_1 - a^{(5)} C_2 - a^{(6)} C_2 = 0 \\ b^{(2)} - i\varepsilon_{11}^{(S)} q_3^{(2)} - a^{(3)} T_1 + a^{(4)} T_1 - a^{(5)} T_2 + a^{(6)} T_2 = 0 \\ b^{(1)} - a^{(3)} p_1 + a^{(4)} p_1 - a^{(3)} - a^{(4)} = 0 \\ b^{(2)} - a^{(3)} - a^{(4)} - a^{(5)} - a^{(6)} = 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

$$p_{1,2} = \frac{\varepsilon_{11}^{(S)} (k^2 + k_3^{(1,2)2})}{2e_{14}^{(S)} k q_3^{(1,2)}}; \quad C_1 = c_{44}^E k_3^{(1)} p_1 + e_{14} k; \quad C_2 = c_{44}^E k_3^{(2)} p_2 + e_{14} k;$$

$$T_1 = e_{14} k p_1 - \varepsilon_{11}^{\eta} k_3^{(1)}; \quad T_2 = e_{14} k p_2 - \varepsilon_{11}^{\eta} k_3^{(2)};$$

Равенство нулю определителя однородной системы (5.11) определит дисперсионное уравнение волны Лява для слоистой системы «слой пьезокристалла группы симметрии 23 в направлении [100] плоскости (001) на изотропной подложке»:

$$\begin{aligned}
& -\frac{T_1 \operatorname{ch} x + i\varepsilon_0 \operatorname{sh} x}{T_2 \operatorname{ch} y + i\varepsilon_0 \operatorname{sh} y} = \\
& = \frac{C_1 \left[\operatorname{sh} x (\varepsilon_y W_3 - W_5) - \operatorname{ch} x (W_4 + \varepsilon_y W_6) \right] + C_2 W_1 (\operatorname{ch} y - \varepsilon_y \operatorname{sh} y)}{C_1 W_2 (\operatorname{ch} x - \varepsilon_x \operatorname{sh} x) + C_2 \left[\operatorname{sh} y (\varepsilon_x W_4 + W_5) - \operatorname{ch} y (W_3 - \varepsilon_x W_6) \right]},
\end{aligned} \tag{5.12}$$

где

$$\begin{aligned}
R &= ikC_{44}^{(S)} \varepsilon_{11}^{(S)} S; \quad \varepsilon_x = \frac{T_1 \operatorname{th} x + i\varepsilon_0}{T_1 + i\varepsilon_0 \operatorname{th} x}; \quad \varepsilon_y = \frac{T_1 \operatorname{th} x + i\varepsilon_0}{T_1 + i\varepsilon_0 \operatorname{th} x}; \\
W_1 &= Rp_1 + T_1 C_1; \quad W_2 = Rp_2 + T_2 C_2; \quad W_3 = Rp_2 + T_2 C_1; \\
W_4 &= Rp_1 + T_1 C_2; \quad W_5 = ik\varepsilon_{11}^{(S)} (C_1 - C_2); \quad W_6 = SC_{44}^{(S)} (T_1 p_2 - T_2 p_1).
\end{aligned}$$

Дисперсионные уравнения (5.8), (5.10) и (5.12) однозначно позволяют установить соотношение между фазовой скоростью v и волновым вектором k упругой волны, распространяющейся в рассматриваемых слоистых структурах. Однако данные уравнения являются трансцендентными и решение их возможно только численными методами.

На рисунке Е.1 (приложение Е) представлены дисперсионные кривые фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов управляемости α_v мод Рэлея и Лява упругой волны в зависимости от величины $h \times f$, когда волна распространяется вдоль направления [100] плоскости (001) в слоистой структуре «BGO/плавленный кварц». Условием существования упругой волны в подробной структуре является условие $v_{\text{BGO}} < v_{\text{sub}}$, т.е. значение фазовой скорости объемной сдвиговой волны в слое меньше, чем в подложке. Интервал изменения фазовых скоростей упругих волн мод Лява лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговых волн плавленого кварца и BGO, но значения фазовых скоростей мод Рэлея стремится к значению фазовой скорости ПАВ (1625,92 м/с) в BGO с ростом величины $h \times f$. Пьезоактивными в данном направлении являются только моды волны Лява. Максимальное значение $K^2 = 2,9\%$ при $h \times f = 1000$ м/с достигается для фундаментальной моды L_0 волны Лява [267].

При приложении постоянного электрического поля вдоль $E \parallel [010]$, т.е. перпендикулярно сагиттальной плоскости, моды упругих волн Лява и Рэлея остаются чистыми, как это отмечалось выше (5.12). Значения коэффициента управляемости α_v для мод волны Лява с увеличением $h \times f$ стремится к значению $\alpha_v = -3 \cdot 10^{-11}$ м/В для медленной сдвиговой волны (QSS) BGO, но для рэлеевских мод упругой волны к значению быстрой сдвиговой волны QFS $\alpha_v = -6,9 \cdot 10^{-12}$ м/В. При приложении электрического поля вдоль $E \parallel [100]$, т.е. вдоль направления распространения упругой волны либо $E \parallel [001]$, т.е. вдоль нормали к свободной поверхности, моды упругих волн Лява и Рэлея становятся обобщенными. Максимальное значение коэффициента $\alpha_v = 2,5 \cdot 10^{-10}$ м/В при $h \times f = 3000$ м/с достигается для нулевой моды Лява упругой волны при $E \parallel [100]$.

На рисунке Е.2 (приложение Е) представлены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v волн Рэлея и Лява в направлении $[110]$ плоскости (001) «ВГО/плавленый кварц» в зависимости от величины $h \times f$. В данном случае пьезоактивностью обладают только моды волны Рэлея. Интервал изменения фазовых скоростей мод волны Лява также лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговых волн плавленого кварца и быстрой квазипоперечной объемной волны ВГО. Максимальное значение $K^2 = 1,8 \%$ при $h \times f = 850$ м/с имеет место для нулевой моды волны Рэлея. При варианте приложения внешнего электрического поля $\vec{E} \parallel [001]$ значения коэффициента управляемости α_v волны Лява с увеличением $h \times f$ стремятся к значению $\alpha_v = -5,6 \cdot 10^{-13}$ м/В для быстрой сдвиговой волны в слое ВГО. Однако, необходимо отметить, что в этом же направлении распространения упругой волны $[110]$, но в плоскости типа (110) становятся пьезоактивными моды волны Лява и непьезоактивными моды волны Рэлея (рисунок Е.3 (Приложение Е)). Следует отметить, что значения коэффициентов управляемости α_v для мод волн Рэлея в этом случае меньше практически на порядок, в то время как коэффициенты управляемости α_v для мод волн Лява увеличиваются почти в два раза (рисунки Е.2-Е.3) [267].

Дисперсионные характеристики упругих волн при приложении внешнего электрического поля вдоль нормали к свободной поверхности в слоистой структуре «слой кристалла лангасита на подложке из плавленого кварца» («LGS/плавленый кварц») в направлении $[100]$ плоскости (001) (Z-срез) представлены на рисунке Е.4 (Приложение Е). При распространении упругой волны в данной структуре существуют только обобщенные моды волны Рэлея и Лява, обладающие слабой пьезоактивностью (рисунок Е.4, б). Особенностью является эффект взаимодействия (гибридизации) между нулевой и первой модами SH-волны (волна Лява). При любом варианте приложения внешнего электрического поля значения коэффициента гибридизации M (4.18) уменьшаются вследствие «расталкивания» значений фазовых скоростей в данной области. Максимальные значения коэффициентов управляемости при $\vec{E} \parallel X_3$ $\alpha_v = -3,9 \cdot 10^{-12}$ м/В и $\alpha_v = 2,6 \cdot 10^{-12}$ м/В имеют место при $h \times f = 3300$ м/с в центре области гибридизации для нулевой и первой мод SH-волны, соответственно. Возрастание значения коэффициента α_v второй моды упругой волны при увеличении $h \times f$ также обусловлено аналогичным эффектом гибридизации, но уже между модами L_1 и L_2 [268].

В направлении распространения $[010]$ Z-среза кристалла лангасита упругой волны в слоистой структуре «LGS/плавленый кварц» существуют чистые моды волн Рэлея и Лява. Однако пьезоэлектрической активностью обладает только волна Лява (рисунок Е.5 (Приложение Е)). Интервал изменения фазовых скоростей волн Лява лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговых волн плавленого кварца и медленной сдвиговой объемной волны

LGS. Максимальное значение $K^2 = 1,1 \%$ при $h \times f = 1300$ м/с достигается для фундаментальной моды упругой волны Лява. При приложении $E \parallel [001]$ и $E \parallel [100]$ между модами волн Лява и Рэлея присутствует эффект гибридизации, что приводит в данных областях к экспоненциальному росту значений коэффициента управляемости α_v соответствующих мод упругой волны. При приложении $E \parallel [010]$ эффект гибридизации отсутствует, величины коэффициентов α_v волны Рэлея и Лява достигают максимальных значений. С увеличением $h \times f$ максимальные значения α_v возрастают и составляют на рассмотренном диапазоне $-4,9 \cdot 10^{-11}$ м/В для моды L_4 и $2,9 \cdot 10^{-11}$ м/В для моды R_1 .

5.3. Анизотропия дисперсионных характеристик упругих волн в пьезоэлектрической слоистой структуре при воздействии внешнего электрического поля

Для поиска оптимальных направлений и срезов кристалла для создания управляемых устройств акустоэлектроники необходим анализ анизотропии характеристик упругой волны. На рисунке Е.6 (Приложение Е) представлена анизотропия характеристик (фазовая скорость, КЭМС, коэффициенты управляемости α_v и PFA) упругой волны в слоистой структуре «(001) BGO/плавленый кварц» при различных вариантах приложения внешнего электрического поля и значений $h \times f$. PFA – угол отклонения потока энергии упругой волны от волновой нормали (направления распространения) определяется как [269, 270]:

$$PFA = \arctg\left(\frac{P_2}{P_1}\right). \quad (5.13)$$

где P_i – компоненты вектора Умова-Пойтинга (1.87) [271].

Отсчет угла ψ направления распространения упругой волны производится от направления $[100]$. В данном направлении распространения упругой волны $[100]$ достигается максимум значений КЭМС для мод волны Лява, в частности $K^2 = 2,8 \%$ при $h \times f = 1000$ м/с для моды L_0 . В направлении $[110]$ достигается максимум значений КЭМС для мод волны Рэлея, например, $K^2 = 1,8 \%$ при $h \times f = 1000$ м/с для моды R_0 . Вертикальными штриховыми линиями отмечена область гибридизации, которая происходит между модами R_1 и L_0 при $h \times f = 3000$ м/с и приводит к экспоненциальному росту значений коэффициентов управляемости в областях гибридизации. Максимальное значение коэффициентов управляемости $\alpha_v = -3,6 \cdot 10^{-10}$ м/В для моды R_0 при $h \times f = 3000$ м/с, и для моды L_2 составляет $\alpha_v = 2,3 \cdot 10^{-10}$ м/В при $h \times f = 3000$ м/с в случае приложения электрического поля вдоль нормали к свободной поверхности ($E \parallel X_3$). Угол отклонения потока энергии для мод волны Лява максимален при значении $h \times f = 2000$ м/с и равен $\pm 31,2^\circ$, для мод волны Рэлея максимален при значении $h \times f = 3000$ м/с и равен $\pm 4,4^\circ$.

Приложение электрического поля максимально увеличивает угол отклонения потока энергии PFA упругой волны только вдоль X_3 примерно на $\pm 1,2^\circ$ [265].

На рисунке Е.7 (Приложение Е) изображена анизотропия аналогичных характеристик упругой волны в структуре «(001) LGS/плавленый кварц» (Z-срез кристалла лангасита) при приложении внешнего электрического поля. Отсчет угла ψ направления распространения упругой волны производится от направления [010]. Вертикальными штриховыми линиями отмечены области взаимодействия (гибридизации) мод упругой волны, которая происходит между R_0 и L_0 модами при значениях $h \times f = 4000$ м/с. В направлении распространения [010] достигается максимум значений КЭМС, в частности $K^2 = 1,1 \%$ при $h \times f = 1000$ м/с для моды L_0 . Максимальное значение коэффициентов управляемости для моды R_0 $\alpha_v = 9,6 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 4000$ м/с, и для моды L_0 составляет $\alpha_v = 9,1 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 2500$ м/с в случае приложения вдоль направления распространения упругой волны $\bar{E} \parallel X_1$. Максимальные значения угла отклонения потока энергии для мод волны Лява достигаются при значении $h \times f = 2500$ м/с и равны $\pm 16,4^\circ$, для мод волны Рэлея при значении $h \times f = 4000$ м/с и равны $\pm 16,8^\circ$. Приложение электрического поля вдоль X_3 , т.е. вдоль оси симметрии 3-го порядка в данном случае, изменяет значения PFA незначительно (на $\pm 0,2^\circ$), но приложение поля вдоль направления распространения упругой волны ($\bar{E} \parallel X_1$) меняет значение угла отклонения потока энергии до $\pm 2^\circ$.

Анизотропия характеристик упругой волны в структуре «(010) LGS/плавленый кварц» (Y-срез кристалла лангасита) при приложении внешнего электрического поля представлена на рисунке Е.8 (Приложение Е). Максимальное значение КЭМС $K^2 = 0,54 \%$ при $h \times f = 1000$ м/с для фундаментальной моды волны Рэлея достигается в направлении [100]. Однако, с ростом значений $h \times f$ величина КЭМС существенным образом уменьшается (рисунок Е.8, б). Необходимо отметить, что мода упругой волны R_1 при $h \times f = 2000$ м/с существует только в узком интервале углов. Максимальные значения коэффициентов управляемости для моды волны Рэлея R_0 существуют в случае приложения вдоль направления распространения упругой волны ($\bar{E} \parallel X_1$) и составляют $\alpha_v = 7,3 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 3000$ м/с. Для моды волны Лява L_0 максимальное значение $\alpha_v = -5,4 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 2000$ м/с отмечается при $E \parallel X_3$. Угол отклонения потока энергии максимален при значении $h \times f = 3000$ м/с и для моды L_0 равен $\pm 14,4^\circ$, для моды R_0 равен $\pm 12,3^\circ$ [266].

На рисунке Е.9 (Приложение Е) изображена анизотропия характеристик упругой волны в структуре «(100) LGS/плавленый кварц» (X-срез кристалла лангасита). Максимальное значение КЭМС достигается для нулевой моды SH-волны (волна Лява) $K^2 = 0,52 \%$ при $h \times f = 1000$ м/с в направлении под углом $\psi = 42^\circ$ с осью [100]. Максимальные значения коэффициентов

управляемости α_v достигаются при приложении $E \parallel X_3$ при $h \times f = 2000$ м/с и составляют $\alpha_v = -5,95 \cdot 10^{-11}$ м/В для моды R_0 и $\alpha_v = -6,7 \cdot 10^{-11}$ м/В для моды L_0 , соответственно. При приложении внешнего электрического поля вдоль направления распространения упругой волны и ортогонально сагиттальной плоскости возникает взаимодействие между модами упругой волны L_1 и R_1 . Однако, изменения величин коэффициентов управляемости незначительны (область гибридизации отмечена вертикальными пунктирными линиями на рисунке Е.9, а).

В X - срезе кристалла лангасита существует акустическая ось ОАВ под углом $\psi = 47^\circ$ с осью $[001]$, приложение электрического поля вдоль $\bar{E} \parallel X_1$ либо $\bar{E} \parallel X_2$ вызывает смещение акустической оси и экспоненциальное поведение коэффициентов управляемости сдвиговых ОАВ в этой области.

Необходимо отметить, что в рассматриваемой структуре угол отклонения потока энергии упругой волны достигает больших значений, особенно для SH-волны (волна Лява). Например, при значениях $h \times f = 2000$ м/с угол отклонения потока энергии PFA для моды L_0 равен $\pm 26,4^\circ$, для моды R_0 угол PFA максимален при значении $h \times f = 3000$ м/с и равен $\pm 13,9^\circ$.

Таблица 5.1. Перспективные направления распространения упругих волн в слоистых структурах

Структура	Угол ψ , град	Мода	Фазовая скорость, м/с	$h \times f$, м/с	K^2 , %	PFA, град	$\alpha_v, 10^{-11}$ м/В		
							$\bar{E} \parallel X_1$	$\bar{E} \parallel X_2$	$\bar{E} \parallel X_3$
«[010](001) LGS/плавленый кварц»	0	L_0	2834,05	1000	1,1	0	0,1	-3,9	0,1
«(010) LGS/плавленый кварц»	0	R_0	2476,04	1000	0,5	0	2,8	0,8	0,1
«(010) LGS/плавленый кварц»	0	R_0	2350,62	3000	0,4	0	7,3	1,9	0,2
«(100) LGS/плавленый кварц»	92	R_0	2427,64	3000	0,5	-7,8	-0,4	1,4	0,1
«(001) BGO/плавленый кварц»	0	L_0	1852,89	1000	2,8	0	16,5	-3,3	-0,6

«(001) BGO/плавленный кварц»	45	R_0	1760,69	1000	1,8	-0,4	-1,9	-0,1	-28,7
------------------------------------	----	-------	---------	------	-----	------	------	------	-------

5.4. Влияние внешнего электрического поля на трансформацию типов упругих волн в пьезоэлектрической слоистой структуре

В монокристалле точечной группы симметрии 23 при распространении ОАВ, как это уже отмечалось выше, в направлении вдоль оси [100] существует акустическая ось, т.е. распространяется объемная сдвиговая волна с круговой поляризацией (направления вектора поляризации произвольно в плоскости, ортогональной направлению распространения) [216]. Приложение внешнего электрического поля ортогонально направлению распространения акустической волны снимает вырождение объемных сдвиговых волн (рисунок А.4 (Приложение А), но изменение значений фазовых скоростей не значительно. Например, в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ при распространении ОАВ вдоль направления [100] влияние внешнего электрического поля, приложенного вдоль [010], на фазовую скорость сдвиговых волн крайне

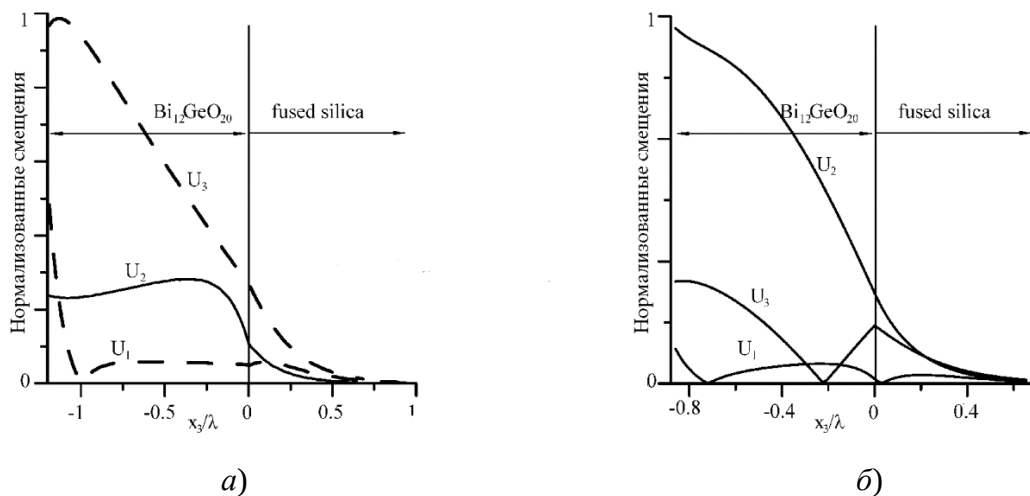


Рисунок 5.2 – Нормализованные профили мод упругой волны в направлении [100] в слоистой структуре «(001) BGO/плавленный кварц»: а) QSS – медленная сдвиговая (QSH) (сплошная линия) и QFS – быстрая сдвиговая (QSV-мода) (штриховая линия) $h \times f = 2000$, $\vec{E} \parallel [010]$; б) QFS – квази-сдвиговая мода (QSH-мода) $h \times f = 1500$, $\vec{E} \parallel [100]$ мало: $\alpha_v = 7 \cdot 10^{-13}$ м/В и $\alpha_v = -5,7 \cdot 10^{-13}$ м/В (таблица 5.2) для быстрой и медленной сдвиговых ОАВ [145, 154]. Однако, в слоистой пьезоэлектрической структуре «BGO/плавленный кварц» (рисунок Е.1 (Приложение Е)) при приложении внешнего электрического поля вдоль направления [010] медленная сдвиговая волна (QSS), которая в данном случае является SH-волной, трансформируется в волну поверхностного типа с значением $\alpha_v = 2,4 \cdot 10^{-11}$ м/В. В

данном случае у моды волны QSH, которая является недисперсионной, поляризация в слое постоянна $U_2 \approx \text{constant}$ и быстро затухающая в подложке (Рисунок 5.2) [272]. Таким образом, данную моду упругой волны можно классифицировать как один из вариантов моды волны «Анисимкина-мл.» (Anisimkin Jr. mode (AN)). Необходимо отметить, как определено в работах [273, 274], мода упругой волны «Анисимкина-мл.» обладает свойством, таким как доминирующее значение продольного смещения (поляризации) U_1 ($U_1 \gg U_2, U_3$; $U_1 \approx \text{constant}$ в пределах пластины или слоя) либо доминирующие значения смещения для сдвиговой волны типа QSH ($U_2 \gg U_1, U_3$) и сдвиговой волны с вертикальной поляризацией QSV ($U_3 \gg U_1, U_2$) [275, 276]. Также необходимо примерное равенство фазовых скоростей OAB и AN - моды [277, 278]. В рассматриваемом случае два условия выполняются прежде всего для медленной сдвиговой - волны QSH. Напротив, быстрая сдвиговая волна QFS переходит в режим QSV с доминирующим смещением $U_3 > U_1$ и U_3 в пьезоэлектрическом слое.

Влияние постоянного электрического поля, приложенного вдоль направления распространения упругой волны [100], более значительно изменяет фазовые скорости поперечных волн (таблица 5.2). В результате объемные сдвиговые волны трансформируются в QSH и QSV моды [278, 279]. Хотя коэффициент α_v волны QSH на порядок больше, чем соответствующий коэффициент для сдвиговой волны OAB в монокристалле, доминирующее смещение U_2 не имеет постоянной амплитуды в пределах кристаллического слоя (Рисунок 5.2, б).

Таблица 5.2. Коэффициенты управляемости α_v упругих волн, распространяющихся в направлении [100] слоистой структуры «(001) BGO/плавленный кварц»

	Направление $\vec{E}$	$\alpha_v \times 10^{-11}$ м/В		
		QL	QFS	QSS
«BGO/плавленный кварц»	$\vec{E} \parallel [010]$	0,014	0,06	2,38
монокристалл BGO		0,014	0,08	-0,06
«BGO/плавленный кварц»	$\vec{E} \parallel [100]$	1,58	90	-47
монокристалл BGO		1,4	43,8	-45,9

На рисунке Е.10 (Приложение Е) представлены дисперсионные зависимости характеристик упругой волны: фазовая скорость, КЭМС, коэффициенты управляемости α_v в слоистой структуре «плавленный кварц/LiNbO₃», Y-срез в направлении [100], углы Эйлера (0°, -90°, 0°). Данная структура выбрана для изучения вследствие близости значений фазовых скоростей OAB плавленого кварца и LiNbO₃, что позволяет варьировать условия распространения упругой волны в подобной структуре [280, 281].

Значения КЭМС в данном случае вычислялись при условии металлизации между слоями, т.е. между слоем плавленого кварца и подложкой из кристалла LiNbO_3 без изменения механических граничных условий (5.2). Значение фазовой скорости фундаментальной (нулевой) рэлееской моды R_0 при увеличении значений $h \times f$ стремится к значению ПАВ в плавленом кварце, равной 3405 м/с. Значения фазовых скоростей мод волны Лява и мод волн Сезава находятся в интервале значений от медленной сдвиговой QSS LiNbO_3 до значения сдвиговой в плавленом кварце. Пьезоактивными являются все моды упругой волны, но максимальное значение $K^2 = 1,3 \%$ при $h \times f = 100$ м/с для рэлееской моды R_0 и максимальное значение КЭМС $K^2 = 6,9 \%$ при $h \times f = 1600$ м/с для моды SH-волны L_0 . Влияние внешнего электрического поля, приложенного вдоль $[100]$, т.е. вдоль направления распространения упругой волны, либо вдоль $[010]$, т.е. ортогонально свободной поверхности слоистой структуры, на фазовые скорости упругой волны, существенным образом больше для рэлееских мод, чем для мод волны Лява. Так для фундаментальных мод рэлееской и SH-волн значения коэффициента $\alpha_v = -8,6 \cdot 10^{-11}$ м/В и $\alpha_v = 1,5 \cdot 10^{-11}$ м/В при $h \times f = 1400$ м/с при $E \parallel [010]$, соответственно.

Однако, следует отметить, что можно подобрать параметры изотропной среды таким образом, что приложением внешнего электрического поля к слоистой структуре разрешать или запрещать распространение упругой волны. В частности, в направлении ориентации LiNbO_3 (90° , -90° , 25.1°) фазовая скорость медленной сдвиговой волны QSS OAB равна $v_{QSS} = 3758,78$ м/с, но фазовая скорость сдвиговой волны SS OAB в плавленом кварце равна $v_{SS} = 3759,84$ м/с. Таким образом, фазовая скорость сдвиговой OAB больше сдвиговой в подложке $v_{QSS} < v_{SS}$, вследствие чего существование упругих волн в слоистой структуре невозможно [264], кроме нулевой моды рэлееской волны (рисунок 5.3, а) в данном случае. При приложении внешнего электрического поля. вдоль направления распространения упругой волны коэффициент $\alpha_v = 7,12 \cdot 10^{-11}$ м/В для QSS LiNbO_3 и фазовая скорость медленной сдвиговой волны QSS OAB будет равна $v_{QSS} = 3796.3$ м/с при $\bar{E} = 10^8$ В/м, т.е. выполняется уже условие $v_{QSS} > v_{SS}$. Следовательно, становится возможным существование как мод волны Лява (SH-моды), так и мод более высокого порядка рэлееского типа (волны Сезава) (рисунок 5.3, б). Таким образом, воздействием внешним электрическим полем и соответствующим подбором материалов слоя и подложки можно управлять распространением моды упругой волны в слоистой структуре по принципу «вкл/выкл» [272].

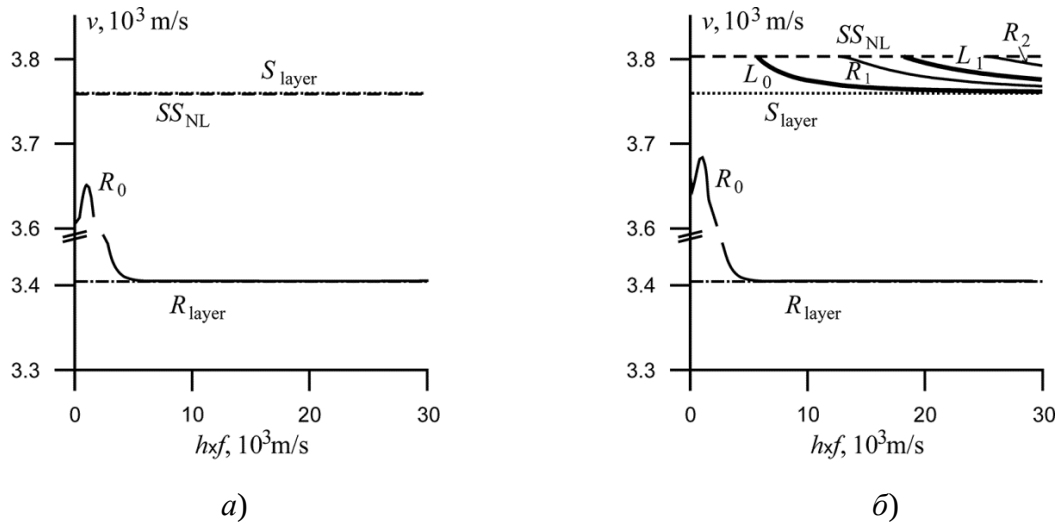


Рисунок 5.3 – Дисперсионные зависимости фазовых скоростей мод упругой волны в слоистой структуре «плавленный кварц/LiNbO₃», углы Эйлера (90°, -90°, 25.1°): а) фазовые скорости при $\bar{E} = 0$, б) фазовые скорости при $\bar{E} = 10^8$ В/м

5.5. Выводы к Главе 5

1. Приведены основные уравнения и граничные условия, описывающие распространение упругой волны в слоистой пьезоэлектрической структуре, подвергнутой воздействию внешнего электрического поля.
2. Представлены дисперсионные уравнения для мод Рэлея и Лява упругой волны в слоистой структуре «пьезоэлектрик группы симметрии 23 – плавленный кварц» в направлении [100] плоскости (001) при воздействии внешнего электрического поля.
3. Выполнен анализ дисперсионной зависимости фазовых скоростей, угла потока энергии, КЭМС как функций произведения $h \times f$ при различных вариантах приложения внешнего электрического поля к слоистой пьезоструктуре. Отмечено, что для всех исследованных структур наибольшей величиной PFA обладают волны Лява. Установлено, что PFA может достигать значительных величин, при этом значения PFA для структуры «BGO/плавленный кварц» существенно выше, чем для структур «LGS/плавленный кварц». Кроме того, обнаружены направления распространения упругих волн, при которых КЭМС не равен нулю, а PFA=0. Следовательно, величина PFA определяется как пьезоактивностью материала, так и степенью анизотропии его механических и электрических характеристик.
4. Выполнен анализ взаимодействия (гибридизации) мод акустической волны в пьезокристаллической структуре. Сделаны оценки величины гибридизации акустических мод с помощью анализа соответствующих дисперсионных зависимостей в области их взаимодействия при воздействии внешнего электрического поля на слоистую структуру.

5. Отмечены наиболее перспективные срезы и направления распространения акустической волны для создания акустоэлектронных устройств, сочетающие существенное значение КЭМС, малую величину PFA и значимые величины коэффициентов α_v . Например, такими модами являются мода R_0 в структуре «(001)BGO/плавленный кварц» при $h \times f = 1000$ м/с и $\psi = 45^\circ$ или мода L_0 в направлении [010] структуре «(001) LGS/плавленный кварц» при $h \times f = 1000$ м/с и $\psi = 0^\circ$.

6. Продемонстрирована принципиальная возможность управлять распространением моды упругой волны в слоистой структуре воздействием внешнего электрического поля и соответствующим подбором материалом слоя и подложки по принципу «вкл/выкл».

7. Воздействие внешнего электрического поля, вследствие изменения эффективной симметрии кристалла, может приводить к трансформации ОАВ в упругую волну поверхностного типа, например, в структуре «BGO/плавленный кварц» происходит трансформация сдвиговой ОАВ в недисперсионную поверхностную моду «Анисимкина-мл.».

Глава 6. Влияние одноосного механического давления на условия распространения упругих волн в пьезоэлектрических структурах

6.1. Основные уравнения и граничные условия распространения упругих волн в пьезоструктурах при воздействии одноосного механического давления

В качестве рабочей, также как и в предыдущей главе, выберем ортогональную систему координат, в которой ось X_3 направлена вдоль внешней нормали к поверхности слоя, занимающего пространство $0 \leq X_3 \leq h$, а ось X_1 совпадает с направлением распространения волны (рисунок 5.1). Для волн малой амплитуды при действии однородного механического давления на пьезоэлектрический кристалл уравнение движения, уравнения электростатики и уравнения состояния пьезоэлектрической среды определены в уравнении (1.71). Эффективные материальные тензоры модулей упругости, пьезоэлектрических констант и диэлектрической проницаемости в приближении линейной зависимости от величины статического механического напряжения $\bar{\tau}$ записаны в соотношении (1.72).

Уравнение Грина-Кристоффеля (3.1) для упругих смещений и электрического потенциала в виде плоских монохроматических волн малой амплитуды в пьезокристалле, подвергнутом воздействию внешнего механического давления, для дисперсионной упругой волны, запишется в виде:

$$\begin{aligned} & \left[\Gamma_{BC}(P) - \rho_0 \omega^2 \delta_{BC} \right] \tilde{U}_C = 0; \\ & \Gamma_{BC} = \left[c_{ABCD}^* + \left(2c_{MBFN}^E s_{ADCF}^E + \delta_{BC} \delta_{AM} \delta_{DN} \right) P_M P_N \bar{\tau} \right] k_A k_D; \\ & \Gamma_{C4} = e_{PAC}^* k_P k_A; \\ & \Gamma_{4C} = \Gamma_{C4} + 2e_{AFD}^E s_{MNCF}^E P_M P_N \bar{\tau} k_A k_D; \\ & \Gamma_{44} = -\varepsilon_{PQ}^* k_P k_Q. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Здесь k_A – компоненты волнового вектора; P – компоненты вектора внешнего механического давления.

Распространение упругой волны в слоистой структуре, подвергнутой воздействию однородного внешнего давления, должно удовлетворять соответствующим граничным условиям. Граничным условием для нормальных компонент тензора напряжений является их равенство нулю на свободной поверхности слоя. Непрерывность касательных к поверхности раздела компонент вектора напряженности электрического поля обеспечивается условиями непрерывности электрического потенциала на границе раздела «слой-вакуум». Кроме того, должно выполняться условие равенства нормальных компонент тензоров напряжений и непрерывность электрического потенциала на границе раздела «слой-подложка» при $X_3=0$:

$$\begin{aligned}\tau_{3A}^{(L)} &= 0 \Big|_{X_3=h}; \quad D_3^{(L)} = D^{(eak)} \Big|_{X_3=h}; \quad \varphi^{(L)} = \varphi^{(eak)} \Big|_{X_3=h}; \\ \tau_{3A}^{(L)} &= \tau_{3A}^{(S)} \Big|_{X_3=0}; \quad D_3^{(L)} = D_3^{(S)} \Big|_{X_3=0}; \quad \varphi^{(L)} = \varphi^{(S)} \Big|_{X_3=0}; \quad U_A^{(L)} = U_A^{(S)} \Big|_{X_3=0}.\end{aligned}\quad (6.2)$$

Верхние индексы S и L обозначают подложку и слой, соответственно.

В случае приложения механических напряжений ортогонально свободной поверхности $(\vec{P} \parallel X_3)$ должны быть приняты во внимание упругие свойства нагружающей среды. Если предположить, что одноосное напряжение в такой геометрии осуществляется без жесткого упругого контакта со свободной поверхностью (например, нагружение газовой средой), для этого случая механические граничные условия могут быть записаны в виде [145, 173]:

$$\tilde{\tau}_{3J} + \tilde{U}_{J,K} \bar{\tau}_{3K} = 0 \quad (X_3 = h). \quad (6.3)$$

После подстановки решений в виде однородных плоских волн (5.1) в граничные условия (6.2) с учетом выражений (1.71) и (1.72) получим систему уравнений для расчета параметров распространения акустических волн в слоистой структуре [282]:

$$\begin{aligned}& \sum_{n=1}^8 \left[a_n \left(e_{3AB}^{*(L)} + 2S_{ABKP}^{(L)E} e_{3AB}^{(L)} P_K P_P \bar{\tau} \right) k_B^{(n)} \alpha_A^{(n)} + a_4 \left(\varepsilon_{3K}^{*(L)} k_K^{(n)} - i\varepsilon_0 \right) \alpha_4^{(n)} \right] \exp(ik_3^{(n)} h) = 0; \\& \sum_{n=1}^8 \left[a_n \left(C_{B3KL}^{*(L)} + 2S_{KPMN}^{(L)E} C_{3BKL}^{(L)E} P_M P_N \bar{\tau} \right) k_L^{(n)} \alpha_P^{(n)} - a_4 e_{P3B}^{*(L)} k_P^{(n)} \alpha_4^{(n)} \right] \exp(ik_3^{(n)} h) = 0; \\& \sum_{m=1}^4 b_m \left[\left(C_{B3KL}^{*(S)} + 2S_{KPMN}^{(S)E} C_{3BKL}^{(S)E} P_M P_N \bar{\tau} \right) k_L^{(m)} \alpha_P^{(m)} + e_{P3B}^{*(S)} k_P^{(m)} \alpha_4^{(m)} \right] - \\& - \sum_{n=1}^8 a_n \left[\left(C_{B3KL}^{*(L)} + 2S_{KPMN}^{(L)E} C_{3BKL}^{(L)E} P_M P_N \bar{\tau} \right) k_L^{(n)} \alpha_P^{(n)} + e_{P3B}^{*(L)} k_P^{(n)} \alpha_4^{(n)} \right] = 0; \\& \sum_{m=1}^4 b_m \left[\left(e_{3AB}^{*(S)} + 2S_{ABKP}^{(S)E} e_{3AB}^{(S)} P_K P_P \bar{\tau} \right) k_B^{(m)} \alpha_A^{(m)} + \varepsilon_{3K}^{*(S)} k_K^{(m)} \alpha_4^{(m)} \right] - \\& - \sum_{n=1}^8 a_n \left[\left(e_{3AB}^{*(L)} + 2S_{ABKP}^{(L)E} e_{3AB}^{(L)} P_K P_P \bar{\tau} \right) k_B^{(n)} \alpha_A^{(n)} + \varepsilon_{3K}^{*(L)} k_K^{(n)} \alpha_4^{(n)} \right] = 0; \\& \sum_{m=1}^4 \left[U_I^{(S)(m)} b_m \right] - \sum_{n=1}^8 \left[U_I^{(L)(n)} a_n \right] = 0.\end{aligned}\quad (6.4)$$

Здесь $a_k^{(n)}$, a_n и $k_L^{(n)}$ - амплитуды, весовые коэффициенты и волновые числа n -й ($n = 1, \dots, 8$) парциальной волны в слое; $a_k^{(m)}$, b_m и $k_L^{(m)}$ - те же величины для m -й ($m = 1, \dots, 4$) парциальной волны в подложке. Также в связи с условием затухания амплитуды парциальных волн в подложке с удалением от границы $X_3=0$, необходимо выполнение условия $\text{Im}(k_3) < 0$. В полученных уравнениях (6.4) учитываются все изменения в конфигурации анизотропной сплошной среды, связанные с ее статической деформацией и, в частности, с изменениями формы (геометрическая нелинейность) и изменениями материальных констант (1.72) пьезоэлектрика (физическая нелинейность) под действием сильного механического

напряжения. Система граничных условий представляет собой систему из 12 однородных уравнений относительно неизвестных амплитудных коэффициентов a_n и b_m . Равенство нулю определителя матрицы граничных условий позволяет найти фазовую скорость упругой волны.

6.2. Дисперсионные зависимости характеристик упругой волны в пьезоэлектрической слоистой структуре при воздействии одноосного механического давления

Рассмотрим влияние статического одноосного давления на распространение упругих волн в слоистой структуре, состоящей из слоя кристалла группы симметрии 23 в направлении распространения в $[100]$ плоскости (001) , на подложке из изотропной среды. Действие одноосного механического напряжения, приложенного вдоль направления $[100]$, согласно принципу симметрии Кюри, понижает исходную симметрию кристалла 23 до ромбической класса 222, как это отмечалось в третьей главе, и вследствие этого происходит только модификация уже существующих материальных констант (3.6). В данном случае, компоненты тензора Грина-Кристоффеля (6.1) с учетом статического тензора Грина (1.104) $\bar{\eta}_{AB} = \delta_{AB} + 2S_{ABCD} \bar{\tau}_{CD}$ приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= (C_{11}^* + (2C_{11}S_{11} + 1)\bar{\tau})k_1^2 + (C_{55}^* + 2C_{44}S_{11}\bar{\tau})k_3^2; \\ \Gamma_{13} &= (C_{13}^* + (4C_{44}S_{12} + 1)\bar{\tau} + C_{55}^*)k_1k_3; \\ \Gamma_{31} &= (C_{13}^* + 2C_{44}(S_{11} + S_{12})\bar{\tau} + C_{55}^*)k_1k_3; \\ \Gamma_{22} &= (C_{66}^* + 2C_{44}S_{12}\bar{\tau})k_1^2 + (C_{44}^* + 2C_{12}S_{12}\bar{\tau})k_3^2; \\ \Gamma_{33} &= (C_{55}^* + 2C_{44}S_{12}\bar{\tau})k_1^2 + (C_{33}^* + 2C_{11}S_{12}\bar{\tau})k_3^2; \\ \Gamma_{24} &= (e_{14}^* + e_{36}^*)k_1k_3; \quad \Gamma_{42} = (e_{14}^* + e_{36}^* + 4e_{44}S_{12}\bar{\tau})k_1k_3; \\ \Gamma_{44} &= \varepsilon_{11}^*k_1^2 + \varepsilon_{33}^*k_3^2. \end{aligned} \tag{6.5}$$

Тензор Грина-Кристоффеля при учете статической деформации кристалла становится несимметричным.

При приложении одноосного механического напряжения к плавленому кварцу, который представляет собой изотропную среду, исходная симметрия также понижается до гексагональной группы симметрии $\infty/m\bar{m}$ с выделенным направлением вдоль приложения механического давления и индцированием новых эффективных упругих модулей. В частности, когда приложение внешнего одноосного давления совпадает с направлением распространения упругой волны, эффективные упругие модули приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned}
C_{11}^* &= C_{11} - (C_{111}S_{11} + 2C_{112}S_{12})\bar{\tau}; \\
C_{22}^* &= C_{33}^* = C_{11} - [C_{112}S_{11} + (C_{111} + C_{112})S_{12}]\bar{\tau}; \\
C_{12}^* &= C_{13}^* = C_{12} - [C_{112}S_{11} + (C_{112} + C_{123})S_{12}]\bar{\tau}; \\
C_{23}^* &= C_{12} - (C_{123}S_{11} + 2C_{112}S_{12})\bar{\tau}; \\
C_{44}^* &= C_{44} - (C_{144}S_{11} + 2C_{155}S_{12})\bar{\tau}; \\
C_{55}^* &= C_{66}^* = C_{44} - [C_{155}S_{11} + (C_{144} + C_{155})S_{12}]\bar{\tau}; \\
C_{14}^* &= C_{15}^* = C_{16}^* = C_{24}^* = C_{25}^* = C_{26}^* = C_{34}^* = C_{35}^* = C_{36}^* = C_{45}^* = C_{46}^* = C_{56}^* = 0; \\
C_{144} &= \frac{1}{2}(C_{112} - C_{123}); \quad C_{155} = \frac{1}{4}(C_{111} - C_{112}).
\end{aligned} \tag{6.6}$$

В результате все модули упругости изотропной среды зависят от величины напряжения, и некоторые из них были изменены в соответствии с требованиями среды с поперечно-изотропным вырождением. Как легко можно получить, отношение $C_{44}^* = \frac{1}{2}(C_{22}^* - C_{23}^*)$ в рабочей системе координат выполняется в соответствии с точечной группы симметрии ∞/mm . В подобной среде значения фазовых скоростей продольных и поперечных волн под влиянием механического давления изменятся. Но поперечная волна остается вырожденной. Снятие вырождения поперечной упругой волны возможно, когда упругая волна распространяется вдоль направлений, ортогональных к направлению приложенного механического давления.

На рисунке Е.11 (Приложение Е) представлены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v (1.77) мод упругой волны Рэлея и Лява в направлении $[100](001)$ слоистой пьезоструктуры «BGO/плавленный кварц». Диапазон рассмотренных значений $h \times f$ (h – толщина слоя, f – частота волны) составляет от 0 до 5000 м/с. Интервал изменения фазовых скоростей волн Лява лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговых волн плавленого кварца и BGO (рисунок Е.11, а). Скорость нулевой моды волны Рэлея с увеличением $h \times f$ стремится к скорости ПАВ Рэлея в BGO в данном направлении распространения упругой волны (1625,92 м/с). Пьезоактивной является только мода волны Лява. Расчет КЭМС был выполнен с учетом металлизации верхней поверхности пьезоэлектрического слоя ($z=h$) и максимальное значение $K^2 = 2,71\%$ при $h \times f = 1100$ м/с наблюдается для нулевой моды волны Лява (рисунок Е.11, б). Следует отметить, что при любом рассмотренном здесь варианте приложения внешнего давления упругие волны остаются чистыми модами, в отличие от варианта приложения внешнего электрического поля [282].

При воздействии на слоистую структуру внешнего механического напряжения вдоль $P||X_1$ происходит расщепление сдвиговой объемной волны (снятие вырождения) BGO на быструю и медленную, сдвиговая объемная волна плавленого кварца, как уже отмечалось выше (6.6), сохраняет вырождение. Величины коэффициентов α_v волны Рэлея с ростом параметра $h \times f$

стремятся от значения $1,37 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ для моды R_0 к значению для медленной сдвиговой волны BGO ($\alpha_v = -3,253 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$). Величины коэффициентов α_v мод волны Лява плавно убывают от значения сдвиговой волны кварца с $\alpha_v = 7,399 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ до значения быстрой сдвиговой волны BGO с $\alpha_v = -1,78 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$.

При приложении внешнего механического напряжения $P||X_2$ происходит расщепление сдвиговой объемной волны как BGO, так и плавленого кварца на быструю и медленную (рисунок Е.11, *з*). Величины коэффициентов управляемости мод волны Рэлея с ростом параметра $h \times f$ находятся в диапазоне от значения $1,28 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны кварца до значения $\alpha_v = -1,33 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ быстрой сдвиговой волны BGO. Величины коэффициентов α_v мод волны Лява плавно убывают от значения быстрой сдвиговой волны кварца с $\alpha_v = 2,35 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ до $\alpha_v = -2,25 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ значения медленной сдвиговой волны BGO.

При приложении внешнего механического напряжения $P||X_3$ также происходит расщепление сдвиговой объемной волны как BGO, так и плавленого кварца на быструю и медленную. Величины коэффициентов управляемости мод волны Рэлея с ростом параметра $h \times f$ находятся в диапазоне от значения быстрой сдвиговой волны кварца с значением коэффициентов $\alpha_v = 2,35 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ до значения $\alpha_v = -7,76 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны BGO. Величины α_v мод волны Лява убывают от значения $1,28 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны кварца, проходят через минимум, затем стремятся снизу к значению быстрой сдвиговой волны BGO с значением коэффициентов $\alpha_v = -1,33 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$.

Необходимо отметить, что при приложении внешнего механического напряжения к слоистой пьезоструктуре в направлении $[100](001)$ «BGO/плавленый кварц» не происходит трансформации ОАВ в волну АН («Анисимкина-мл.») в отличие от варианта приложения внешнего электрического поля (рисунок Е.1 (Приложение Е)).

На рисунке Е.12 (Приложение Е) представлены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v волн Рэлея и Лява в направлении $[010](100)$ структуры «плавленый кварц/LiNbO₃». Диапазон рассмотренных значений $h \times f$ составляет от 0 до 20000 м/с. Интервал изменения фазовых скоростей волн Лява лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговых волн ниобата лития и кварца. Скорость волны Рэлея с увеличением $h \times f$ стремится к скорости ПАВ Рэлея в плавленом кварце в данном направлении распространения упругой волны (3405,5 м/с). Чистых мод в данной структуре не имеется, о чем свидетельствуют ненулевые значения КЭМС как для мод Рэлея, так и Лява. Расчет КЭМС был выполнен с учетом металлизации поверхности интерфейса «слой/подложка» ($z=0$). Максимальное значение $K^2=5,79\%$ при $h \times f=2000$ м/с наблюдается для нулевой моды волны Лява (рисунок Е.12, *б*).

При приложении одноосного давления вдоль направления распространения упругой волны $P||X_1$ величины коэффициентов α_v моды R_0 с ростом параметра $h \times f$ стремятся от начального значения $-1,11 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ до $1,39 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ при $h \times f = 3500 \text{ м/с}$. Величины коэффициентов α_v высших мод волны Рэлея и мод волны Лява с ростом $h \times f$ стремятся от значения $\alpha_v = -8,72 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ для медленной сдвиговой волны ниобата лития к значению $7,4 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ для сдвиговой волны кварца.

При приложении одноосного давления ортогонально сагиттальной плоскости $P||X_2$ значения коэффициентов управляемости мод волны Рэлея, за исключением моды R_0 , с ростом параметра $h \times f$ находятся в диапазоне от значения $\alpha_v = 1,98 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны ниобата лития до значения $\alpha_v = 1,28 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны кварца. Величины α_v мод волны Лява плавно возрастают до значения быстрой сдвиговой волны кварца с $\alpha_v = 2,35 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ [282].

При приложении одноосного давления $P||X_3$ значения коэффициентов управляемости мод волны Рэлея с ростом параметра $h \times f$ находятся в диапазоне от значения $\alpha_v = -1,198 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны ниобата лития до значения $\alpha_v = -2,35 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ быстрой сдвиговой волны кварца. Величины коэффициентов α_v мод волны Лява стремятся к значению медленной сдвиговой волны кварца с $\alpha_v = 1,28 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$.

На рисунке Е.13 (Приложение Е) представлены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v волн Рэлея и Лява в слоистой структуре «[010](001) LGS/плавленый кварц» в зависимости от величины $h \times f$. Влияние внешнего однородного электрического поля на распространение упругих волн в данной структуре исследовалась детально в предыдущей главе [265]. Диапазон рассмотренных значений $h \times f$ составляет от 0 до 10000 м/с. В направлении распространения упругой волны [010] плоскости (001) кристалла LGS ортогонально сагиттальной плоскости расположена ось симметрии 2-го порядка, вследствие чего в данном случае распространяются чистые моды волн Лява и Рэлея, т.к. в данном случае тензор Грина-Кристоффеля (6.1) разделяется на две независимые части. В монокристалле LGS в данном направлении распространяются также одновременно поверхностная волна Рэлея (SAW) и волна Блюстейна-Гуляева (ББГ). Однако необходимо отметить, что в направлении [010] плоскости (001) кристалла LGS реализуется редкий вариант, когда фазовая скорость волны Рэлея (2821,76 м/с) больше фазовой скорости медленной сдвиговой волны QSS (2738,68 м/с). Фазовая скорость волны ББГ равна 2614,85 м/с [283].

Интервал изменения фазовых скоростей волн Лява лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговой волны плавленого кварца и волны ББГ (рисунок Е.13, а). Дисперсионная зависимость скорости нулевой моды волны Рэлея начинается со значения ПАВ Рэлея в

плавленом кварце (3405,23 м/с), проходит через минимум при $h \times f = 900$ м/с и далее плавно возрастает с увеличением $h \times f$ до значения фазовой скорости ПАВ Рэлея в лангасите. Фазовая скорость мод волн Рэлея высших порядков находится в диапазоне значений от скорости сдвиговой волны плавленого кварца до скорости поверхностной рэлеевской волны SAW (2821,76 м/с). Пьезоактивной является только мода Лява. Расчет КЭМС был выполнен при металлизации верхней поверхности пьезоэлектрического слоя ($z=h$) и максимальное значение $K^2 = 1,54$ % при $h \times f = 800$ м/с наблюдается для моды L_0 волны Лява (рисунок Е.13, в).

Приложение внешнего механического давления, которое имеет эффективную симметрию ∞/mmm , вдоль направления распространения упругой волны $[010]$, т.е. $P||X_1$, согласно принципу симметрии Кюри, не изменяет исходную симметрию кристалла LGS. Вследствие этого происходит только модификация уже существующих материальных констант:

$$\begin{aligned}
C_{11}^* &= C_{11}^E - (C_{112}S_{11} + C_{111}S_{11} + C_{113}S_{13} - C_{114}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{22}^* &= C_{11}^E - (C_{222}S_{11} + C_{122}S_{12} + C_{113}S_{13} - C_{224}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{33}^* &= C_{33}^E - [C_{133}(S_{11} + S_{12}) + C_{333}S_{13}]\bar{\tau}; \\
C_{12}^* &= C_{12}^E - (C_{122}S_{11} + C_{112}S_{12} + C_{123}S_{13} - C_{124}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{13}^* &= C_{13}^E - (C_{123}S_{11} + C_{113}S_{12} + C_{133}S_{13} - C_{134}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{14}^* &= C_{14}^E - (C_{124}S_{11} + C_{114}S_{12} + C_{134}S_{13} - C_{144}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{23}^* &= C_{13}^E - [C_{113}(S_{11} + S_{13}) + C_{123}S_{12} + C_{134}S_{14}]\bar{\tau}; \\
C_{24}^* &= -C_{14}^E - (C_{224}S_{11} + C_{124}S_{12} - C_{134}S_{13} - C_{155}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{34}^* &= [C_{134}(S_{11} - S_{12}) + C_{344}S_{14}]\bar{\tau}; \\
C_{56}^* &= C_{14}^E - (C_{256}S_{11} + C_{156}S_{12} + C_{134}S_{13} - C_{456}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{44}^* &= C_{44}^E - (C_{155}S_{11} + C_{144}S_{12} + C_{344}S_{13} - C_{444}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{55}^* &= C_{44}^E - (C_{144}S_{11} + C_{155}S_{12} + C_{344}S_{13} - C_{144}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{66}^* &= C_{66}^E - (C_{266}S_{11} + C_{166}S_{12} + C_{366}S_{13} - C_{124}S_{14})\bar{\tau}; \\
C_{15}^* &= C_{16}^* = C_{25}^* = C_{26}^* = C_{35}^* = C_{36}^* = C_{45}^* = C_{46}^* = 0; \\
C_{66}^E &= \frac{1}{2}(C_{11}^E - C_{12}^E); \quad C_{122} = C_{111} + C_{112} - C_{222}; \quad C_{156} = \frac{1}{2}(C_{114} + 3C_{124}); \\
C_{166} &= \frac{1}{4}(-2C_{111} - C_{112} + 3C_{222}); \quad C_{224} = -(C_{114} + 2C_{124}); \quad C_{256} = \frac{1}{2}(C_{114} - C_{124}); \\
C_{266} &= \frac{1}{4}(2C_{111} - C_{112} - C_{222}); \quad C_{366} = \frac{1}{2}(C_{113} - C_{123}); \\
e_{11}^* &= e_{11} - (e_{112}S_{11} + e_{111}S_{12} + e_{113}S_{13} - e_{114}S_{14})\bar{\tau};
\end{aligned} \tag{6.7}$$

$$\begin{aligned}
e_{12}^* &= -e_{11} - (e_{122}S_{11} + e_{112}S_{12} + e_{113}S_{13} - e_{124}S_{14})\bar{\tau}; \\
e_{13}^* &= [e_{113}(S_{11} - S_{12}) + e_{134}S_{14}]\bar{\tau}; \\
e_{14}^* &= e_{14} - (e_{124}S_{11} + e_{114}S_{12} + e_{134}S_{13} - e_{144}S_{14})\bar{\tau}; \\
e_{25}^* &= -e_{14} + (e_{114}S_{11} + e_{124}S_{12} + e_{134}S_{13} - e_{144}S_{14})\bar{\tau}; \\
e_{26}^* &= -e_{11} - (e_{226}S_{11} + e_{216}S_{12} - e_{113}S_{13} + e_{156}S_{14})\bar{\tau}; \\
e_{35}^* &= [e_{315}(S_{11} - S_{12})]\bar{\tau}; \\
e_{36}^* &= -e_{315}S_{14}\bar{\tau}; \\
e_{15}^* &= e_{16}^* = e_{21}^* = e_{22}^* = e_{23}^* = e_{24}^* = e_{31}^* = e_{32}^* = e_{33}^* = e_{44}^* = 0; \\
e_{226} &= -\frac{1}{4}(3e_{111} + e_{122}); \quad e_{216} = \frac{1}{4}(e_{111} + 3e_{122}); \\
\varepsilon_{11}^* &= \varepsilon_{11}^\eta - (H_{12}S_{11} + H_{11}S_{12} + H_{13}S_{13} - H_{14}S_{14})\bar{\tau}; \\
\varepsilon_{22}^* &= \varepsilon_{11}^\eta - (H_{11}S_{11} + H_{12}S_{12} + H_{13}S_{13} + H_{14}S_{14})\bar{\tau}; \\
\varepsilon_{23}^* &= [H_{41}(S_{11} - S_{12}) - H_{44}S_{14}]\bar{\tau}; \\
\varepsilon_{33}^* &= \varepsilon_{33}^\eta - [H_{31}(S_{11} + S_{12}) + H_{33}S_{13}]\bar{\tau}.
\end{aligned}$$

Таким образом, остается ось симметрии кристалла 2-го порядка ортогонально сагиттальной плоскости, и как отмечалось выше, в данном случае тензор Грина-Кристоффеля разделяется на две независимые части и его компоненты с учетом статического тензора Грина приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{11} &= [C_{22}^* - 2(C_{11}S_{11} + C_{14}S_{14} + 1)\bar{\tau}]k_1^2 + \\
&\quad + [2C_{24}^* + 2(2C_{14}S_{11} + (C_{13} + C_{44})S_{14})\bar{\tau}]k_1k_3 + (C_{44}^* - 2C_{44}S_{11}\bar{\tau})k_3^2; \\
\Gamma_{13} &= [C_{24}^* + 2(C_{11}S_{14} + C_{14}S_{13})\bar{\tau}]k_1^2 + \\
&\quad + [C_{23}^* + C_{44}^* - 2(2C_{14}S_{14} + (C_{13} + C_{44})S_{13} + 1)\bar{\tau}]k_1k_3 + (C_{34}^* + 2C_{44}S_{14}\bar{\tau})k_3^2; \\
\Gamma_{31} &= [C_{24}^* + 2(C_{14}S_{11} + C_{44}S_{14})\bar{\tau}]k_1^2 + \\
&\quad + [C_{23}^* + C_{44}^* - 2(C_{13} + C_{44})S_{11}\bar{\tau}]k_1k_3 + (C_{34}^* + 2C_{33}S_{14}\bar{\tau})k_3^2; \\
\Gamma_{22} &= (C_{66}^* - 2C_{66}S_{12}\bar{\tau})k_1^2 + (C_{56}^* - 2C_{56}S_{12}\bar{\tau})k_1k_3 + (C_{55}^* - 2C_{44}S_{12}\bar{\tau})k_3^2; \\
\Gamma_{33} &= [C_{44}^* - 2(C_{14}S_{14} + C_{44}S_{13})\bar{\tau}]k_1^2 + \\
&\quad + [2C_{34}^* + 2(C_{13} + C_{44})S_{14}\bar{\tau}]k_1k_3 + (C_{33}^* - 2C_{33}S_{13}\bar{\tau})k_3^2; \\
\Gamma_{24} &= e_{26}^*k_1^2 + (e_{25}^* + e_{36}^*)k_1k_3 + e_{35}^*k_3^2; \\
\Gamma_{42} &= (e_{26}^* + 2e_{11}S_{12}\bar{\tau})k_1^2 + (e_{25}^* + e_{36}^* + 2e_{14}S_{12}\bar{\tau})k_1k_3 + e_{35}^*k_3^2; \\
\Gamma_{44} &= -(e_{11}^*k_2^2 + \varepsilon_{33}^*k_3^2).
\end{aligned} \tag{6.8}$$

Необходимо отметить, что в данном случае проявляется сильная геометрическая нелинейность, т.е. геометрическое искажение слоя, и тензор Грина – Кристоффеля становится несимметричным, в

частности, величина «добавки» по давлению к компонентам Γ_{13} и Γ_{31} отличается более чем на порядок (6.8).

Изменение исходной симметрии плавленого кварца при приложении одноосного механического напряжения приведено в (6.6). Таким образом, при приложении внешнего механического давления вдоль направления распространения упругой волны $P||X_1$ скорости быстрой и медленной сдвиговой объемной волны LGS изменяют свое значение ($\alpha_v = -1,93 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ и $\alpha_v = -1,97 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$, соответственно), сдвиговая объемная волна плавленого кварца, как уже отмечалось выше (6.6), сохраняет вырождение. Величины коэффициентов управляемости α_v волны Рэлея с ростом параметра $h \times f$ стремятся от значения $1,37 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ для моды R_0 и от значения сдвиговой волны кварца с $\alpha_v = 7,399 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ для мод Рэлея высших порядков к значению α_v ПАВ LGS ($\alpha_v = -1,88 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$). Величины α_v мод волны Лява плавно убывают от значения сдвиговой волны кварца до значения волны ВБГ LGS с $\alpha_v = -1,61 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$.

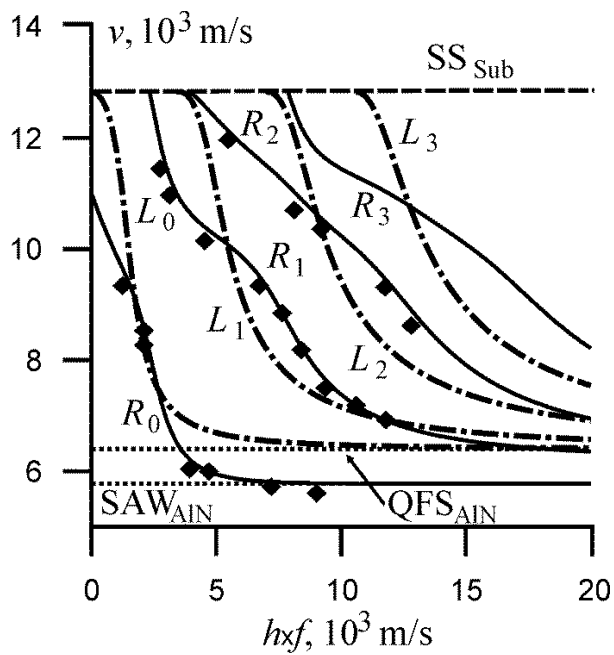
При приложении механического давления вдоль оси второго порядка кристалла, т.е. ортогонально сагиттальной плоскости ($P||X_2$) происходит понижение эффективной симметрии кристалла LGS до моноклинной и расщепление сдвиговой объемной волны плавленого кварца на быструю и медленную (значение $\alpha_v = 2,35 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ и $\alpha_v = 1,28 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$, соответственно (рисунок Е.13, з)). Коэффициенты управляемости сдвиговых объемных волн кристалла LGS $\alpha_v = 1,62 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ быстрой сдвиговой волны и $\alpha_v = -2,96 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны. Величины коэффициентов управляемости мод волны Рэлея с ростом параметра $h \times f$ стремятся к значению $\alpha_v = 1,14 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ рэлеевской волны ПАВ LGS. Величины α_v мод волны Лява плавно убывают от значения быстрой сдвиговой волны кварца с $\alpha_v = 2,35 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ до $\alpha_v = -9,08 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ волны ВБГ LGS. Отметим, что приложение одноосного давления как вдоль оси X_1 , так и оси X_2 не вызывает взаимодействия (гибридизации) мод акустических волн, в отличие от влияния внешнего электрического поля.

На рисунке Е.14 (Приложение Е) представлены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v волн Рэлея и Лява в структуре «LGS/плавленый кварц», определяемой углами Эйлера (0° , 138.5° , 26.7°). Это направление в пластине кристалла лангасита рассматривалось выше (таблица 4.4) и представляет интерес для создания устройств акустоэлектроники [284] вследствие наличия термостабильных свойств SAW с относительно высоким значением КЭМС и нулевым углом отклонения потока энергии [285].

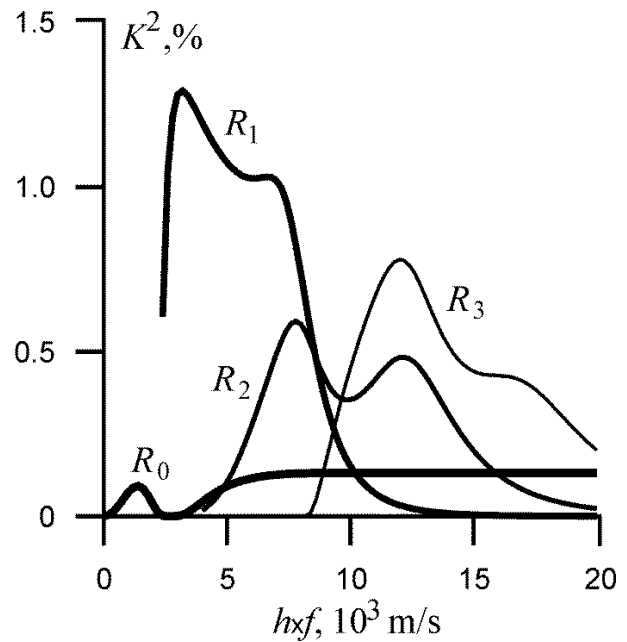
Характерной особенностью в данном случае является поведение фундаментальной рэлеевской моды упругой волны. Дисперсионная зависимость скорости нулевой моды волны Рэлея начинается со значения ПАВ Рэлея в плавленом кварце ($3405,23 \text{ м/с}$), проходит через минимум при $h \times f = 900 \text{ м/с}$ и далее с ростом $h \times f$ плавно возрастает до значения ПАВ в

монокристалле лангасите (2735,96 м/с) и далее с $h \times f = 2500$ м/с практически недисперсионна. Интервал изменения фазовых скоростей всех остальных мод лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговой волны плавленого кварца и медленной сдвиговой волны LGS. Пьезоактивностью обладают как моды волны Рэлея, так и Лява и максимальное значение $K^2 = 0,54\%$ при $h \times f = 600$ м/с наблюдается для моды L_0 волны Лява (рисунок Е.14, б).

При воздействии $P||X_1$ скорости сдвиговых объемных волн LGS и плавленого кварца ведут себя, как в выше рассмотренной структуре (рисунок Е.13). Величины коэффициентов α_v для фундаментальной моды Рэлея с $h \times f = 2500$ м/с постоянны и равны $\alpha_v = -1,99 \cdot 10^{-11}$ Па⁻¹. Величины коэффициентов α_v моды волны Лява, так и мод Рэлея высших порядков убывают от значения сдвиговой волны кварца ($\alpha_v = 7,399 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹) и стремятся снизу к $\alpha_v = -2,026 \cdot 10^{-11}$ Па⁻¹ медленной сдвиговой волны LGS, в отличие от случая распространения чистых мод. Следует отметить, что все моды упругой волны в данном случае слабо дисперсионны, например для моды R_1 коэффициенты α_v также с $h \times f = 5000$ м/с практически не меняются ($\alpha_v \sim -2,01 \cdot 10^{-11}$ Па⁻¹).



а)



б)

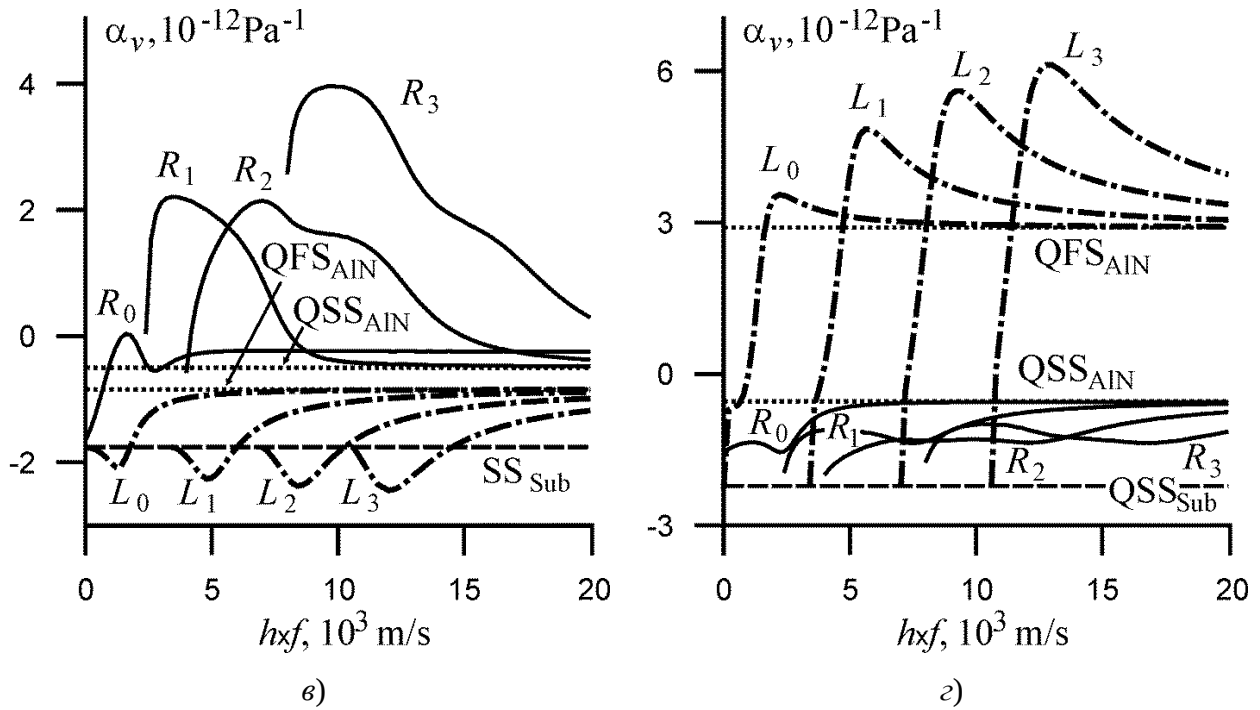


Рисунок 6.1 – Дисперсионные характеристики акустических волн в слоистой структуре «[100](001)AlN/[100](001)алмаз»: а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) коэффициенты управляемости α_v при $P||X_1$; г) α_v при $P||X_2$. QSS_{AlN} , QSS_{Sub} , QFS_{AlN} , – объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в слое и подложке. R_i и L_i – моды волны Рэлея и Лява. Точки – экспериментальные значения из [294]

При приложении механического давления ортогонально сагитальной плоскости ($P||X_2$) только у фундаментальной моды R_0 , как и ранее, значения коэффициента α_v становятся постоянными, но со значения $h \times f = 3000 \text{ м/с}$ (рисунок Е.14, г). Коэффициенты управляемости всех остальных мод начинаются от значения $1,28 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны кварца и диапазон их изменения (дисперсия) достаточно существенен, в частности, для моды R_1 от $2,3 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ до $4,6 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$.

Слоистая пьезоструктура «слой нитрида алюминия на подложке из алмаза» («AlN/алмаз») – одна из наиболее востребованных в настоящее время для создания устройств акустоэлектроники [286 – ... 291]. На рисунке 6.1 представлены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v волн Рэлея и Лява в слоистой пьезоструктуре «[100](001)AlN/[100](001)алмаз» в зависимости от величины $h \times f$. Пьезоактивной волной в данном направлении является только моды волны Рэлея. Максимальное значение $K^2 = 2,19 \%$ при $h \times f = 2700 \text{ м/с}$ достигается для первой моды волны Рэлея [292, 293]. Интервал изменения фазовых скоростей волн Лява лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговых волн алмаза и AlN. Скорость волны Рэлея с увеличением $h \times f$ стремится к скорости ПАВ Рэлея в AlN

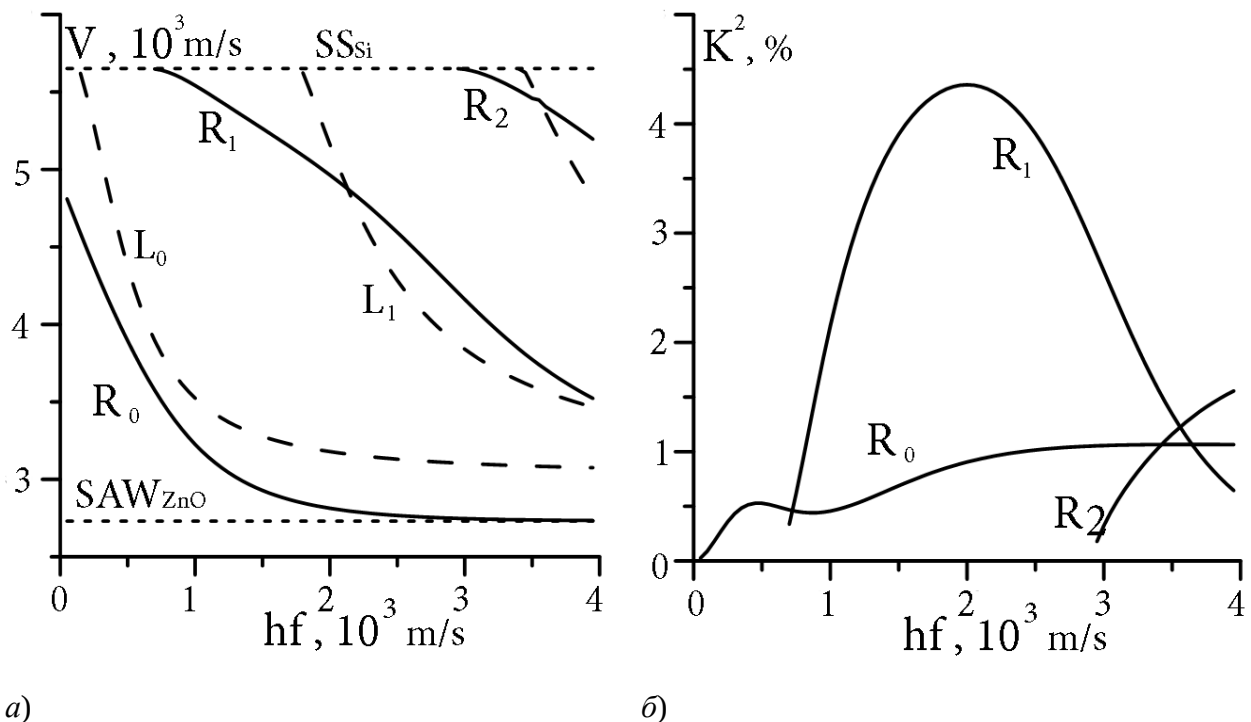
в данном направлении распространения упругой волны (5775,61 м/с). Точками на рисунке 6.1 отмечены экспериментальные значения из работы [294].

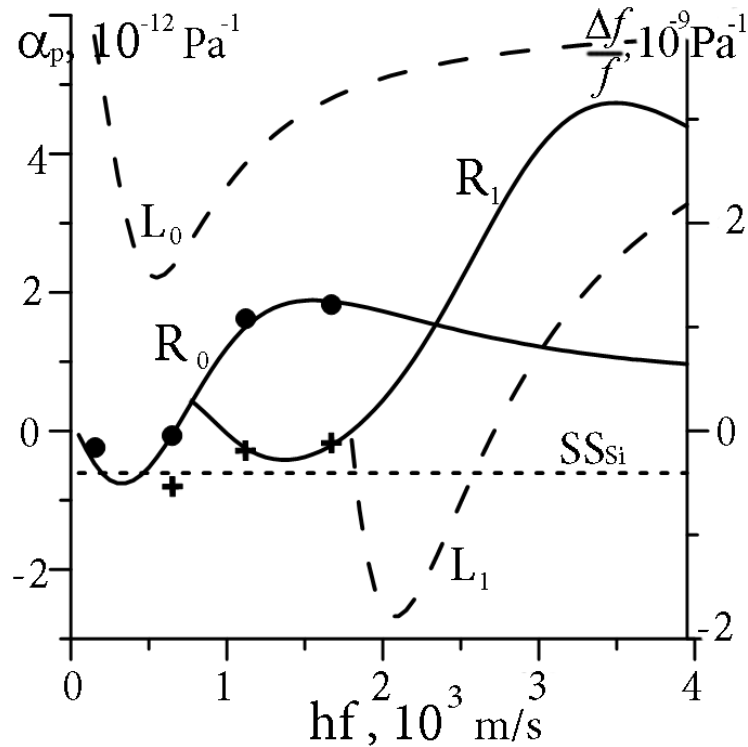
При приложении одноосного давления вдоль направления распространения упругой волны $P||X_1$ и ортогонально сагиттальной плоскости $P||X_2$ моды упругой волны остаются чистыми, при $P||X_2$ происходит расщепление сдвиговой ОАВ алмаза на быструю и медленную. Необходимо отметить, т.к. в связи с тем, что для кристалла нитрида алюминия неизвестны к настоящему времени нелинейные материальные тензоры (модули упругости 3-го порядка и т.п.), учет влияния одноосного механического давления на кристаллический слой заключался только в учете геометрической нелинейности, т.е. статического тензора Грина [295].

При приложении одноосного давления вдоль $P||X_1$ величины коэффициентов α_v волны Рэлея и Лява с увеличением $h \times f$ стремятся от значения $\alpha_v = -1,76 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ для сдвиговой волны алмаза к нулю, за исключением моды R_3 , имеющей максимальное значение $\alpha_v = 1,08 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ при $h \times f = 9400 \text{ м/с}$. При приложении одноосного давления вдоль $P||X_2$ величина коэффициента α_v волны Лява с увеличением $h \times f$ стремится от значения $\alpha_v = -7,2 \cdot 10^{-13} \text{ Па}^{-1}$ быстрой сдвиговой волны алмаза к нулю; величина коэффициента α_v волны Рэлея с увеличением $h \times f$ стремится от значения $\alpha_v = -2,22 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ для медленной сдвиговой волны алмаза к нулю [296]. При рассмотренных вариантах приложения внешнего одноосного давления отсутствует эффект гибридизации мод упругой волны.

В работах [297, 298, 299] было проведено экспериментальное исследование сенсора давления газа на основе слоистой структуры «ZnO/Si(001)» и структуры «ZnO/Кварц» в [300, 301]. В данных работах отмечена высокая зависимость чувствительности скорости волны Рэлея (фундаментальная мода R_0) и волны Сезава (мода R_1) от приложенного давления. На рисунке 6.2 изображены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v при приложении внешнего одноосного давления вдоль $P||X_3$, т.е. вдоль нормали к свободной поверхности для волн Рэлея и Лява в слоистой пьезоструктуре «ZnO/Si(001)» в зависимости от величины $h \times f$. Значения материальных тензоров кристалла кремния были использованы из работы [302], кристалла ZnO – линейные модули из работы [303], модули упругости третьего порядка из работы [304]. Пьезоактивными модами упругой волны также как и в структуре «AlN/алмаз» (рисунок 6.1) являются только рэлеевские моды упругой волны. Максимальное значение $K^2=4,4 \%$ при $h \times f = 2000 \text{ м/с}$ достигается для первой моды волны Рэлея [305]. Интервал изменения фазовых скоростей волн Лява лежит между значениями фазовых скоростей сдвиговой волны кремния и ZnO. Скорость волны Рэлея с увеличением $h \times f$ стремится к скорости ПАВ Рэлея в ZnO в данном направлении распространения упругой волны (2730,47 м/с).

На рисунке 6.2, в изображены дисперсионные зависимости коэффициентов управляемости α_v мод упругой волны при приложении внешнего механического напряжения вдоль нормали к свободной поверхности. Точками на графиках отмечены экспериментальные точки (кружком - мода R_0 ; крест - мода R_1), значения которых отложены на правой шкале $\frac{\Delta f}{f}$ из работ [297-299]. Разница в значениях расчетных коэффициентов α_v и в значениях экспериментальных точек обусловлена тем, что экспериментальные точки приведены в единицах $\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta v}{v} - \frac{\Delta L}{L}$, где $\Delta L/L$ – относительное изменение длины звукопровода [306] вследствие изгиба анизотропной пластины, вызванного нагружением однородным давлением [307, 308]. С учетом $\Delta L/L$ получено хорошее совпадение расчетных и экспериментальных значений (рисунок 6.2). Единственная экспериментальная точка (первая) для моды R_1 не совпадает с расчетным графиком. Однако данная точка соответствует критическому значению $h \times f \sim 600$ м/с, при котором «рождается» мода R_1 , фазовая скорость которой практически равна скорости сдвиговой волны кремния. Влияние внешнего механического напряжения, приложенного вдоль нормали к свободной поверхности, для фундаментальной моды волны Рэлея, как это отмечалось в экспериментальных работах [297-299], при $kh < 1,2$ ($hf < 700$) значения коэффициентов управляемости α_v отрицательны, но при значениях $kh > 1,2$ ($hf > 700$) положительны и максимум достигается при $h \times f = 1500$ м/с ($\alpha_v = 1,9 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹). Для волны Сезава (мода R_1) максимум коэффициентов управляемости $\alpha_v = 4,7 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹ достигается при значениях $h \times f = 3500$ м/с.





в)

Рисунок 6.2 – Дисперсионные характеристики акустических волн в слоистой структуре «ZnO/Si(001)»: а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) коэффициенты управляемости α_v при $P \parallel X_3$. SS_{Si} – объемная сдвиговая волна в подложке. SAW_{ZnO} – ПАВ в ZnO; R_i и L_i – моды волны Рэлея и Лява. Точки – экспериментальные значения из [297]

6.3. Влияние физической и геометрической нелинейности на характеристики упругих волн в слоистых пьезоэлектрических структурах при воздействии внешнего одноосного напряжения

Рассмотрим влияние механического давления на слоистую структуру только с учетом статической деформации слоя. В данном случае эффективные модули упругости (6.7), в частности, для слоистой структуры «[010](001) LGS/плавленый кварц», рассмотренной выше, равны соответствующим линейным модулям упругости, но в компонентах тензора Грина-Кристоффеля (6.8) остаются члены, определенные статическим тензором Грина (1.104), например:

$$\Gamma_{22} = (c_{66}^E + 2c_{66}S_{12}\bar{\epsilon})k_1^2 + (c_{14}^E + 2c_{14}S_{12}\bar{\epsilon})k_1k_3 + (c_{44}^E + 2c_{44}S_{12}\bar{\epsilon})k_3^2.$$

На рисунке 6.3 представлены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v волн Рэлея и Лява в структуре «[010](001)LGS/плавленый кварц». Приведены коэффициенты управляемости α_v мод волны Рэлея и Лява при $P \parallel X_1$ и $P \parallel X_2$. Сплошными линиями показаны значения α_v при приложении одноосного давления к структуре

с учетом полного набора материальных тензоров 3-го порядка (Full Set of Nonlinearities) как для слоя, так и для подложки. Такой вариант будет обозначаться как FSN. Штриховыми линиями показаны значения коэффициентов управляемости, рассчитанные с учетом только статической деформации слоя (Geometric Nonlinearity of the Layer) без учета нелинейных тензоров материала слоя (LGS). Такой вариант будет обозначен как GNL. Но в последнем случае воздействие одноосного механического давления на подложку учитывалось в полном объеме с учетом нелинейных материальных постоянных кристаллической среды [283].

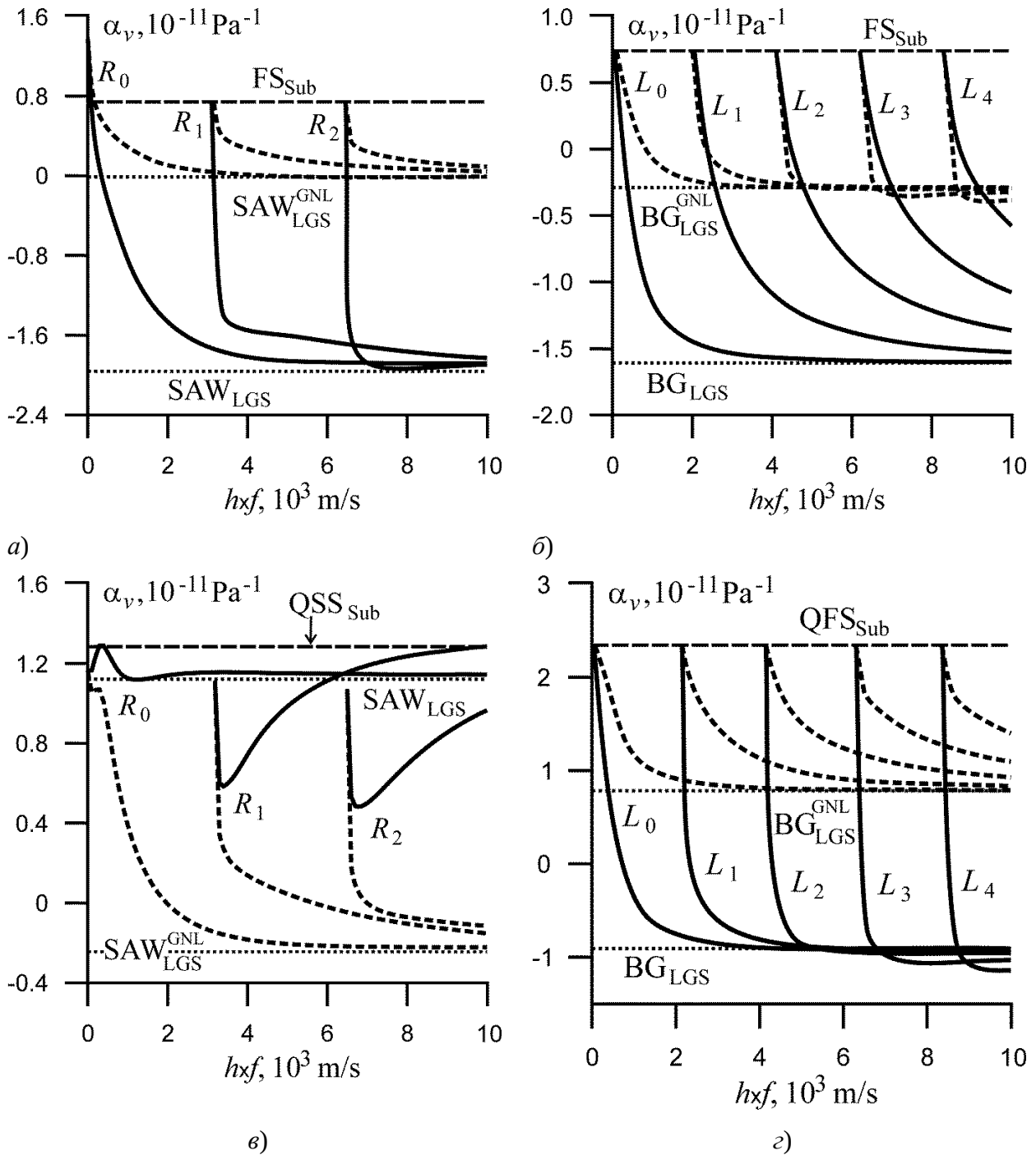


Рисунок 6.3 – Дисперсия коэффициентов управляемости α_v акустических волн в слоистой структуре «[010](001) LGS/плавленый кварц» при вариантах расчета FSN и GNL: а)

коэффициенты управляемости α_v мод волны Рэлея при $P||X_1$; б) α_v мод волны Лява при $P||X_1$; в) α_v мод волны Рэлея при $P||X_2$; г) α_v мод волны Лява при $P||X_2$. QSS_{Sub} , QFS_{Sub} – объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в подложке. SAW_{LGS} , BG_{LGS} – ПАВ Рэлея и Блюстейна-Гуляева в слое. R_i и L_i – моды волны Рэлея и Лява

Значения фазовых скоростей упругой волны в слоистой структуре, как правило, находятся в диапазоне значений от сдвиговой волны в подложке до значения скорости ПАВ для рэлеевских мод и до значения скорости волны ВБГ для мод с поперечно-горизонтальной поляризацией (SH-волны). Характер дисперсионных зависимостей коэффициентов управляемости как для мод волны Рэлея, так и для мод волны Лява при приложении механического давления вдоль направления распространения волны $P||X_1$ качественно одинаков для обоих вариантов расчета (рисунок 6.3, а, б). Значения коэффициентов управляемости рэлеевских мод упругой волны при варианте GNL расчета меньше на два порядка и стремятся к значению $\alpha_v = -1,05 \cdot 10^{-13} \text{ Па}^{-1} SAW_{LGS}^{GNL}$ волны. Аналогично при варианте GNL расчета для мод волны Лява значения коэффициентов управляемости стремятся к значению $\alpha_v = -2,9 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1} BG_{LGS}^{GNL}$ волны. При приложении механического давления вдоль $P||X_2$, т.е. ортогонально сагитальной плоскости, при варианте GNL расчета для мод волны Лява характер изменения коэффициентов управляемости аналогичен как и в предыдущем случае ($\alpha_v = 7,8 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1} BG_{LGS}^{GNL}$ волны). Однако, для рэлеевских мод упругой волны вследствие сильной геометрической нелинейности, как это отмечалось выше, характер дисперсионных зависимостей коэффициентов управляемости меняется (рисунок 6.3, в). Значения коэффициентов управляемости асимптотически приближаются к значению $\alpha_v = -2,22 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1} SAW_{LGS}^{GNL}$ волны, т.е. если учет статической деформации в данном случае приводит к «уменьшению» значения фазовой скорости упругой волны, то учет всех нелинейных материальных констант кристалла приводит к «увеличению» ($\alpha_v = 1,14 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$).

Коэффициенты управляемости ПАВ с учетом и без учета нелинейных материальных тензоров кристалла LGS различаются более чем на порядок. Следовательно, игнорирование при расчетах нелинейных материальных тензоров кристалла LGS приведет к значительной ошибке и при расчетах скоростей упругих волн Рэлея и Лява.

На рисунке 6.4 представлены дисперсионные зависимости коэффициентов α_v первых двух мод упругой волны в Y-срезе кристалла LGS, углы Эйлера (0° , 90° , 10°), на подложке из плавленого кварца при приложении одноосного давления ортогонально сагитальной плоскости, т.е. $P||X_2$ (рисунок 6.4, а, б). Данное направление было выбрано для исследования, так как Y-срез кристалла LGS является наиболее востребованным для создания устройств

акустоэлектроники и в конкретном направлении под 10° с осью $[100]$ влияние внешнего механического давления на характеристики упругих волн ОАВ незначительно. Так, коэффициенты управляемости α_v сдвиговых объемных волн в монокристалле LGS $\alpha_v = -1,85 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ (QFS), $\alpha_v = 2,54 \cdot 10^{-13} \text{ Па}^{-1}$ (QSS) и для ПАВ $\alpha_v = 1,24 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ (SAW) при FSN варианте расчета. Коэффициенты управляемости α_v при расчете с учетом только статической деформации кристалла (GNL) для акустических волн принимают значения:

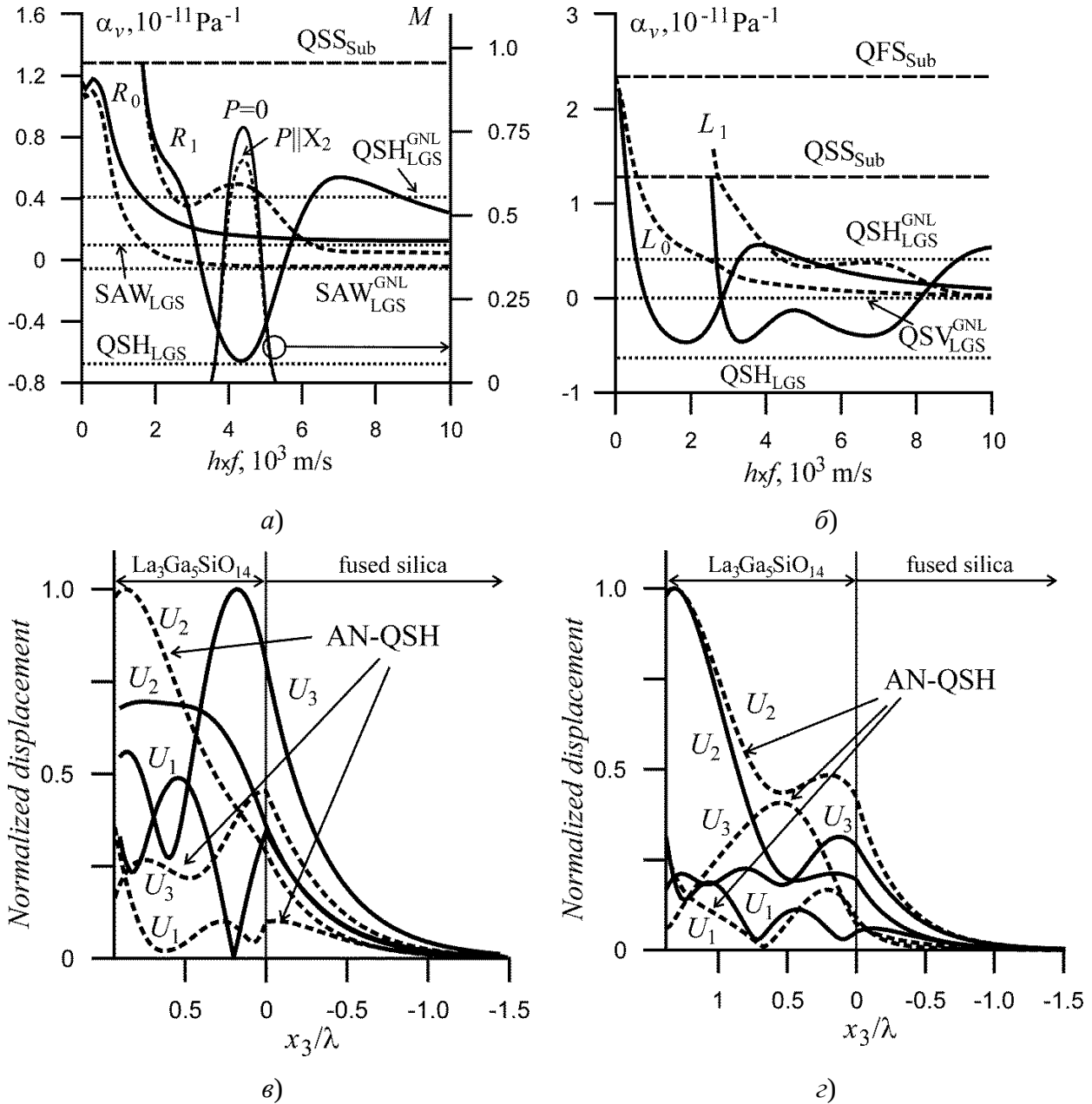


Рисунок 6.4 – Дисперсия параметров акустических волн в слоистой структуре

«(0, 90, 10) LGS/плавленый кварц» при вариантах расчета FSN и GNL: а) коэффициенты управляемости α_v нулевой и первой моды волны Рэлея при $P||X_2$ и коэффициенты гибридизации M упругих волн QSH и R_1 при $P=0$ и $P||X_2$; б) α_v нулевой и первой моды волны Лява при $P||X_2$; в) профили компонентов упругих волн QSH и R_1 при $h \times f = 3000 \text{ м/с}$; г)

профили компонентов упругих волн QSH и R_1 при $h \times f = 4400$ м/с. QSS_{Sub} , QFS_{Sub} – объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в подложке. QSH_{LGS} , QSV_{LGS} – объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в слое. R_i и L_i – моды волны Рэлея и Лява $3,24 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹ (QFS), $3,2 \cdot 10^{-13}$ Па⁻¹ (QSS) и $-4,39 \cdot 10^{-13}$ Па⁻¹ (SAW), соответственно. Необходимо отметить, что в слоистой структуре «(0°, 90°, 10°)LGS/плавленый кварц» происходит трансформация объемных акустических волн в недисперсионные упругие волны поверхностного типа, которые можно классифицировать как волну «Анисимкина-мл.» (Anisimkin Jr. mode (AN) [273, 309]. В данном случае волна QFS трансформируется в моду AN-QSH, но волна QSS в моду AN-QSV (рисунок 6.4). Необходимо отметить, что трансформация объемных волн в моды AN происходит в линейном случае, т.е. без учета внешнего воздействия, в отличие рассмотренного ранее [272], когда подобное преобразование в слоистой структуре происходило при воздействии внешнего электрического поля. Влияние внешнего механического напряжения на характеристики моды AN, в данном случае практически несущественно ($\alpha_v = 0$ (QSV) и $\alpha_v = -6,8 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹ (QSH)).

Для фундаментальной (нулевой) рэлеевской моды упругой волны учет влияния нелинейных материальных модулей кристалла LGS приводит к незначительному увеличению значений коэффициентов управляемости α_v (рисунок 6.4, а), которые для обоих вариантов расчета монотонно стремятся к соответствующим значениям α_v SAW. Однако, для первой рэлеевской моды упругой волны в окрестности значений $h \times f \sim 4200$ м/с значения коэффициентов управляемости α_v возрастают до значений α_v QSH для FSN варианта расчета, но для GNL варианта расчета значения α_v возрастают с противоположным знаком существенно меньше, т.е. учет статической деформации и нелинейных материальных тензоров действуют также разнонаправленно на значение скорости упругой волны. Для фундаментальной и первой мод волны Лява при GNL варианте расчета практически изменение значений коэффициентов управляемости α_v монотонно с асимптотой к значению α_v $QSV_{\text{LGS}}^{\text{GNL}}$ волны, но при учете нелинейных материальных тензоров кристалла LGS для обоих мод возникают аналогичные первой рэлеевской моде осцилляции (рисунок 6.4,б).

Характерной особенностью распространения упругой волны в слоистой структуре «(0°, 90°, 10°) LGS/плавленый кварц» является возникновение взаимодействия (гибридизации) [310] между волной AN-QSH и рэлеевской моды R_1 в интервале $h \times f$ от ~ 3400 м/с до ~ 5500 м/с (рисунок 6.4, а). На рисунке 6.4, в, г представлены профили упругих волн AN-QSH и R_1 при значениях $h \times f = 3000$ м/с и $h \times f = 4400$ м/с, т.е. до взаимодействия и при максимуме гибридизации волн. Если для упругой волны AN-QSH практически сохраняется соотношение $U_2 \gg U_1, U_3$ и не происходит изменения типа волны, то для рэлеевской моды R_1 в области гибридизации доминирующей становится компоненты поляризации U_2 , т.е. происходит смена типа волны в

моду SH. Однако, при значениях параметра $h \times f > 5500$ м/с у моды упругой волны R_1 опять доминирующей становится компонента $U_3 \gg U_2$. Таким образом, смена типа колебаний в данном случае происходит только в области взаимодействия упругих волн, в отличие, от гибридизации, рассмотренной в предыдущих разделах, где после взаимодействия мод упругой волны изменение типа моды сохраняется. Влияние внешнего механического напряжения на гибридизацию упругих волн сводится к незначительному уменьшению эффекта взаимодействия. На рисунке 6.4, *a* сплошной линией указан коэффициент гибридизации M при отсутствии внешнего механического напряжения ($P=0$), штриховой линией – коэффициент M при приложении механического давления вдоль $P \parallel X_2$.

На рисунке E.15 (Приложение E) представлены дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС и коэффициентов α_v волн Рэлея и Лява в структуре «(45°, -90°, 81°) LGS/плавленный кварц». Выбор этого направления обусловлен тем, что при приложении одноосного давления вдоль оси X_2 коэффициенты управляемости как медленной, так и быстрой сдвиговых объемных волн и SAW в монокристалле LGS одинаково малы и равны $7,81 \cdot 10^{-13}$ Па⁻¹ (QFS) и $8,61 \cdot 10^{-13}$ Па⁻¹ (QSS), $4,82 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹ (ПАВ), соответственно, при первом варианте расчета. Однако, при приложении внешнего механического давления вдоль распространения волны ($P \parallel X_1$) коэффициенты управляемости α_v этих упругих волн больше чем на порядок и равны $-8,79 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹ (QFS) и $-2,23 \cdot 10^{-11}$ Па⁻¹ (QSS), $-1,93 \cdot 10^{-11}$ Па⁻¹ (ПАВ), соответственно.

На рисунке E.15, *в*, *г* приведены коэффициенты управляемости α_v мод упругой волны Рэлея и Лява при приложении внешнего механического напряжения вдоль направления распространения волны ($P \parallel X_1$), характер дисперсии которых качественно подобен при первом и втором варианте расчета. Существенные отличия в количественных значениях коэффициента α_v для этих мод упругой волны обусловлены соответствующими различиями в значениях коэффициента α_v для объемной и поверхностной волны при разных вариантах расчета.

На рисунке E.15, *д*, *е* приведены коэффициенты управляемости α_v мод упругой волны Рэлея и Лява при приложении внешнего механического напряжения ортогонально сагитальной плоскости ($P \parallel X_2$). Коэффициенты управляемости волны QFS кристалла лангасита при FSN и GNL варианте расчета практически не изменяются и разница составляет $\sim 6 \cdot 10^{-13}$ Па⁻¹. Однако, в данном случае коэффициенты управляемости волны QSS при учете только статической деформации (GNL вариант расчета) существенным образом больше, чем при FSN варианте расчета (учет нелинейных материальных тензоров LGS) и $\alpha_v = 5,24 \cdot 10^{-12}$ Па⁻¹. Таким образом для волны QSS учет нелинейных материальных тензоров LGS при расчете практически полностью компенсирует геометрическую нелинейность образца вследствие приложения внешнего напряжения. Учет нелинейных материальных тензоров LGS при расчете для рэлеевских мод упругой волны приводит к незначительному росту коэффициентов α_v в сторону отрицательных

значений примерно на $\sim 5 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ для фундаментальной моды Рэлея. Для мод волны Сезавы значения коэффициентов α_v практически равны, но с разными знаками (рисунок Е.15, д). Для фундаментальной моды упругой волны Лява наблюдается аналогичная ситуация – значения коэффициентов α_v при первом и втором варианте расчета примерно равны по модулю, но с противоположными знаками. Для мод первого и выше порядков волны Лява разница в значения коэффициентов α_v при первом и втором варианте расчета незначительна.

На рис. Е.16 (Приложение Е) показаны управляемости α_v волн Рэлея и Лява в структуре «LGS/плавленый кварц», определяемой углами Эйлера ($0^\circ, 138.5^\circ, 26.7^\circ$) для волн Рэлея и Лява при приложении одноосного напряжения вдоль оси распространения волны, при этом расчет дисперсионных зависимостей качественно подобен для обоих вариантов расчета (FSN и GNL). Данная структура с учетом нелинейных материальных тензоров (FSN) была рассмотрена выше (рисунок Е.14). Необходимо отметить, что в слоистой структуре «($0^\circ, 138.5^\circ, 26.7^\circ$) $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавленый кварц» также происходит трансформация объемных акустических волн LGS в недисперсионную упругую волну типа «Анисимкина-мл.» (AN-QSH и AN-QSV) даже при отсутствии механического давления.

Величины коэффициентов α_v для фундаментальной моды Рэлея с величинами $h \times f = 2500 \text{ м/с}$ постоянны и равны $\alpha_v = -1,99 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$. Величины коэффициентов α_v как моды волны Лява, так и мод Рэлея высших порядков убывают от значения сдвиговой волны кварца ($\alpha_v = 7,4 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$) и стремятся снизу к $\alpha_v = -2,026 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ медленной сдвиговой волны LGS, в отличие от случая распространения чистых мод. Следует отметить, что все моды упругой волны в данном случае слабо дисперсионны, например, для моды R_1 коэффициенты α_v также с $h \times f = 5000 \text{ м/с}$ практически не меняются ($\alpha_v \sim -2,01 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$). Можно заметить, что значения коэффициентов α_v для упругих волн SAW и QSV почти идентичны. Значения коэффициентов α_v для моды Рэлея в варианте GNL в три раза меньше, чем обычно, и асимптотически стремятся к $\alpha_v = -1,78 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ волны $\text{SAW}_{\text{LGS}}^{\text{GNL}}$. Подобные значения коэффициентов управляемости для моды волны Лява стремятся к величине $\alpha_v = -2,2 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ волны $\text{QSV}_{\text{LGS}}^{\text{GNL}}$ [283].

На рисунке Е.16, в показаны коэффициенты α_v для волн Лява и Рэлея, когда одноосное напряжение прикладывается ортогонально сагиттальной плоскости. Значение коэффициента α_v постоянно только для фундаментальной моды R_0 начиная с $h \times f = 3000 \text{ м/с}$, но наблюдаются осцилляции в поведении коэффициентов α_v для всех других мод упругой волны. Коэффициенты α_v для всех мод упругой волны начинаются с $\alpha_v = 1,28 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ волны QSS плавленого кварца.

Если механическое давление приложено ортогонально сагиттальной плоскости, т.е. $\vec{P} \parallel X_2$, при варианте расчета GNL значения коэффициентов α_v для мод волны Рэлея и Лява отличаются незначительно. Необходимо отметить, что в этом случае α_v для всех мод имеют противоположный знак для FSN и GNL вариантов. Значения коэффициентов α_v асимптотически стремятся к $\alpha_v = -1,21 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ волны $\text{SAW}_{\text{LGS}}^{\text{GNL}}$. Отметим, что если учитывалась только статическая деформация, наблюдается эффект «уменьшения» значения фазовой скорости волны, но в случае, когда были задействованы физические и геометрические нелинейности, происходит «увеличение» значения фазовой скорости волны ($\alpha_v = 9,18 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$). Учет нелинейных материальных тензоров кристалла LGS приводит к увеличению коэффициента $\alpha_v \sim 1 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ для основной моды R_0 Рэлея, по сравнению с вариантом GNL. Разница между вариантами расчета FSN и GNL наиболее существенно сказывается для мод волны Рэлея высших порядков, а также для мод волны Лява. Таким образом, изменения в поведении коэффициентов α_v для мод волны Рэлея существенно отличаются от поперечных мод вследствие сильной геометрической нелинейности. Необходимо отметить, что коэффициенты α_v для мод волны Лява изменяются в приведенном выше случае, но предельное значение для волны $\text{QSV}_{\text{LGS}}^{\text{GNL}}$ равно $1,34 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ (рисунок Е.16, з).

6.4. Анизотропия распространения характеристик упругих волн в слоистой пьезоструктуре

На рисунке Е.17 (Приложение Е) приведена анизотропия характеристик фундаментальной (нулевой) и первой моды акустических волн Рэлея и Лява в структуре «(010) LGS/плавленный кварц» (Y-срез) при различных вариантах приложения одноосного механического давления для трех значений параметра $h \times f = 1000, 3000, 5000 \text{ м/с}$. Угол ψ отсчитывался от направления $[100]$. Фазовые скорости упругих волн находятся в диапазоне между скоростью ПАВ в кристалле лангасита и скоростью сдвиговой волны в плавленом кварце (рисунок Е.17, а). Особенностью распространения упругих волн в данной структуре является, что объемные сдвиговые волны LGS практически во всех направления трансформируются в недисперсионные поверхностные моды волны «Анисимкина-мл.» (AN-QSH и AN-QSV).

На рисунке Е.17, в -е приведены коэффициенты управляемости α_v мод упругой волны Рэлея и Лява при приложении внешнего механического напряжения вдоль направления распространения волны ($P \parallel X_1$). Влияние внешнего механического напряжения на фазовую скорость объемных сдвиговых волн QSS и QFS, как и в рассматриваемых выше вариантах FSN

и GNL, действует разнонаправлено, т.е. учет нелинейных материальных тензоров LGS практически полностью компенсирует геометрическую нелинейность образца вследствие приложения внешнего напряжения. Однако, влияние внешнего механического напряжения на фазовую скорость мод упругих волн Рэлея и Лява в режимах FSN and GNL различно в зависимости от значений $h \times f$. В частности, значения коэффициента α_v для фундаментальной моды R_0 в направлении под углом $\psi = 45^\circ$ равны $-1,45 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ и $2,21 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$ при $h \times f = 1000 \text{ м/с}$ в режимах FSN and GNL и $-2,86 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$, $-1,77 \cdot 10^{-13} \text{ Па}^{-1}$ при $h \times f = 5000 \text{ м/с}$, соответственно. Для первой моды волны Лява L_1 при $h \times f = 3000 \text{ м/с}$ учет нелинейных материальных тензоров LGS (FSN) только численно меняет значение коэффициента α_v , в то время как характер анизотропии α_v качественно подобен для обоих вариантов расчета (рисунок Е.17, д, е). Наибольшее значение коэффициентов управляемости α_v в случае приложения внешнего механического напряжения $P||X_1$ отмечено для моды R_0 при $h \times f = 5000 \text{ м/с}$ и $\psi = 58^\circ$ и составляет $-3,13 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$, что близко к значению ПАВ в этой точке $-3,18 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ (рисунок Е.17, в) [311].

При приложении внешнего механического напряжения ортогонально сагиттальной плоскости, т.е. $P||X_2$, максимальное значение α_v принадлежит также моде R_0 и составляет $2,03 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ при $h \times f = 5000 \text{ м/с}$ и $\psi = 60^\circ$, что близко к значению ПАВ в этой точке $\alpha_v = 2,06 \cdot 10^{-11} \text{ Па}^{-1}$ (рисунок Е.17, ж). Отметим, что значения α_v всех типов мод с учетом FSN при обоих вариантах приложения давления имеют одинаковый порядок величины (10^{-11} Па^{-1}). Значения α_v с учетом GNL при обоих вариантах приложения давления имеют также одинаковый порядок величины (10^{-12} Па^{-1}), но отличаются при $P||X_1$ и $P||X_2$ практически в 5 раз.

6.5. Выводы к Главе 6

1. Получены основные уравнения и граничные условия, описывающие распространение акустических волн в пьезоэлектрических слоистых структурах в условиях действия однородного механического давления. Детально проанализирован дисперсионный характер акустических мод в пьезоэлектрических слоистых структурах « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавленый кварц», « $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавленый кварц», «плавленый кварц/ LiNbO_3 » и « AlN /алмаз» вследствие изменения эффективной симметрии кристаллов под воздействием внешнего механического напряжения. Рассчитаны дисперсионные зависимости фазовых скоростей, КЭМС, коэффициентов управляемости как функций от параметра толщина×частота ($h \times f$). На примере слоистой структуры « AlN /алмаз» и « $\text{ZnO}/\text{Si}(001)$ » продемонстрировано хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных.

2. Выполнен анализ изменения эффективных упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических постоянных кристалла, вызванных однородной одноосной деформацией по принципу симметрии Кюри. Было продемонстрировано, что подобное преобразование вызывает особенности распространения акустических волн в слоистых структурах.

3. Выполнена оценка вклада нелинейных материальных тензоров кристалла третьего порядка и статической деформации в слое (физическая и геометрическая нелинейность) в изменение характеристик упругой волны, возникающих вследствие воздействия внешнего механического напряжения на слоистую пьезоструктуру. Отмечено, что учет материальных тензоров кристалла третьего порядка увеличивает значения коэффициентов управляемости фазовых скоростей, как правило, более чем на порядок даже в направлениях, где влияние механического напряжения минимально. Необходимо отметить, что в рассмотренных структурах в основном влияние статического напряжения и учет материальных тензоров кристалла третьего порядка действует на значение фазовой скорости разнонаправлено. Таким образом, вопрос об учете материальных тензоров кристалла слоя третьего порядка в расчетах характеристик упругой волны при воздействии внешнего механического давления необходимо рассматривать, исходя из конкретных условий эксперимента.

4. На примере слоистой структуры «LGS/плавленый кварц» продемонстрирована трансформация объемных акустических волн кристалла лангасита в недисперсионные упругие волны поверхностного типа «Анисимкина-мл.» (AN-QSH и AN-QSV), причем даже в линейном случае, т.е. без учета внешнего механического воздействия. Необходимо отметить, что подобная трансформация в слоистой структуре «LGS/плавленый кварц» происходит во всех рассмотренных примерах.

5. Отмечен эффект взаимодействия (гибридизации) между волной AN-QSH и рэлеевской модой R_1 , что может являться объяснением утечки энергии в резонаторах, созданных на подобных слоистых структурах. Особенностью подобного взаимодействия является также тот факт, что смена типа колебаний в данном случае происходит только в области взаимодействия упругих волн.

6. Исследована анизотропия распространения акустических волн в Y-срезе слоистой структуры «LGS/плавленый кварц». В зависимости от параметра «толщина×частота» учет нелинейных материальных тензоров LGS при расчете может как практически полностью компенсировать геометрическую нелинейность образца, так и увеличивать изменение фазовой скорости упругой волны при воздействии внешнего механического напряжения.

Глава 7. Численные методы и алгоритмы решения задач кристаллоакустики

7.1. Нормировка основных уравнений кристаллоакустики

Основные методы векторного и тензорного исчисления для исследования закономерностей распространения упругих волн в монокристаллах были изложены в работах [216, 219]. Как и в случае монокристаллов, основные задачи для многослойной структуры для оптимизации характеристик устройств акустоэлектроники - вычисление дисперсионных спектров, КЭМС, эффективной поверхностной диэлектрической постоянной и распределения смещений искомой моды по толщине структуры, потребовали разработки численных методов. В работах [312, 313] был предложен метод расчета матрицы передачи (ТМ), который является независимым от числа слоев многослойной структуры. Рекурсивные методы, построенные в основном на формализме Стро [314 - 317], в частности, «Глобальный Матричный Метод» (GM) [318, 319], «Локальный Поверхностный Импеданс» (LSI) [320, 321], «Парциальный Поверхностный Импеданс» (PSI) [322, 323], позволяют эффективно определить характеристики упругой волны в многослойной пьезоэлектрической структуре.

В данной главе представлены основные принципы, на основе которых был создан программный комплекс для расчета характеристик упругих волн в пьезокристаллах, подвергнутых внешним статическим воздействиям.

Основной проблемой для вычисления характеристик ПАВ в пьезокристаллах является плохая обусловленность матрицы тензора Грина – Кристоффеля (1.78), т.е. чувствительность («уязвимость») к ошибкам округления [324, 325]. Данная ситуация возникает вследствие того, что значения компонент $\Gamma_{11} \div \Gamma_{33}$ - порядка 10^{10} («упругая» часть), $\Gamma_{14} \div \Gamma_{34}$ ($\Gamma_{14} \div \Gamma_{34}$) порядка 1 (пьезовекторы), но Γ_{44} порядка 10^{-10} (диэлектрическая проницаемость). Таким образом, различие в значениях компонент матрицы тензора Грина – Кристоффеля в пьезоэлектрическом кристалле может достигать двадцати порядков. Следовательно, учет пьезоэффекта при вычислении характеристик ПАВ происходит на пределе машинной точности вычислений.

Для устранения плохой обусловленности матрицы тензора Грина – Кристоффеля произведем перенормировку исходных уравнений состояния (1.71) относительно гипотетической «идеализированной» пьезоэлектрической среды с коэффициентом электромеханической связи, равном единице:

$$K^2 = \frac{C_a \varepsilon_0}{e_a} = 1, \tag{7.1}$$

где $e_a = 1$ Кл/м² – пьезокоэффициент, $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая проницаемость, $C_a = 1/8.85 \cdot 10^{-12}$ Н/м². Преобразуем уравнения (1.71):

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{c^*}{C_a} \tilde{\eta} - \frac{e^*}{e_a} \tilde{E}; \\ D &= \frac{e^*}{e_a} \tilde{\eta} + \frac{\varepsilon^*}{C_a} \tilde{E}.\end{aligned}\tag{7.2}$$

Здесь и далее для повышения читабельности нижние индексы опущены. Введем нормированные материальные переменные:

$$\begin{aligned}\hat{C} &= \frac{c^*}{C_a}; \quad \hat{e} = \frac{e^*}{e_a}; \quad \hat{\tau} = \frac{\tau}{C_a}; \\ \hat{D} &= \frac{D}{e_a}; \quad \hat{\varepsilon} = \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_0}; \quad \hat{E} = \frac{e_a}{C_a} \tilde{E}.\end{aligned}\tag{7.3}$$

В этом случае нормированные уравнения состояния (1.71) запишутся в виде

$$\begin{aligned}\hat{\tau} &= \hat{C} \tilde{\eta} - \hat{e} \hat{E}, \\ \hat{D} &= \hat{e} \tilde{\eta} + \hat{\varepsilon} \hat{E}.\end{aligned}\tag{7.4}$$

Подставляя полученные уравнения состояния в волновые уравнения движения и уравнения электростатики для волн малой амплитуды, получим:

$$\begin{aligned}\frac{\rho_0}{C_a} \ddot{\tilde{U}}_A &= \hat{\tau}_{AB,B}, \\ e_a \hat{D}_{M,M} &= 0.\end{aligned}\tag{7.5}$$

Подставляя уравнения волны (1.26), получим нормированное уравнение Грина – Кристоффеля, которое отличается от уравнения (1.78) тем, что все компоненты матрицы тензора имеют значения порядка единицы:

$$[\hat{\Gamma}_{BC} - \delta_{BC} \hat{\rho}] \tilde{U}_B = 0.\tag{7.6}$$

В уравнении (7.6) нормированными, кроме (7.3) также являются плотность и амплитуда волны электрического потенциала:

$$\hat{\rho} = \frac{\rho_0}{C_a}; \quad \hat{\varphi} = \frac{e_a}{C_a} \varphi.\tag{7.7}$$

Нормировка граничных условий (1.81) и вектора Умова – Пойтинга (1.88) производится аналогичным образом. Следует отметить, что вычислительный «эксперимент» показал - без использования нормировки точность определения фазовой скорости ПАВ составляет 4-5 знаков после запятой, с использованием нормировки 15-18 знаков после запятой.

Предложенный алгоритм может быть использован не только для определения характеристик ПАВ, но для решения задачи отражения и преломления объемных акустических волн в пьезоэлектриках от границы раздела [326], а также для модификации алгоритмов определения характеристик упругой волны в слоистых пьезоэлектрических средах [327, 328] для повышения точности вычислений.

7.2. Численные методы расчета характеристик упругой волны

Вычисление фазовых скоростей и поляризаций объемных акустических волн представляет стандартную задачу на собственные векторы и собственные значения тензора Грина – Кристоффеля (1.28), детально разобранный в ряде монографий, в частности, в [329, 330] и давно решаемую с помощью ЭВМ [331]. Для расчета характеристик ОАВ в пьезокристаллах, подвергнутых воздействию внешних однородных полей (электрических, механических) были использованы программы [332, 333].

Вычисление характеристик поверхностных акустических волн значительно сложнее, чем для ОАВ. В расчете характеристик ПАВ можно выделить следующие этапы:

- а) ортогональное преобразование материальных тензоров (модули упругости второго и третьего порядка, пьезокоэффициенты и т.п.) кристалла в рабочую систему координат;
- б) вычисление предельной скорости ПАВ;
- в) поиск значения фазовой скорости ПАВ, при котором обращается в нуль определитель граничных условий (1.82), (1.83);
- г) вычисление значений компонент упругих смещений и потенциала поверхностной волны;
- д) расчет угла отклонения потока энергии от сагиттальной плоскости (1.89).

Наиболее трудоемким является пункт в) – нахождение итерационным методом нуля определителя граничных условий. В качестве итерационного метода пригодны разные способы, но многие из них, например, основанные на оценке производных (метод градиентного спуска и т.п.), следует отбросить, т.к. вблизи точки решения значение определителя граничных условий быстро меняется. Наиболее подходящим является, в частности, метод «золотого сечения», который дает быструю сходимость, что было отмечено в [146, 189]. Однако метод «золотого сечения» обладает одним недостатком. Если в каком-либо направлении распространения ПАВ существует два решения, например, для волны Рэлея и волны Блюстейна-Гуляева, либо предельная волна удовлетворяет условию свободной поверхности, в этом случае предсказать, к какому решению сойдется итерационный процесс, невозможно. Поэтому для определения всех

возможных точек минимумов функции определителя граничных условий был применен метод ломаных [334], с помощью которого весь допустимый интервал значений фазовых скоростей ПАВ разбивается на множество малых интервалов. Далее, определяются интервалы, в которых возможен минимум функции определителя. В полученных интервалах методом «золотого сечения» уточняются значения фазовых скоростей ПАВ.

Метод ломаных применим как для поиска глобального минимума, так и для определения всех экстремальных точек функции $f(x)$, если данная функция непрерывна, монотонна и удовлетворяет условию Липшица [335]:

$$|f(u) - f(v)| \leq L|u - v| \quad u, v \in [a, b], \quad (7.8)$$

где L – константа Липшица. Условие (7.8) имеет простой геометрический смысл: оно обозначает, что тангенс угла наклонной хорды $|f(x) - f(x_1)| \cdot |x - x_1|^{-1}$, соединяющей две точки $(x, f(x))$ и $(x_1, f(x_1))$ графика функции не превышает константы Липшица L для всех точек. Метод начинается с выбора произвольной точки искомого интервала $[a, b]$ и составления функции $g(u, u_0) = f(u_0) - L|u - u_0| = p_0(u)$. Следующая точка определяется из условия $p_0(u_1) = \min p_0(u)$. Далее берется новая функция $p_1(u) = \max\{g(u, u_1), p_0(u)\}$ и очередная точка u_2 находится из условия $p_1(u_2) = \min p_1(u)$ и т.д.. К недостатком метода можно отнести необходимость априорного знания значения константы Липшица, что в решаемой задаче о вычислении характеристик ПАВ практически невозможно.

Модификация метода ломаных, не требующая знания значения константы Липшица, заключается в следующем [334, 336]:

1. Выбираем две точки: $u_0 = v_0 = a$; $u_1 = v_1 = b$;
2. Вычисляем значения константы $L_1 = |f(u_1) - f(u_0)| \cdot (u_1 - u_0)^{-1}$;
3. Полагаем $d_1 = \mu_1 L_1$ если $L_1 > 0$ и $d_1 = \xi$ при $L_1 = 0$. $\xi > 0$, $\mu_1 > 1$ – параметры метода;
4. Определяем следующую точку $v_2 = \frac{(u_1 + u_0)}{2} - \frac{f(u_1) - f(u_0)}{2d_1}$, причем $u_0 < v_2 < u_1$;
5. Переименуем точки в порядке возрастания: $u_0 = a$; $u_1 = v_2$; $u_2 = b$.

Предполагая, что выполнено k шагов и найдены точки $u_0 \dots u_k$, причем они упорядочены. На следующем шаге $k+1$ получаем:

$$L_k = \max_{1 \leq i \leq k} \frac{|f(u_i) - f(u_{i-1})|}{u_i - u_{i-1}} \quad (7.9)$$

$$d_k = \begin{cases} \mu_k L_k & L_k > 0 \\ \xi & L_k = 0 \end{cases}$$

где μ_k, ξ – параметры метода, подбираемые «экспериментально». Для каждого интервала $[u_{i-1}, u_i]$ введем числовую характеристику интервала:

$$R_k(i) = d_k(u_i - u_{i-1}) + \frac{(f(u_i) - f(u_{i-1}))^2}{d_k(u_i - u_{i-1})} - 2(f(u_i) - f(u_{i-1})). \quad (7.10)$$

Перебором значений числовой характеристики интервала $R_k(i)$ ($i = 1 \dots k$) определяем номер интервала s , на котором достигается максимальное значение $R_k(i)$. Далее, вычисляем $v_{k+1} = \frac{(u_s + u_{s-1})}{2} - \frac{f(u_s) - f(u_{s-1})}{2d_k}$ согласно пункта 4 и процесс повторяется до достижения заданной точности, либо на определенном этапе в полученном интервале методом «золотого сечения» уточняются значения фазовых скоростей ПАВ. Изложенный алгоритм позволяет находить глобальный минимум функции. Для нахождения возможных локальных минимумов функции необходимо осуществить выбор всех максимальных значений числовой характеристики интервала $R_k(i)$.

Таким образом, используя изложенный алгоритм, можно найти два решения для ПАВ: волна Рэлея и волна Блюстейна-Гуляева (для пьезоэлектрических кристаллов); либо когда удовлетворяет условию свободной поверхности сдвиговая объемная SH-волна [337, 338]. В качестве примера на рисунке 7.1, а приведен график значений определителя граничных условий (1.83) для ПАВ в кристалле алмаза в направлении $[100]$ плоскости (001) . В данном случае также существует два решения: для волны Рэлея и сдвиговой объемной SH-волны. Следует отметить, что если фазовая скорость ПАВ в $[100]$ плоскости (001) равна $V_R = 10993,31$ м/с и величина определителя $d \approx 10^{-10}$ при значении скорости 10992,5 м/с и 10994 м/с значение $d \approx 1$, т.е. решение с необходимой точностью лежит в очень узком интервале скоростей, что требует повышенной точности вычислений [339], особенно для учета внешних воздействий.

Для дисперсионных характеристик упругой волны, т.е. при распространении акустической волны в пластинах либо многослойных структурах, количество решений (мод упругой волны) может исчисляться сотнями. В качестве примера на рисунке 7.1, б приведен график определителя граничных условий (6.4) для слоистой структуры $[100](001)$ «BGO/плавленный кварц» (рисунок E11 (Приложение E)) при $h \times f = 5000$ м/с. Как можно видеть из рисунка 7.1, б, наличие множества узких локальных минимумов приводит к тому, что методы, основанные на вычислениях производных, в данном случае не работают.

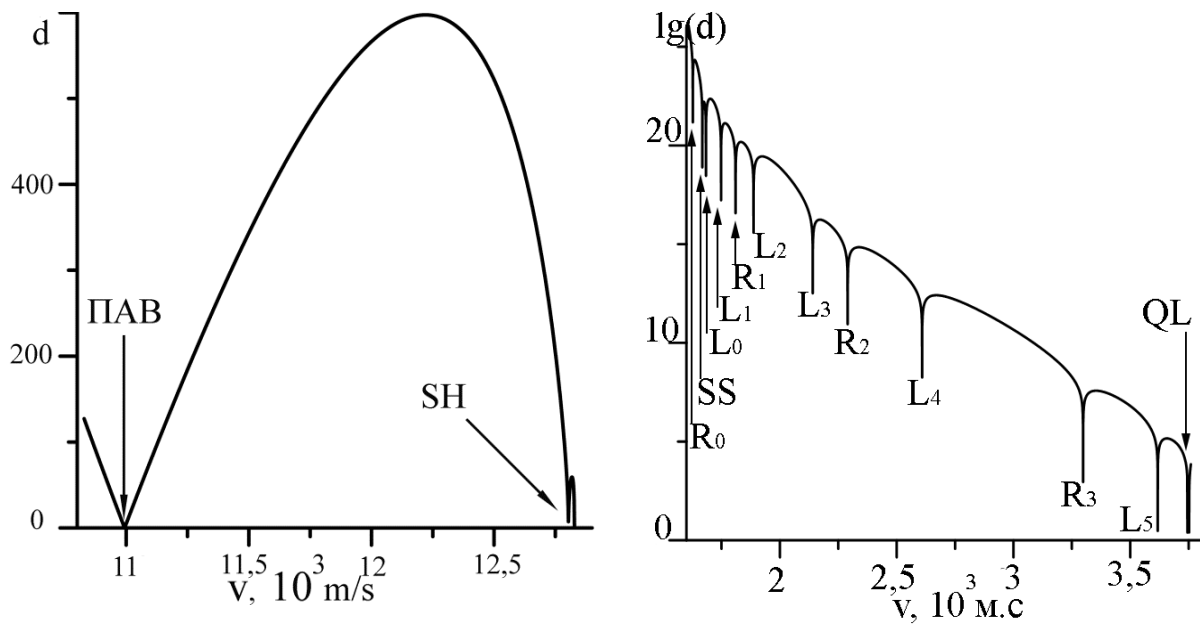
Метод расчета матрицы передачи (ТМ) [312] является независимым от числа слоев многослойной структуры и простым в реализации, но численно неустойчивым с увеличением значения $h \times f$. Глобальный матричный метод [318] является устойчивым, но генерирует ложные решения упругой волны. Методы поверхностного импеданса LSI [320] и PSI [322] являются наиболее устойчивыми алгоритмами, но не являются независимыми от числа слоев, что существенным образом сказывается на объеме проводимых вычислений. Основными

недостатками перечисленных методов являются как появление ложных решений, так и «пропуск» решений.

Наиболее эффективными, т.е. осуществляющими поиск всех возможных решений, в данной ситуации являются различные модификации метода перебора: метод покрытий, мультистарт и т.п., которые реализуют стандартный локальный алгоритм поиска минимума функции на подмножестве значений скорости из определенного интервала [340, 341].

В настоящей работе был реализован алгоритм поиска минимума целевой функции (определителя граничных условий) на дискретной регулярной сетке по значениям фазовых скоростей. Шаг дискретизации регулируется в зависимости от расположения локальных минимумов с возможностью управления в диалоговом режиме. Недостатком подобных методов является большой объем вычислений, но гарантировано нахождение всех решений (мод упругой волны). В частности, в слоистой структуре [100](001) «BGO/плавленый кварц» (рисунок 7.1, б) при $h \times f = 5000$ м/с имеется 12 локальных минимумов (мод упругой волны), для нахождения которых с относительной точностью порядка $10^{-10} - 10^{-15}$ потребовалось 1403 итерации вычисления целевой функции с начальным шагом дискретизации по скорости в 10 м/с. При значении $h \times f = 1000$ м/с в данной структуре (рисунок Е11 (Приложение Е)) существует только 5 мод упругой волны (локальных минимумов), для определения которых потребовалась 721 итерация. Необходимо отметить, что в данном случае интервал по значениям фазовых скоростей остается постоянным: от значения фазовой скорости ПАВ кристалла BGO в направлении [100] плоскости (001) до значения фазовой скорости сдвиговой объемной волны в плавленом кварце.

Однако, при значении $h \times f = 10000$ м/с в структуре [100](001) «BGO/плавленый кварц» существует 21 мода упругой волны (локальных минимумов) и потребовалось 3027 итераций вычисления целевой функции с начальным шагом дискретизации по скорости в 2 м/с, т.к. при шаге в 10 м/с происходит «потеря» локальных минимумов, расположенных относительно друг друга менее чем на 10 м/с. Таким образом, объем вычислений и соответственно время счета находятся в прямой зависимости от значения «толщина $\times$ частота» ($h \times f$), т.е. от количества возможных мод упругой волны. На основании изложенного были созданы программы для расчета характеристик волн Лэмба в пластинах пьезокристаллов [342] и слоистых пьезокристаллических структурах [343, 344].



а)

б)

Рисунок 7.1 – График значений определителя граничных условий: а) кристалла алмаза в направлении $[100]$ плоскости (001) ; б) слоистой структуры $[100](001)$ «BGO/плавленный кварц» при $h \times f = 5000$ м/с

7.3. Выводы к Главе 7

1. Предложен метод нормировки уравнений состояния пьезоэлектрической среды, позволяющий принципиально увеличить точность вычислений характеристик упругой волны, распространяющейся в пьезокристалле.

2. На основе предложенного алгоритма вычислений характеристик поверхностной акустической волны создан программный комплекс, позволяющий рассчитать характеристики упругой волны в монокристалле, в пластине пьезоэлектрика и многослойной пьезоэлектрической системе, подвергнутой воздействию однородного внешнего электрического поля и одноосного механического давления.

Заключение

В представленной диссертационной работе выполнено комплексное исследование влияния внешних статических полей, таких как однородное внешнее электрическое поле и одноосное механическое давление, на характеристики акустической волны в пьезокристаллах, пьезоэлектрических пластинах и слоистых пьезоструктурах. Изучение данной крупной научной проблемы имеет важное фундаментальное и практическое значение, как для развития кристаллоакустики, так и для разработки и создания управляемых устройств акустоэлектроники. Основные результаты работы были изложены в качестве выводов к главам, поэтому ниже будут приведены лишь наиболее важные выводы работы.

1. Выполнен анализ влияния внешнего однородного электрического поля и одноосного механического давления на свойства и типы упругих волн в пьезокристаллах: коэффициентов управляемости фазовых скоростей, векторов поляризации упругой волны, групповых скоростей и углов отклонения потока энергии от волновой нормали при различных вариантах приложения внешнего воздействия в кристаллах силикосилленита, ниобата лития, лангасита и алмаза. Сравнение с существующими экспериментальными работами показывает хорошее совпадение результатов при воздействии, как внешнего электрического поля, так и одноосного механического давления.

2. Исследовано влияние статических внешних воздействий (электрическое поле и одноосное механическое давление) на характеристики ОАВ в окрестности акустической оси кристалла. Продемонстрирована топология изменения поляризационных полей сдвиговых волн ОАВ в окрестности точки вырождения при внешних статических воздействиях на кристалл.

3. Выполнен анализ области применимости теории термодинамики конечно-деформированной пьезоэлектрической среды для расчета изменения характеристик упругой волны в пьезокристаллах, подвергнутых статическим внешним воздействиям – электрического поля и механического давления. Показано, что в общем случае линейная зависимость характеристик упругой волны от величины внешнего воздействия практически сохраняется до значений $\bar{E} \approx 10^8$ В/м и $\tau \approx 5 \cdot 10^8$ Па. Однако ограничением применяемой теории линейного характера изменения свойств упругой волны может наступить и при меньших значениях этих величин, как из-за геометрической нелинейности, связанной со статической деформацией

кристалла, так и сочетание пьезоэлектрических и электрострикционных свойств пьезокристалла.

4. Исследовано влияние внешних статических воздействий на отражение и преломление ОАВ на границе раздела «кристалл-вакуум» и от границы раздела двух пьезокристаллов при различных вариантах типа падающей волны. Вследствие изменения эффективной симметрии кристалла при приложении внешних статических воздействий (электрического поля, механического напряжения), особенно в области направлений акустических осей, происходит изменение поляризации упругой волны, что приводит к трансформации типа отраженных и преломленных ОАВ.

5. Получены дисперсионные соотношения для волны Лэмба и SH-волны, распространяющихся вдоль направления $[100]$ в кристаллах точечной группы симметрии 23. Указаны направления с максимальными и минимальными проявлениями влияния внешнего электрического поля на характеристики упругой волны. Выполнена оценка создания управляемой линии задержки сигнала на пластинах кристалла лангасита ($\Delta t = \pm 3,85$ нсек при $\Delta \bar{E} = 1 \cdot 10^7$ В/м на симметричной моде S_0 волны Лэмба в X-срез).

6. Выполнен анализ влияния внешнего электрического поля на взаимодействие (гибридизацию) мод акустической волны в пластине пьезокристалла. Влияние внешнего электрического поля может приводить как к увеличению, так и уменьшению значения коэффициента гибридации. Продемонстрирован характер смены типа взаимодействующих мод в области гибридации при воздействии внешнего электрического поля.

7. Выполнен расчет и поиск срезов и направлений в пластине кристалла лангасита, в которых моды волн Лэмба и SH- волны обладают термостабильностью значений фазовых скоростей и задержки с величиной КЭМС, большей, чем у кристалла кварца. Отмечены наиболее перспективные направления распространения упругой волны с термостабильными свойствами в пластине кристалла лангасита. Показана возможность компенсации температурных флуктуаций фазовых скоростей упругой волны приложением внешнего электрического поля.

8. Выполнен анализ дисперсионной зависимости фазовых скоростей, угла потока энергии, КЭМС, вследствие изменения эффективной симметрии кристаллов при различных вариантах приложения внешнего электрического поля либо одноосного механического давления в пьезоэлектрических слоистых структурах « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавленый кварц»,

« $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавленный кварц», «плавленный кварц/ LiNbO_3 » и « AlN /алмаз». Сравнение с существующими экспериментальными работами показывает хорошее совпадение результатов.

9. Указаны наиболее перспективные срезы и направления распространения акустической волны для создания акустоэлектронных устройств, сочетающие существенное значение КЭМС, малую величину отклонения потока энергии и значимые величины коэффициентов управляемости α_v . Продemonстрирована принципиальная возможность управлять распространением моды упругой волны в слоистой структуре по принципу «вкл/выкл» приложением внешнего электрического поля к структуре.

10. Продemonстрировано, что воздействие внешнего электрического поля вследствие изменения эффективной симметрии кристалла может приводить к трансформации ОАВ в упругую волну поверхностного типа, например, в структуре « $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавленный кварц». Аналогичные трансформации типа упругой волны отмечены и в структурах « $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ /плавленный кварц» при воздействии одноосного механического давления.

11. Выполнен анализ вклада физической и геометрической нелинейности в статической деформации в слое и изменение характеристик упругой волны, возникающих вследствие воздействия внешнего механического давления на слоистую пьезоструктуру. Отмечено, что учет материальных тензоров кристалла третьего порядка увеличивает значения коэффициентов управляемости фазовых скоростей мод упругой волны, как правило, более чем на порядок даже в направлениях, где влияние механического напряжения на изменение характеристик ОАВ минимально.

12. Создан программный комплекс, позволяющий рассчитать характеристики упругой волны в монокристалле, в пластине пьезоэлектрика и многослойной пьезоэлектрической системе как в «линейном» кристалле, так и в подвергнутом внешнему статическому воздействию (электрического поля, одноосного механического давления). Разработанный метод решения задач кристаллоакустики может быть распространен на другие типы внешних воздействий или их комбинации при условии точного учета соответствующих граничных условий и материальных констант, вследствие чего представляет интерес для проектирования устройств акустоэлектроники.

Перспективное развитие рассмотренных в данной работе направлений автор видит:

- в необходимости исследований влияния внешних воздействий на характеристики упругих волн в многослойных (планарных) пьезоэлектрических структурах;
- в расширении учета возможных типов внешних воздействий, включая неоднородные воздействия, на распространение упругих волн в кристаллах;
- в необходимости исследований закономерностей распространения акустических волн в сегнетоэлектриках – релаксорах с оценкой возможности создания управляемых устройств акустоэлектроники;
- разработки 3-D модели устройств акустоэлектроники, например, составного акустического резонатора, с целью оптимизации их характеристик и расширения диапазона применения.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю и Учителю – д.ф.-м.н., академику Александрову Кириллу Сергеевичу за постоянное внимание к работе.

Автор благодарен к.ф.-м.н. Зайцевой М.П. и к.ф.-м.н. Кокорину Ю.И. за поддержку и внимание на начальных этапах работы.

Автор выражает искреннюю благодарность коллеге и товарищу – проф., д.ф.-м.н., г.н.с. ФГБНУ ТИСНУМ Сорокину Б.П., в тесном научном сотрудничестве с которым и была выполнена большая часть исследований.

Хочу выразить благодарность доценту к.ф.-м.н. Турчину П.П. и к.ф.-м.н. Золотовой О.П. за многолетнее и плодотворное сотрудничество. Хотелось также выразить признательность д.ф.-м.н. проф. Мисюль В.С. и коллективу кафедры ФТТиН ИИФиРЭ СФУ за атмосферу благожелательности и дружескую поддержку.

Список основных публикаций по теме диссертации

1. Александров К. С., Сорокин Б. П., Бурков С. И. Эффективные пьезоэлектрические кристаллы для акустоэлектроники, пьезотехники и сенсоров (т. 1). – Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2007. – 501 с.
2. Александров К. С., Сорокин Б. П., Бурков С. И. Эффективные пьезоэлектрические кристаллы для акустоэлектроники, пьезотехники и сенсоров (т. 2). – Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2008. – 429 с.
3. Сорокин Б. П., Бурков С. И., Александров К. С. Поток энергии объемной акустической волны в пьезоэлектрических кристаллах при воздействии внешнего электрического поля // ФТТ. – 1989. – Т. 31. – № 10. – С. 193-198.
4. Сорокин Б. П., Сорокина Т. П., Бурков С. И. Упругие свойства и акустические параметры скандийзамещенных гексаферритов // ФТТ. – 1989. – Т. 31. – № 12. – С. 156-158.
5. Александров К. С., Бурков С. И., Сорокин Б. П. Влияние внешнего однородного электрического поля на свойства волн Рэлея в пьезоэлектрических кристаллах // ФТТ. – 1990. – Т. 32. – № 1. – С. 186-192.
6. Burkov S. I., Sorokin B. P., Karpovich A. A., Aleksandrov K. S. The influence of static homogeneous fields on the properties of SAW in piezoelectric // Ferroelectrics Letters. – 1992. – V. 14. – № 5/6. – P. 99-113.
7. Александров К. С., Сорокин Б. П., Турчин П. П., Бурков С. И. Нелинейные электромеханические свойства и распространение акустических волн под действием внешних статических полей в пьезоэлектрике $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ // Известия РАН. сер. физ. – 1996. – Т. 60. – № 10. – С. 103-105.
8. Александров К. С., Сорокин Б. П., Глушков Д. А., Безматерных Л. Н., Бурков С. И., Белущенко С. В. Электромеханические свойства и анизотропия распространения акустических волн в метаборате меди CuB_2O_4 // ФТТ. – 2003. – Т. 45. – № 1. – С. 42-45.
9. Бурков С. И., Сорокин Б. П., Глушков Д. А., Александров К. С. Теория и компьютерное моделирование процессов отражения и преломления объемных акустических волн в пьезоэлектриках при воздействии внешнего электрического поля // Кристаллография. – 2005. – Т. 50. – № 6. – С. 1053-1060.
10. Бурков С. И., Сорокин Б. П., Александров К. С., Карпович А. А. Отражение и преломление объемных акустических волн в пьезоэлектриках при воздействии одноосного напряжения // Акустический Журнал. – 2009. – Т. 55. – № 2. – С. 180-187.

11. Бурков С. И., Золотова О. П., Сорокин Б. П., Александров К. С. Влияние внешнего электрического поля на характеристики волны Лэмба в пьезоэлектрической пластине // Акустический журнал. – 2010. – Т. 56. – № 5. – С. 606-612.
12. Бурков С. И., Золотова О. П., Сорокин Б. П. Распространение волн Лэмба и SH-волн в пластине пьезоэлектрического кубического кристалла // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2010. – Т. 3. – № 2. – С. 185-204.
13. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P., Aleksandrov K. S. Anisotropy of DC Electric Field Influence on Acoustic Wave Propagation in Piezoelectric Plate // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2011. – Т. 4. – № 3. – С. 282-291.
14. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Influence of the external electric field on propagation of the Lamb waves in the piezoelectric plates // IEEE Trans. UFFC. – 2011. – V. 58. – no. 1. – P. 239-243.
15. Золотова О.П., Бурков С.И., Сорокин Б.П., Теличко А.В. Упругие волны в пьезоэлектрических слоистых структурах // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2012. – Т. 5. – № 2. – С. 164-186.
16. Бурков С. И., Золотова О. П., Сорокин Б. П., Турчин П. П. Расчет термостабильных направлений и влияния внешнего электрического поля на распространение волн Лэмба и SH волн в пластине кристалла лангасита // Акустический журнал. – 2012. – Т. 58. – № 6. – С. 692-700.
17. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Anisotropy of Lamb and SH waves propagation in langasite single crystal plates under the influence of dc electric field // Ultrasonics. – 2012. – V. 52. – № 3. – P. 345-350.
18. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Calculation of the Dispersive Characteristics of Acoustic Waves in Piezoelectric Layered Structures Under the Effect of DC Electric Field // IEEE Trans. Ultras. Ferroel. Freq. Cont. – 2012. – V. 59. – no. 10. – P. 2331-2337.
19. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Influence of bias electric field on elastic waves propagation in piezoelectric layered structures // Ultrasonics. – 2013. – V. 53. – no. 6. – P. 1059-1064.
20. Sorokin B. P., Kvashnin G. M., Kuznetsov M. S., Telichko A. V., Burkov S. I. Experimental Investigation of the Linear and Nonlinear Elastic Properties of Synthetic Diamond Single Crystal // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2013. – Т. 6. – № 1. – С. 120-126.
21. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. The Influence of Uniform Pressure on Propagation of Acoustic Waves in Piezoelectric Layered Structures // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2014. – Т. 7. – № 1. – С. 10-21.

22. Burkov S. I., Zolotova O. P., Turchin P. P. Influence of Uniaxial Pressure on Elastic Waves Propagation in Piezoelectric Layered Structures «Y-cut langasite/fused silica» // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2015. – Т. 8. – № 1. – С. 7-21.
23. Сорокин Б. П., Квашнин Г. М., Теличко А. В., Гордеев Г. И., Бурков С. И., Бланк В. Д. Исследования многочастотных СВЧ акустических резонаторов на основе слоистой пьезоэлектрической структуры «Me1/AlN/Me2/(100) алмаз» // Акустический Журнал. – 2015. – Т. 61. – № 4. – С. 464-476.
24. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P., Turchin P. P. The analysis of the effect of homogeneous mechanical stress on the acoustic wave propagation in the «La₃Ga₅SiO₁₄/fused silica» piezoelectric layered structure // Ultrasonics. – 2015. – V. 55. – no. 1. – P. 104-112.

Список сокращений и условных терминов

- ОАВ – объемная акустическая волна
 ПАВ, SAW – поверхностная акустическая волна
 S_n – симметричная волна Лэмба, n – номер моды
 A_n – антисимметричная волна Лэмба, n – номер моды
 SH – волна с поперечно-горизонтальной поляризацией
 R_n – рэлеевская мода упругой волны, n – номер моды
 L_n – мода упругой волны Лява, n – номер моды
 КЭМС – коэффициент электромеханической связи
 ВБГ – волна Блюстейна-Гуляева
 h – толщина пластины (слоя)
 f – частота волны
 TCD - температурный коэффициент задержки
 TCF - температурный коэффициент частоты
 BGO – кристалл $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$
 LGS – кристалл $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$
 QL – квазипродольная ОАВ
 QFS – быстрая сдвиговая ОАВ
 QSS – медленная сдвиговая ОАВ
 α_v – коэффициент управляемости фазовой скорости
 E – вектор внешнего электрического поля
 P – вектор внешнего одноосного давления

Список литературы

1. Truesdell C., Toupin R. A. The Classical Field Theories // Handbuch der Physik / Ed. by S. Flugge. Berlin; Göttingen; Heidelberg: Springer, 1960. – V. III/1. – P. 226-293.
2. Baumhauer J. C., Tiersten H. F. Nonlinear electroelastic equations for small amplitude fields superposed on a bias // J. Acoust. Soc. Amer. – 1973. – V. 54. – no. 4. – P. 1017-1034.
3. Терстон Р. Распространение волн в жидкостях и твердых телах // Физическая акустика. – 1966. – Т. 1. – №. ч А. – 592 с.
4. Toupin R. A., Bernstein B. Sound waves in deformed perfectly elastic materials. Acoustoelastic effect // J. Acoust. Soc. Amer. – 1961. – V. 33. – no. 2. – P. 216-225.
5. Ljamov V. E. Nonlinear acoustical parameters of piezoelectric crystals // J. Acoust. Soc. Amer. – 1972. – V. 52. – no. 1(2). – P. 199-202.
6. Белый В. Н., Севрук Б. Б. Управление поляризацией упругих волн электрическим полем, создающим спиральную анизотропию // Акустич. журн. – 1983. – Т. 29. – №. 2. – С. 157-161.
7. Зайцев Б. Д., Кузнецова И. Е. Влияние внешнего однородного электрического поля на свойства пав рэлея в ниобате лития // Акустич. журн. – 1997. – Т. 43. – №. 1. – С. 116-118.
8. Зайцев Б. Д., Кузнецова И. Е., Мысенко М. Б., Поляков П. В. Влияние внешнего электрического поля на свойства ПАВ Гуляева-Блюстейна в ниобате лития и титанате стронция // Акустич. журн. – 1998. – Т. 44. – №. 6. – С. 848.
9. Kuznetsova I. E., Zaitsev B. D., Polyakov P. V., Mysenko M. B. External electric field effect on the properties of Bleustein-Gulyaev surface acoustic waves in lithium niobate and strontium titanate // Ultrasonics. – 1998. – V. 36. – P. 431-434.
10. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов. – М.: Наука. – 1982. – 424 с.
11. Stroh A. N. Steady state problems in anisotropic elasticity // J. math. Phys. – 1962. – V. 41. – no. 2. – P. 77-103.
12. Lothe J., Barnett D. M. On the existence of surface-wave solutions for anisotropic elastic half-spaces with free surface // Journal of Applied Physics. – 1976. – V. 47. – no. 2. – P. 428-433.
13. Lothe J., Barnett D. M. Integral formalism for surface waves in piezoelectric crystals. Existence considerations // Journal of Applied Physics. – 1976. – V. 47. – no. 5. – P. 1799-1807.
14. Alshits V. I., Lothe J. Comments on the relation between surface wave theory and the theory of reflection // Wave Motion. – 1981. – V. 3. – no. 4. – P. 297-310.

15. Альшиц В. И., Даринский А. Н., Радович А. Резонансное отражение "трехмерного" акустического пучка от свободно границы кристалла // Кристаллография. – 1990. – Т. 35. – В. 4. – С. 812-815.
16. Кайно Г. Акустические волны: Устройство, визуализация и аналоговая обработка сигналов. – М.: Мир. – 1990. – 656 с.
17. Гуляев Ю. В. Акустоэлектроника (исторический обзор) // Успехи физических наук. – 2005. – Т. 175. – № 8. – С. 887-895.
18. Morvan B., Wilkie-Chancellier N., Duflo H., Tinel A., Duclos J. Lamb wave reflection at the free edge of a plate // J. of Acous. Society of America. – 2003. – V. 113. – no. 3. – P. 1417-1425.
19. Pagneux V. Revisiting the edge resonance for Lamb waves in a semi-infinite plate // The J. of the Acous. Society of America. – 2006. – Т. 120. – № 2. – С. 649-656.
20. Darinskii A. N., Weihnacht M., Schmidt H. Rayleigh wave scattering from a vertical edge of isotropic substrates // Ultrasonics. – 2014. – V. 54. – no. 7. – P. 1999-2005.
21. Gregory R. D., Gladwell I. The reflection of a symmetric Rayleigh Lamb wave at the fixed or free edge of a plate // Journal of Elasticity. – 1983. – V. 13. – P. 185–206.
22. Le Clezio E., Predoi M. V., Castaings M., Hosten B., Rousseau M. Numerical predictions and experiments on the free plate edge mode // Ultrasonics. – 2003. – V. 41. – P. 25–40.
23. Cees M., Clorennec D., Royer D., Prada C. Edge resonance and zero group velocity Lamb modes in a free elastic plate // J. of Acous. Society of America. – 2011. – V. 130. – no. 2. – P. 689-694.
24. Gunawan A., Hirose S. Reflection of obliquely incident guided waves by an edge of a plate // Materials Transactions. – 2007. – V. 48. – no. 6. – P. 1236–1243.
25. Galan J. M., Abascal R. Lamb mode conversion at edges. A hybrid boundary element finite element solution // J. of Acous. Society of America. – 2005. – V. 117. – no. 4. – P. 1777–1784.
26. Альшиц В. И., Любимов В. Н., Радович А. Резонансное возбуждение волн Лява в структурах типа «сэндвича» // ФТТ. – 1996. – Т. 38. – № 4. – С. 1091-1099.
27. Алексеев С. Г., Гуляев Ю. В., Котелянский И. М., Мансфельд Г. Д. Некоторые тенденции развития акустоэлектроники сверхвысоких частот // УФН. – 2005. – Т. 175. – № 8. – С. 895-900.
28. Мансфельд Г. Д., Алексеев С. Г., Ползикова Н. И. Эквивалентная электрическая схема составного акустического резонатора для радиотехнических устройств СВЧ диапазона // Акуст. журн. – 2008. – Т. 54. – № 4. – С. 552–558.
29. Мансфельд Г. Д., Попова Д. В., Алексеев С. Г., Ползикова Н. И. Анализ тонкопленочных Брэгговских структур и пьезоэлектрических СВЧ-резонаторов на их основе // Радиотехника и электроника. – 2010. – Т. 55. – № 11. – С. 1387-1395.

30. Алексеев С. Г., Мансфельд Г. Д., Ползикова Н. И., Котелянский И. М. Особенности затухания и захват энергии колебаний в составных акустических СВЧ резонаторах на основе монокристаллов ИАГ // Акустический журнал. – 2007. – Т. 53. – № 4. – С. 533-539.
31. Bailey D. S., Driscoll M. M., Jelen R. A., McAvoy B. R. Frequency stability of high-overtone bulk-acoustic resonators // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 1992. – V. 39. – no. 6. – P. 780-784.
32. Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. – М.: Наука. – 1981. – 288 с.
33. Викторов И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. – М.: Наука. – 1966. – 169 с.
34. Выборнов Б. И. Ультразвуковая дефектоскопия. – М.: Металлургия. – 1974. – 240 с.
35. Ghosh T., Kundu T., Karpur P. Efficient use of Lamb modes for detecting defects in large plates // Ultrasonics. – 1998. – V. 36. – P. 791-801.
36. Кучеров И. Я., Островский И. В. Нормальные волны в пластинках кристаллов симметрии CdS // Укр. Физич. Журн. – 1970. – Т. 15. – № 7. – С. 1155-1163.
37. Кучеров И. Я., Островский И. В. Возбуждение волн Лэмба в монокристаллах CdS // ФТТ. – 1968. – Т. 10. – № 9. – С. 2814-2815.
38. Kuznetsova I. E., Zaitsev B. D., Borodina I. A., Teplyh A. A., Shurygin V. V., Joshi S. G. Investigation of Acoustic Waves of Higher Order Propagating in Plates of Lithium Niobate // Ultrasonics. – 2004. – V. 42. – P. 179-182.
39. Jin Y., Joshi S. G. Propagation of quasi-shear-horizontal acoustic wave in Z-X lithium niobate plates // IEEE TUFFC. – 1996. – V. 43. – P. 491-494.
40. Kuznetsova I. E., Zaitsev B. D., Joshi S. G., Borodina I. A. Investigation of Acoustic Waves in Thin Plates of Lithium Niobate and Lithium Tantalate // IEEE TUFFC. – 2001. – V. 48. – no. 1. – P. 322-328.
41. Jin Y., Joshi S. G. Characteristics of ultrasonic Lamb waves in 128° rotated Y-cut lithium niobate // IEEE TUFFC. – 1994. – V. 41. – no. 2. – P. 279-283.
42. Jin Y., Joshi S. G. Lamb wave propagating in 128° - Y-X lithium niobate plates // Proc of IEEE Ultrason. Symp. – 1993. – P. 847-851.
43. Zaitsev B. D., Kuznetsova I. E., Borodina I. A., Joshi S. G. Characteristics of Acoustic Plate Waves in Potassium Niobate (KNbO₃) Single Crystal // Ultrasonics. – 2001. – V. 39. – P. 51-55.
44. Кузнецова И. Е., Зайцев Б. Д., Джоши С. Г., Кузнецова А. С. Гравиметрическая чувствительность акустических волн в тонких пьезоэлектрических пластинах в присутствии жидкости // Письма в ЖТФ. – 2006. – Т. 32 – № 16. – С. 84-89.
45. Josse F., Andle J. C., Vetelino J. F., Dahint R., Grunze M. Theoretical and experimental study of mass sensitivity of PSAW-APMs on ZX-LiNbO₃ // IEEE TUFFC. – 1995. – V. 42. – no. 4. – P. 517-524.

46. Кузнецова И. Е., Зайцев Б. Д., Джоши С. Г., Теплых А. А. Влияние жидкости на характеристики антисимметричных волн лэмба в тонких пьезоэлектрических пластинах // Акустический журнал. – 2007. – Т. 53. – № 5. – С. 637-644.
47. Зайцев Б. Д., Кузнецова И. Е., Джоши С. Г. Аномальный резистоакустический эффект в структуре пьезоэлектрик-проводящая жидкость // ЖТФ. – 2001. – Т. 71. – № 6. – С. 127-129.
48. Джоши С. Г., Зайцев Б. Д., Кузнецова И. Е. SH акустические волны в пластине ниобата лития и влияние электрических условий на их свойства // Акустический журнал. – 2001. – Т. 47. – № 3. – С. 336-340.
49. Кузнецова И. Е., Зайцев Б. Д., Бородина И. А., Попов В. В. Влияние тонкого проводящего поверхностного слоя на свойства квазипоперечных сдвиговых волн и волн Лэмба в пластинах арсенида галлия // Письма в ЖТФ. – 1999. – Т. 25. – № 3. – С. 38-43.
50. Кузнецова И.Е., Зайцев Б.Д. Аномальный резисто-акустический эффект в пьезоэлектрических структурах, содержащих проводящие слои // Известия РАН Серия физическая – 2015 – Т.79 – №10 – С. 1447-1451.
51. Zaitsev B. D., Joshi S. G, Kuznetsova I. E, Borodina I. A. Influence of conducting layer and conducting electrode on acoustic waves propagating in potassium niobate plates // IEEE TUFFC. – 2001. – V.48. – no. 2. – P. 624-626.
52. Анисимкин И. В., Анисимкин В. И. Многомодовые акустические датчики и системы // УФН. – 2005. – Т. 175. – № 8. – С. 900-904.
53. Анисимкин И. В., Гуляев Ю. В. Многомодовые акустические элементы для электронных систем распознавания газов и жидкостей // Радиотехника и электроника. – 2002. – Т. 47. – № 2. – С. 253-256.
54. Анисимкин В. И., Гуляев Ю. В., Анисимкин И. В. Метод поверхностных акустических волн: новые аналитические возможности // Поверхность. – 2000. – № 8. – С. 3-9.
55. Анисимкин В. И., Воронова Н. В., Галанов Г. Н. Детектирование жидкостей акустическими пластинчатыми модами квазипродольного типа // Радиотехника и электроника. – 2010. – Т. 55. – № 9. – С. 1121-1125.
56. Ruby R. C., Bradley P., Oshmyansky Y., Chien A., Larson J. D. Thin film bulk wave acoustic resonators (FBAR) for wireless applications // IEEE in Proc. Ultras.Symp. – 2001. – P. 813-821.
57. Двоешерстов М. Ю., Чередник В. И., Босов С. И., Орлов И. Я., Руденко О. В.. Численный и экспериментальный анализ параметров акустоэлектронного тонкопленочного СВЧ-резонатора // Акустический Журнал. – 2013. – Т. 59. – № 5. – С. 569–577.

58. Bjurström J., Katardjiev I., Yantchev V. Lateral-field-excited thin-film Lamb wave resonator // *Applied Physics Letters*. – 2005. – V. 86. – no. 15. – P. 4103.
59. Yantchev V., Katardjiev I. Thin film Lamb wave resonators in frequency control and sensing applications: a review // *J. of Micromechanics and Microengineering*. – 2013. – V. 23. – no. 4. – P. 043001.
60. Arapan L., Alexieva G., Avramov I. D., Radeva E., Strashilov V., Katardjiev I., Yantchev V. Highly mass-sensitive thin film plate acoustic resonators (FPAR) // *Sensors*. – 2011. – V. 11. – no. 7. – P. 6942-6953.
61. Kadota M., Ago J., Horiuchi H., Ikeura M. Very small IF resonator filters using reflection of shear horizontal wave at free edges of substrate // *IEEE TUFFC*. – 2002. – V. 49. – no. 9. – P. 1269-1279.
62. Harrington B. P., Abdolvand R. In-plane acoustic reflectors for reducing effective anchor loss in lateral-extensional MEMS resonators // *J. of Micromechanics and Microengineering*. – 2011. – V. 21. – no. 8. – P. 085021.
63. Stephanou P. J., Pisano A. P. PS-4 GHZ contour extensional mode aluminum nitride MEMS resonators // in *Proc. IEEE Ultras.Symp.* – 2006. – P. 2401-2404.
64. Yantchev V., Arapan L., Katardjiev I., Plessky V. Thin-film zero-group-velocity Lamb wave resonator // *Applied Physics Letters*. – 2011. – V. 99. – no. 3. – P. 033505.
65. Arapan L., Katardjiev I., Yantchev V. An intermode-coupled thin-film micro-acoustic resonator // *J. of Micromechanics and Microengineering*. – 2012. – V. 22. – no. 8. – P. 085004.
66. Toda K., Mizutani K. A Lamb wave voltage sensor // *J.Acoust.Soc.Am.* – 1983. – V. 74 – no. 3 – P. 677-679.
67. Palma A., Palmieri L., Socino G., Verona E. Lamb wave electroacoustic voltage sensor // *J. Appl. Phys.* – 1985. – V.58. – P. 3265-3267.
68. Liu H., Wang T. J., Wang Z. K., Kuang Z. B. Effect of a biasing electric field on the propagation of antisymmetric Lamb waves in piezoelectric plates // *International Journal of Solids and Structures*. – 2002. – V.39. – P.1777–1790.
69. Liu H., Wang T. J., Wang Z. K. Effect of a biasing electric field on the propagation of symmetric Lamb waves in piezoelectric plates // *International Journal of Solids and Structures*. – 2002. – V. 39. – P. 2031–2049.
70. Кузнецова И. Е., Джоши С.Г., Зайцев Б. Д. SH акустические волны в пластинах ниобата лития и влияние электрических граничных условий на их свойства // *Акуст. Журн.* – 2001. – Т. 47. – № 3. – С. 336-340.
71. Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E., Joshi S.G. Theoretical and experimental investigation of QSH (quasi shear horizontal) acoustic waves // *Ultrasonics*. – 1998. – V. 36. – P. 31-35.

72. Zaitsev B.D, Kuznetsova I.E. Electric field influence on acoustic waves // In "Handbook of an advanced photonic and electronic materials and devices". Ed. by H.S.Nalwa. – New York: Academic Press. – 2001. – V. 4. – Ch. 4. – P. 139-174.
73. Zaitsev B. D., Joshi S. G., Kuznetsova I. E. Electric-field influence on Lamb and SH wave properties in LiNBO₃ plates // J. Acoust. Soc. Am. – 1998. – V. 103. – no. 4. – P.2883.
74. Зайцев Б. Д., Калинин В. Ю., Кузнецова И. Е. Нелинейное электроакустическое взаимодействие упругих волн в пластинах ниобата лития» // Акустический журнал. – 1999. – Т. 45. – № 2. – С. 229-234.
75. Domenjoud M., Lematre M., Gratton M., Lethiecq M., Tran-Huu-Hue L. P Theoretical and experimental study of the electroacoustic behavior of lithium niobate under an initial mechanical stress // IEEE TUFFC. – 2013. – Т. 60. – №. 10. – С. 2219-2224.
76. Вендик И. Б. Перестраиваемые объемные акустические резонаторы с индуцированным пьезоэффектом в сегнетоэлектрике // ФТТ. – 2009. – Т. 51. – № 8. – С. 1495-1498.
77. Дмитриев В. Ф., Мансфельд Г. Д., Пустовойт В. И. Перестраиваемый высокочастотный резонатор на поверхностных акустических волнах // ЖТФ. – 2007. – Т. 77. – № 8. – С. 101-108.
78. Зайцев Б. Д., Кузнецова И. Е., Шихабудинов А. М., Васильев А. А. Новый способ подавления паразитных мод в пьезоэлектрическом резонаторе с поперечным электрическим полем // Письма в ЖТФ. – 2011. – Т. 37. – № 11. – С. 27-34.
79. Zhang H., Turner J. A., Kosinski J. A. Experimental measurements of the force-frequency effect of thickness-mode langasite resonators // IEEE TUFFC. – 2013. – V. 60. – no. 7. – P. 1475-1478.
80. Farnell G.W., Adler E.L. Elastic wave propagation in thin layers, in: W.P. Mason, R.N. Thurston (Eds.), Physical Acoustics, Vol. 9. – Academic Press, New York. – 1972. – P. 35–127.
81. Morgan D. P. A history of surface acoustic wave devices //Int. J. of High Speed Electronics and Systems. – 2000. – V.10. – no. 3. – P. 553–602.
82. Drafts B. Acoustic wave technology sensors //IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. – 2001. – V.49. – no. 4. – P. 795–802.
83. Kadota M., Yoneda T., Fujimoto K., Nakao T., Takata E. Very small-sized resonator IF filter using shear horizontal wave on quartz substrate. // Proc. of 2001 IEEE Ultrasonics Symp. (Atlanta, USA), 2001. – P. 65–68.
84. Sehra G., Cole M., Gardner J. W. Miniature taste sensing system based on dual SH-SAW sensor device: an electronic tongue // Sensors and Actuators B: Chemical. – 2004. – V. 103. – no. 1-2. – P. 233–239.

85. Ushakov N. M., Zapsis K. V., Kosobudskii I. D. Conductivity and dielectric properties of iron containing nanocomposites // *Tech. Phys. Lett.* – 2003. – V. 29. – P. 936–937.
86. Kuznetsova I. E., Zaitsev B. D., Kuznetsova A. S. Acoustic waves in structure “piezoelectric plate–polymeric nanocomposite film”// *Ultrasonics*. – 2008. – V. 48 . – P. 587–590.
87. Uemura T., Fujii S., Kitabayasi H., et al. Low loss diamond SAW devices by small grain size polycrystalline diamond // *Proc. IEEE Ultrasonics Symp. (Munich, Germany)*. – 2002. – P. 431-434.
88. Bénédic F., Assouar M. B., Kirsch P., et al. Very high frequency SAW devices based on nanocrystalline diamond and aluminum nitride layered structure achieved using e-beam lithography// *Diamond and Related Materials*. – 2008. – V. 17. – P. 804–808.
89. Kaletta U. C., Wenger C. FEM simulation of Rayleigh waves for CMOS compatible SAW devices based on AlN/SiO₂/Si(100) // *Ultrasonics*. – 2014. – V. 54. – P.291–295.
90. El Hakiki M., Elmazria O., Alnot P. Theoretical Investigation of Surface Acoustic Wave in the New, Three-Layered Structure: ZnO/AlN/Diamond // *IEEE TUFFC*. – 2007. – V. 54. – no. 3. – P. 676-681.
91. Liu J., Wang Y., Wang B. Propagation of Shear Horizontal Surface Waves in a Layered Piezoelectric Half-Space With an Imperfect Interface // *IEEE TUFFC*. – 2010. – V. 57. – no. 8. – P. 1875-1879.
92. Darinskii A. N., Weihnacht M. Acoustic waves on plane interfaces in piezoelectric bi-crystalline structures of specific types // *Proc. IEEE Ultrasonics Symp.* – 2004. – P. 1231-1234.
93. Darinskii A. N., Weihnacht M. Resonance Reflection of Acoustic Waves in Piezoelectric Bi-Crystalline Structures // *IEEE TUUFC*. – 2005. – V. 52. – no. 5. – P. 904-910.
94. Shuvalov A.L., Every A.G. Some properties of surface acoustic waves in anisotropic-coated solids, studied by the impedance method // *Wave Motion*. – 2002. – V. 36. – no. 3 – P. 257–273.
95. Choujaa A., Tirole N., Bonjour C., Martin G., Hauden D., Blind P., Pommier C. AlN/silicon Lamb-wave microsensors for pressure and gravimetric measurements // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 1995. – V. 46. – no. 1. – P. 179-182.
96. Zhang H., Kim E. S. Micromachined acoustic resonant mass sensor // *Journal of Microelectromechanical Systems*. – 2005. – V. 14. – no. 4. – P. 699-706.
97. Weber J., Link M., Primig R., Pitzer D., Schreiter M. Sensor for ambient pressure and material strains using a thin film bulk acoustic resonator.// *Proc. Ultras.Symp.* – 2005 – V. 2. – P. 1258-1261.
98. Weber J., Albers W. M., Tuppurainen J., Link M., Gabl R., Wersing W., Schreiter, M. Shear mode FBARs as highly sensitive liquid biosensors // *Sensors and Actuators A: Physical*. – 2006. – V. 128. – no. 1. – P. 84-88.

99. Fu Y. Q., Luo J. K., Du X. Y., Flewitt A. J., Li Y., Markx G. H., Milne W. I. Recent developments on ZnO films for acoustic wave based bio-sensing and microfluidic applications: a review // *Sensors and Actuators B: Chemical*. 2010. – V. 143. – no. 2. – P. 606-619.
100. Гуляев Ю. В., Плесский В. П. Распространение поверхностных акустических волн в периодических структурах // *УФН*. – 1989. – Т. 157. – № 1. – С. 85–127.
101. Meyer R. J., Montgomery T. C., Hughes W. J. Tonpilz transducers designed using single crystal piezoelectrics // *Oceans '02, MTS/IEEE*. – 2002. – P. 2328–2333.
102. Lee S., Pei D. L., Roh Y. Optimal design of a 1–3 piezocomposite tonpilz transducer by means of the finite element method // *IEEE Ultrasonic Symposium*. – 2006. – P. 1521–1524.
103. Snook K. A., Rehrig P. W., Hackenberger W. S., Jiang X., Meyer Jr, R. J., Markley D. Advanced piezoelectric single crystal based transducers for naval sonar applications // *Smart Structures and Materials*. – International Society for Optics and Photonics, 2006. – C. 61700H-61700H-8..
104. Yang G., Ren W., Liu S. F. Effects of uniaxial stress and DC bias field on the piezoelectric, dielectric, and elastic properties of piezoelectric ceramics // *IEEE Ultras.Symp.* – 2000. – P. 1005–1008.
105. Lian L., Sottos N.R. Stress effects in sol–gel derived ferroelectric thin films // *J. of Applied Physics*. – 2005. – V. 95. – P. 629–634.
106. Cimpoiasu A., Van Der Pers N. M., de Keyser Th. H., Venema A., Vellekoop M. J. Stress control of piezoelectric ZnO films on silicon substrates // *Smart Material Structures*. – 1996. – V. 5. – P. 744–750.
107. Zheng P., Greve D. W., Oppenheim I. J. Langasite surface acoustic wave gas sensors: Modeling and verification // *IEEE TUFFC* – 2013. – T. 60. – №. 3. – C. 579-586.
108. Kim Y., Ballato A. Force-frequency effect of Y-cut langanite and Y-cut langatate // *IEEE TUFFC*. – 2003. – T. 50. – №. 12. – C. 1678-1682.
109. Jiang Sh., Gong X., Guo X., Wang X. Potential application of graphene nanomechanical resonator as pressure sensor // *Solid State Communications*. – 2014. – V. 193. – P. 30–33.
110. Wang J., Huang Zh., Duan H., Yu Sh., Feng X., Wang G., Zhang W., Wang T. Surface stress effect in mechanics of nanostructured materials // *Acta Mechanica Solida Sinica*. – 2011. – V. 24. – P. 52–82.
111. Snook K. A., Rehrig P. W., Hackenberger W. S., Meyer R. J., Markley D. Tailored single crystal orientations for improved tonpilz transducer performance // *Proc. IEEE Ultrason. Symp.* – 2006. – P. 359-362.
112. Fan Y., Ji X., Liu X., Cai P. The nonlinear analysis of elastic wave of piezoelectric crystal plate with perturbation method // *Wave Motion*. – 2014. – V. 51. – Issue 5. – P. 798–803.

113. Kubat F., Ruile W., Hesjedal T., Stotz J., Rosler U., Reindl L. M.. Calculation and experimental verification of the acoustic stress at GHz frequencies in SAW resonators // IEEE TUFFC. – 2004. – V. 51. – no. 11. – P. 1437-1448.
114. Kosinski J. A., Pastore R. A., Yang J., Yang X., Turner, J. A. Stress-induced frequency shifts of degenerate thickness-shear modes in rotated Y-cut quartz resonators // IEEE TUFFC. – 2010. – T. 57. – №. 8. – C. 1880-1883.
115. Zhang H., Kosinski J. A. Analysis of contributions of nonlinear material constants to stress-induced velocity shifts of quartz and langasite surface acoustic wave resonators // IEEE TUFFC – 2013. – T. 60. – №. 5. – C. 975-985..
116. Kosinski J. A., Pastore, Jr. R. A., Yang X., Yang J., Turner J. A. Stress-induced frequency shifts in langasite thickness-mode resonators // IEEE TUFFC. – 2009. – V. 59. – no. 1. – P. 129-135.
117. Zhang H., Turner J. A., Yang J., Kosinski J. A. Force–frequency effect of thickness mode langasite resonators // Ultrasonics. – 2010. – T. 50. – №. 4. – C. 479-490..
118. Liu H., Wang Z. K., Wang T. J. Effect of initial stress on the propagation behavior of Love waves in a layered piezoelectric structure // Int. J. Solids Struct. – 2001. – V. 38. – P. 37-51.
119. Su J., Kuang Z. B., Liu H. Love wave in ZnO/SiO₂/Si structure with initial stresses // Journal of sound and Vibration. – 2005. – T. 286. – №. 4. – C. 981-999.
120. El Hakiki M., Elmazria O., Bénédict F., Nicolay P., Monéger D., Azouani R. Diamond film on Langasite substrate for surface acoustic wave devices operating in high frequency and high temperature // Diamond and Related Materials. – 2007. – V. 16. – Issues 4–7. – P. 966-969.
121. Kosinski J. A., Pastore Jr, R. A., Yang X., Yang, J., Turner J. A. Stress-induced frequency shifts in langasite thickness-mode resonators //in Proc. Annu. IEEE Int. Frequency Control Symp., 2003. – C. 716-722.
122. Qian Z.H., Jin F., Wang Z.K., Kishimoto K. Love waves propagation in apiezoelectric layered structure with initial stresses // Acta Mech. – 2004. – V. 171. – P. 41–57.
123. Qian Z. H., Jin F., Lu T., Kishimoto K., Hirose S. Effect of initial stress on Love waves in a piezoelectric structure carrying a functionally graded material layer // Ultrasonics. – 2010. – V. 50. – P. 84–90.
124. Landa M., Plešek J. Contrast enhancement of ultrasonic imaging of internal stresses in materials // Ultrasonics. – 2002. – V. 40. – no. 1. – P. 531-535.
125. Duquennoy M., Ouaftouh M., Ourak M. Ultrasonic evaluation of stresses in orthotropic materials using Rayleigh waves // NDT & E International. – 1999. – V. 32. – no. 4. – P. 189-199.

126. Duqennoy M., Ouaftouh M., Ourak M. Determination of stresses in aluminium alloy using optical detection of Rayleigh waves // *Ultrasonics*. – 1999. – V. 37. – no. 5. – P. 365-372.
127. Dowaikh M. A. On SH waves in a pre-stressed layered half-space for an incompressible elastic material // *Mechanics research communications*. – 1999. – V. 26. – no. 6. – P. 665-672.
128. Junge M., Qu J., Jacobs L. J. Relationship between Rayleigh wave polarization and state of stress // *Ultrasonics*. – 2006. – V. 44. – no. 3. – P. 233-237.
129. Lematre M., Feuillard G., Delaunay T., Lethiecq M. Modeling of ultrasonic wave propagation in integrated piezoelectric structures under residual stress // *IEEE TUFFC*. – 2006. – V. 53. – no. 4. – P. 685-696.
130. Lematre M., Domenjoud M., Tran-Huu-Hue L. P. Exact second order formalism for the study of electro-acoustic properties in piezoelectric structures under an initial mechanical stress // *Ultrasonics*. – 2011. – V. 51. – no. 8. – P. 898-910.
131. Lematre M., Tran-Huu-Hue L. P., Feuillard G. Modeling and numerical study of the electroacoustic behavior in integrated piezoelectric structures under external mechanical stress // *IEEE TUFFC*. – 2009. – V. 56. – no. 5. – P. 1085-1099.
132. Tiersten H. F. On the accurate description of piezoelectric resonators subject to biasing deformations // *International journal of engineering science*. – 1995. – T. 33. – №. 15. – C. 2239-2259.
133. Tiersten H. F. Nonlinear electroelastic equations cubic in the small field variables // *Ibid.* – 1975. – V. 57. – no. 3. – P. 660-666.
134. Tiersten H. F. Perturbation theory for linear electroelastic equations for small fields superposed on a bias // *Ibid.* – 1978. – V. 64. – no. 3. – P. 832-837.
135. Лямов В. Е. Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах. – М.: Изд-во МГУ. – 1983. – 224 с.
136. Tiersten H. F. On the nonlinear equations of the thermoelasticity // *Int. J. Eng. Sci.* – 1971. – V. 9. – no. 5. – P. 587-604.
137. Tiersten H. F., Tsai G. H. On the interaction of the electromagnetic field with heat conducting deformable insulators // *J. Math. Phys.* 1972. – V. 13. – no. 3. – P. 361-378.
138. Thurston R. N. Waves in solids // *Handbuch der Physik* / Ed. by C. Truesdell. Berlin; Heidelberg; New York: Springer. – 1974. – V. VIa/4. – P. 109-308.
139. Nelson D. F. Three-field electroacoustic parametric interactions in piezoelectric crystals // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 1978. – V. 64. – no. 3. – P. 891-895.
140. Зайцева М. П., Кокорин Ю. И., Сандлер Ю. М. и др. Нелинейные электромеханические свойства ацентричных кристаллов. – Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние. – 1986. – 177 с.

141. Nelson D. F. Theory of nonlinear electroacoustics of dielectric, piezoelectric, and pyroelectric crystals // The Journal of the Acoustical Society of America. – 1978. – Т. 63. – №. 6. – С. 1738-1748..
142. McSkimin H. J. Pulse superposition method for measuring ultrasonic wave velocities in solids // The J. Acous. Soc. Amer. – 1961. – V. 33. – no.1 – P. 12-16.
143. Александров К. С., Сорокин Б. П., Бурков С. И. Эффективные пьезоэлектрические кристаллы для акустоэлектроники, пьезотехники и сенсоров (т. 1). – Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2007. – 501 с.
144. Сорокин, Б.П. Изменения физических свойств пьезоэлектрических кристаллов при внешних статических воздействиях : дисс... д-ра физ.-мат. наук: 01.04.07 / Б. П. Сорокин. – Красноярск. – 1998. – 346 с.
145. Александров К. С., Сорокин Б. П., Бурков С. И. Эффективные пьезоэлектрические кристаллы для акустоэлектроники, пьезотехники и сенсоров (т. 2). – Новосибирск : Изд-во СО РАН. – 2008. – 429 с.
146. Балакирев М. К., Гилинский И. А. Волны в пьезокристаллах. – Новосибирск: Наука. – 1982. – 240 с.
147. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. – М.: Наука. – 1965. – 202 с.
148. Сорокин Б.П., Бурков С.И., Александров К.С. Поток энергии объемной акустической волны в пьезоэлектрических кристаллах при воздействии внешнего электрического поля // ФТТ. – 1989. – Т. 31. – № 10. – С. 193-198.
149. Александров К. С. Акустическая кристаллография / Проблемы современной кристаллографии. – М.: Наука. – 1975. – С. 327-345.
150. Кессених Г. Г., Шувалов Л. А. Поток энергии и групповая скорость звуковых волн в пьезоэлектрических кристаллах // Кристаллография. – 1976. – Т. 21. – № 5. – С. 1022-1023.
151. Переломова Н. В., Блистанов А. А., Бондаренко В. С. К расчету характеристик групповых скоростей акустических волн в пьезоэлектриках // Кристаллография. – 1979. – Т. 24. – № 6. – С. 1268-1270.
152. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. – М.: Иностр. лит. – 1972. – 704 с.
153. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М.: Иностр. лит. – 1976. – 352 с.
154. Кокорин Ю. И., Сорокин Б. П., Бурков С. И., Александров К. С. Изменения акустических свойств кубического пьезоэлектрического кристалла постоянным электрическим полем // Кристаллография. – 1986. – Т. 31. – № 4. – С. 706-709.
155. Альшиц В. И., Сарычев А. В., Шувалов А. Л. Классификация вырождения и анализ их устойчивости в теории упругих волн в кристаллах // ЖЭТФ. – 1985. – Т. 89. – № 3(9). – С. 922-938.

156. Хаткевич А. Г. Акустические оси в кристаллах // Кристаллография. – 1962. – Т. 7. – № 5. – С. 742-747.
157. Хаткевич А. Г. Об особых направлениях для упругих волн в кристаллах // Кристаллография. – 1964. – Т. 9. – № 5. – С. 690-694.
158. Альшиц В. И., Шувалов А. Л. Об акустических осях в пьезоэлектрических кристаллах // Кристаллография. – 1988. – Т. 33. – № 1. – С. 7-12.
159. Альшиц В. И., Шувалов А. Л. Об особенностях поляризационных полей упругих волн вблизи акустических осей // Кристаллография. – 1984. – Т. 29. – № 4. – С. 629-637.
160. Alshits V. I., Lothe J. Some basic properties of bulk elastic waves in anisotropic media // Wave Motion. – 2004. – V. 40. – P. 297–313.
161. Белый В. Н., Севрук Б. Б., Хаткевич А. Г. Воздействие внешнего электрического поля на акустические оси в центросимметричных кристаллах // Кристаллография. – 1986. – Т. 31. – № 1. – С. 5-11.
162. Александров К. С., Бурков С. И., Замков А. В., Холов А., Хафизов С. Х., Шабанова Л. А., Клевцов Л. В. Акустооптические и упругие свойства кристаллов $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2$ и $\text{LiBi}(\text{MoO}_4)_2$ // ФТТ. – 1988. – Т. 30. – № 2. – С. 609-612.
163. Александров К. С., Бурков С. И., Сорокин Б. П., Шабанова Л. А. Анизотропия акустических характеристик монокристаллов PbCl_2 и PbBr_2 // ФТТ. – 1988. – Т. 30. – № 1. – С. 227-230.
164. Зайцева М. П., Шабанова Л. А., Кидяров Б. И., Кокорин Ю. И., Бурков С. И. Акустические свойства формиата лития // Кристаллография. – 1983. – Т. 28. – № 4. – С. 741-744.
165. Сорокин Б. П., Сорокина Т. П., Бурков С. И. Упругие свойства и акустические параметры скандийзамещенных гексаферритов // ФТТ. – 1989. – Т. 31. – № 12. – С. 156-158.
166. Александров К. С., Сорокин Б. П., Глушков Д. А., Безматерных Л. Н., Бурков С. И., Белущенко С. В. Электромеханические свойства и анизотропия распространения акустических волн в метаборате меди CuB_2O_4 // ФТТ. – 2003. – Т. 45. – № 1. – С. 42-45.
167. Сорокин Б. П., Зайцева М. П., Кокорин Ю. И., Бурков С. И., Соболев Б. В., Четвергов Н. А. Анизотропия управления скоростью объемных акустических волн электрическим полем в пьезоэлектриках со структурой силленита // Акустический журнал. – 1986. – Т. 32. – № 5. – С. 664-666.
168. Александров К. С., Бурков С. И., Зайцева М. П., Кокорин Ю. И., Сорокин Б. П., Четвергов Н. А. Анизотропия полевой зависимости ОАВ в кристаллах со структурой силленита // Материалы XII ВКАЭКА. – 1983. – ч. II. – С. 266-267.

169. Александров К. С., Сорокин Б. П., Зайцева М. П., Кокорин Ю. И., Бурков С. И., Четвергов Н.А. Анизотропия полевой зависимости скоростей ОАВ в кристаллах со структурой силленита // Тез. XII Всес.конф. по акустоэлектронике и квантовой акустике. – Саратов, 1983. – ч. II. – С. 266-267.
170. Александров К. С., Зайцева М. П., Кокорин Ю. И., Сорокин Б. П., Бурков С. И. Нелинейные электро-механические свойства и возможности применений кристаллов со структурой силленита // II Всес. конф. "Актуальные проблемы получения и применения сегнето- и пьезоэлектрических материалов". – М., 1984. – ч. 2. – С. 257.
171. Александров К. С., Зайцева М. П., Кокорин Ю. И., Сорокин Б. П., Бурков С. И. Нелинейные электро-механические свойства и возможности применений кристаллов со структурой силленита //Тезисы II Всес. конф. "Актуальные проблемы получения и применения сегнето- и пьезоэлектрических материалов". – М., 1984. – ч. 2. – С. 127.
172. Бурков С. И., Сорокин Б. П., Кокорин Ю. И., Александров К.С. Линейные и нелинейные акустические свойства кристаллов силикосилленита // Препринт № 438Ф, ИФ СО АН СССР, Красноярск: ИФ. – 1987. – 44 с.
173. Aleksandrov K. S., Sorokin B. P., Kokorin Yu. I. Chetvergov N. A., Grechova T. I. Nonlinear piezoelectricity in sillenite-structure crystals // Ferroelectrics. – 1982. – V. 1/4. – no. 14. – P. 27-33.
174. Александров К. С., Бондаренко В. С., Зайцева М. П., Сорокин Б. П., Кокорин Ю. И., Зражевский В. М., Сысоев А. М., Соболев Б. В. Комплексные исследования нелинейных электромеханических свойств кристаллов со структурой силленита // ФТТ. – 1984. – Т. 26. – № 12. – С. 3603-3610.
175. Aleksandrov K. S., Sorokin B. P., Turchin P. P., Glushkov D.A. Nonlinear piezoelectricity in $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ piezoelectric single crystals // Ferroelectrics Letters. – 1992. – V. 14. – no. 5/6. – P. 115-125.
176. Сильвестрова И. М., Писаревский Ю. В., Сенющенков И. А., Крупный А. И. Температурные зависимости упругих свойств монокристалла $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ // ФТТ. – 1986. – Т. 28. – № 9. – С. 2875-2878.
177. Сорокин Б. П., Турчин П. П., Глушков Д. А. Упругая нелинейность и особенности распространения объемных акустических волн в условиях действия однородных механических напряжений в монокристалле $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ // ФТТ. – 1994. – Т. 36. – № 10. – С. 2907-2916.
178. Александров К. С., Сорокин Б. П., Турчин П. П., Бурков С.И. Нелинейные электромеханические свойства и распространение акустических волн под действием внешних статических полей в пьезоэлектрике $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ // Известия РАН, сер. физ. – 1996. – Т. 60. – № 10. – С. 103-105.

179. Сорокин Б.П., Турчин П. П., Бурков С. И. Термостабильные направления и срезы для распространения объемных и поверхностных акустических волн в пьезоэлектрике $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ // Тез.Всес.конф. "Реальная структура и свойства ацентричных кристаллов". – Александров, 1990. – С. 181.
180. Александров К. С, Сорокин Б. П., Турчин. П. П., Глушков Д. А. Влияние постоянного электрического поля на распространение объемных акустических волн в пьезоэлектрике $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ // Изв. РАН, сер.физ. – 1993. – Т. 57. – № 3. – С. 3-7.
181. Aleksandrov K. S., Turchin P. P., Sorokin B. P., Burkov S. I., Glushkov D. A., Karpovich A. A. Effects of static electric field and of mechanic pressure on surface acoustic waves propagation in $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ piezoelectric single crystals // Proc. of 1995 IEEE Ultrasonics Symp. (Seattle, USA), NY, – 1995. – V. 1. – P. 409-412.
182. Turchin P. P., Sorokin B. P., Burkov S. I., Glushkov D. A., Aleksandrov K. S. Influence of static electric field, mechanic pressure and temperature on the propagation of acoustic waves in $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ piezoelectric single crystals // Proc. of 1996 IEEE International Frequency Control Symp. (Honolulu, USA). – 1996. – P. 161-169.
183. Александров К. С., Турчин П. П., Сорокин Б. П., Бурков С. И. Влияние внешних статических полей на анизотропию распространения объемных и поверхностных волн в пьезоэлектрике $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ //Тез.докл. 2 Международной конференции "Реальная структура и свойства ацентричных кристаллов". – Александров, 1995. – С. 66.
184. Aleksandrov K. S., Turchin P. P., Sorokin B. P., Karpovich A. A., Nefedov V. A. Bulk acoustic waves propagation in $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$ piezoelectric crystals under the static uniaxial mechanical pressure // Proc. of 2000 IEEE/EIA Inter. Freq.Con. Symp. Exhibition (Kansas City, USA). – 2000. – P. 214-217.
185. Sorokin B. P., Burkov S. I. Influence of Homogeneous Stress on BAW and SAW Propagation in Diamond Single Crystals. // Proc. IEEE Ultrason. Symp. (San Diego, California, USA, October 11-14, 2010). – P. 1242-1245.
186. Sorokin B. P., Kvashnin G. M., Kuznetsov M. S., Telichko A. V., Burkov S. I. Experimental Investigation of the Linear and Nonlinear Elastic Properties of Synthetic Diamond Single Crystal // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2013. – Т. 6. – № 1. – С. 120–126.
187. Александров К. С., Бурков С. И., Сорокин Б. П. Влияние внешнего однородного электрического поля на свойства волн Рэлея в пьезоэлектрических кристаллах // ФТТ. – 1990. – Т. 32. – № 1. – С. 186-192.

188. Burkov S. I., Sorokin B. P., Karpovich A. A., Aleksandrov K. S. The influence of static homogeneous fields on the properties of SAW in piezoelectric // *Ferroelectrics Letters*. – 1992. – V. 14. – no. 5/6. – P. 99-113.
189. Фарнелл Дж. Свойства упругих поверхностных волн // *Физическая акустика*. Т. 6. – М.: Мир. – 1973. – С. 139–202.
190. Aleksandrov K. S., Burkov S. I., Sorokin B. P. The SAW propagation in piezoelectric crystals under the bias dc field // In: II International Symp. on Surface Waves in Solids and Layered Structures and IV Int. Scientific Technical Conf. “Acoustoelectronics’89” (Bulgaria, Varna, 1989) World Scientific. Singapore. – 1990. – P. 205-214.
191. Олинер А. (ред.). Поверхностные акустические волны. – Мир, 1981. – 392 с.
192. Александров К. С., Бурков С. И., Сорокин Б. П. Влияние постоянного электрического поля на распространение поверхностных акустических волн в пьезоэлектриках // *Препринт № 525Ф АН СССР СО, ИФ им. Л. В. Киренского*. – Красноярск: ИФ. – 1988. – 46 с.
193. Альшиц В. И., Лоте Е. Упругие волны в триклинных кристаллах. III. Проблема существования и некоторые общие свойства особых поверхностных волн // *Кристаллография*. – 1979. – Т. 24. – № 6. – С. 1122–1130.
194. Альшиц В. И., Лоте Е. О поверхностных волнах в гексагональных кристаллах // *Кристаллография*. – 1978. – Т. 23. – № 5. – С. 901–913.
195. Альшиц В. И., Любимов В. И. Два типа особых объемных волн в пьезоэлектриках и секторы существования волн Блюстейна–Гуляева // *Кристаллография*. – 1985. – Т. 30. – № 3. – С. 437–444.
196. Любимов В. И. Поверхностные упругие волны типа Блюстейна–Гуляева в пьезоэлектрических пластинах // *Кристаллография*. – 1980. – Т. 25. – № 3. – С. 460–464.
197. Анисимкин В. И., Земляничин М. А., Мороз А.И. Особенности распространения упругих волн вдоль избранных поверхностей кристаллов CdS и $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ // *ФТТ*. – 1975. – Т. 17. – № 5. – С. 1543–1515.
198. Любимов В. И., Альшиц В. И., Лоте Е. Об объемных и поверхностных квазиобъемных волнах в полубесконечной пьезоэлектрической среде // *Кристаллография*. – 1980. – Т. 25. – № 1. – С. 33-42.
199. Cho Y., Yamanouchi K. Nonlinear, elastic, piezoelectric, electrostrictive and dielectric constants of lithium niobate // *J.Appl.Phys.* – 1987. – V. 61. – no. 3. – P. 875-887.
200. Slobodnik A. J., Carr Y. H., Budrean A. J. Microwave frequency acoustic surface-wave loss mechanisms on LiNbO_3 // *J.Appl.Phys.* – 1970. – V. 41. – no. 11. – P. 4380-4381.
201. Joshi S. G. Electronically Variable Time Delay in a LiNbO_3 SAW Delay Line // *Proc. IEEE*. – 1982. – v. 70. – no. 1. – P. 95-96.

202. Budreau A. J., Scalzi G. J., Carr P. H. , Bertoni H. L. Elestrostatical variable SAW delay lines – therey and experiments // IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics. – 1984. – V. SU-31. – no. 6. – P. 646-651.
203. Oates D. E. A New Cut of Quartz for Temperature-Stable SAW Dispersive Delay Lines // IEEE TUFFC. – 1979. – V. SU-26. – no. 6. – P. 429-430.
204. Josse F. Temperature Dependence of W-Wave on Rotated Y-Cut Quartz with SiO₂ Overlay // IEEE Trans. Son. Ultras. – 1984. – V. SU-31. – no. 3. – P. 162-168.
205. Shina B. K., Locke S. Acceleration and Vibration Sensitivity of SAW Devices // IEEE TUFFC. – 1987. – V. 34. – no. 1. – P. 29-38.
206. Shina B. K. A Stress and Temperature Compensated Orientation and Propagation Direction for Surface Acoustic Wave Devices // IEEE TUFFC. – 1987. – V. 34. – no.1. – P. 64-74.
207. Bigler E., Coquerel R., Hauden D. Experimental Temperature And Stress Sensitivities Of Surface Acoustic Waves Quartz Cuts // IEEE Proc. Freq.Cont.Symp. – 1988. – P. 224-229.
208. Wang J., Wu R. X., Du J. K., Huang D. J. Effect of initial stresses on surface acoustic waves propagating in infinite elastic plates // Proc. IEEE Int. Freq.Cont.Symp. Jointly with the 21st European Frequency and Time Forum. – 2007. – P. 1152–1155.
209. Sinha B. K., Tanski W. J., Lukaszek T., Ballato A. Influence of biasing stresses on the propagation of surface waves // J. Appl. Phys. – 1985. – V. 57. – no. 3. – P. 767-776.
210. Joshi S. G. Surface-Acoustic-Wave (SAW) Voltage Sensor with Improved Sensitivity // Proc IEEE. – 1984. – V. 72. – no. 10. – P. 1418-1419.
211. Алексеев А. Н., Злоказов М. В. Управляемые устройства обработки сигналов на ПАВ // Зарубежная электронная техника. – 1980. – В. 10. – С. 3-63.
212. Zhang H., Kosinski J. A. Analysis of Contributions of Nonlinear Material Constants to Stress-Induced Velocity Shifts of Quartz and Langasite Surface Acoustic Wave Resonators // IEEE TUFFC. – 2013. – V. 60. – no. 5. – P. 975-985.
213. Шаскольская М. П. Кристаллография: Учебное пособие для втузов. – М.: Высш. шк. – 1984. – 376 с.
214. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. 5-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ. – 2004. – 560 с.
215. Бурков С. И., Сорокин Б. П. Область применения линейного приближения в теории влияния внешних статических воздействий на распространение упругих волн в пьезоэлектрических кристаллах // Конф. «Сессия научного совета РАН по акустике и XXV Сессия Российского акустического общества». – Таганрог, 2012. – С. 298-302.
216. Федоров Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах. – М.: Наука. – 1965. – 388 с.

217. Альшиц В. И., Даринский А. И., Шувалов А. Л. Теория отражения акустоэлектрических волн в полубесконечной пьезоэлектрической среде. I. Металлизированная поверхность // Кристаллография. – 1989. – Т. 34. – № 6. – С. 1340-1348.
218. Альшиц В. И., Даринский А. И., Шувалов А. Л. Теория отражения акустоэлектрических волн в полубесконечной пьезоэлектрической среде. II. Неметаллизированная поверхность // Кристаллография. – 1990. – Т. 35. – № 1. – С. 7-16.
219. Петрошень Г. И. Распространение волн в анизотропных упругих средах. – М.:Наука. –1980. – 280 с.
220. Альшиц В. И., Даринский А. Н., Шувалов А. Л. Теория отражения акустоэлектрических волн в полубесконечной пьезоэлектрической среде. III. Резонансное отражение в окрестности ветви оттекающих волн. // Кристаллография. – 1991. – Т. 36. – С. 284-297.
221. Альшиц В. И., Даринский А. И., Котовски Р. К., Шувалов А. Л. Аналог эффекта Шоха при отражении акустических пучков от свободной границы кристалла // Кристаллография. – 1988. – Т. 33. – № 3. – С. 541-553.
222. Darinskii A. N., Maugin G. A. The elastic wave resonance reflection from a thin solid layer in a crystal // Wave Motion. – 1996. – V. 23. – P. 363-385.
223. Бурков С. И., Сорокин Б. П., Глушков Д. А., Александров К. С. Теория и компьютерное моделирование процессов отражения и преломления объемных акустических волн в пьезоэлектриках при воздействии внешнего электрического поля // Кристаллография. – 2005. – Т. 50, № 6. – С. 1053-1060.
224. Бурков С. И., Сорокин Б. П., Александров К. С., Карпович А. А. Отражение и преломление объемных акустических волн в пьезоэлектриках при воздействии одноосного напряжения // Акустический Журнал. – 2009. – Т. 55. – № 2. – С. 180–187.
225. Alshits V. I., Lothe J. Acoustic axes in trigonal crystals // Wave Motion. – 2006. – V. 43 – P. 177–192.
226. Аленков В. В., Забелин А. Н., Переломова Н. В., Чижииков С. И., Гриценко А. Б., Фоломин П. И. Поведение акустических осей в центросимметричных кристаллах во внешнем электрическом поле и в кристаллах произвольной симметрии при одноосных механических воздействиях // Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. – 2007. – № 1. – С. 34-40.
227. Аленков В. В., Забелин А. Н., Переломова Н. В., Чижииков С. И. Экстремальные внешние воздействия для упругих волн, распространяющихся вблизи акустических осей в кристаллах. II. Центросимметричный кристалл в электрическом поле. III. Кристалл при внешних механических воздействиях // Кристаллография. – 2007. – Т. 52. – № 2. – С. 336-343.

228. Burkov S. I., Karpovich A. A., Aleksandrov K. S. Reflection and refraction of bulk acoustic waves in piezoelectric crystals under the action of bias electric field and uniaxial pressure // Proc. of IEEE Ultrasonics Symp. (Beijing (China)). – 2008. – P. 2161-2164.
229. Бурков С. И., Золотова О. П., Сорокин Б. П. Распространение волн Лэмба и SH -волн в пластине пьезоэлектрического кубического кристалла // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2010. – Т. 3. – № 2. – С. 185-204.
230. Бурков С. И., Золотова О. П., Сорокин Б. П., Александров К. С. Влияние внешнего электрического поля на характеристики волны Лэмба в пьезоэлектрической пластине // Акустический журнал. – 2010. – Т. 56. – № 5. – С. 606-612.
231. Золотова О. П. Влияние внешнего электрического поля на распространение упругих волн в пьезоэлектрических пластинах и слоистых структурах: дисс... к-та физ.-мат. наук: 01.04.07 / О. П. Золотова. – Красноярск. – 2012. – 165 с.
232. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Influence of the external electric field on propagation of Lamb waves in thin piezoelectric sheets // Proc. of IEEE Ultrasonics Symp. (Beijing (China)). – 2008. – P. 1812-1814.
233. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Influence of the external electric field on propagation of the Lamb waves in the piezoelectric plates // IEEE Trans. UFFC. – 2011. – V. 58. – no. 1. – P. 239-243.
234. Zaitsev B. D., Kuznetsova I. E. Hybrid acoustic waves in thin potassium niobate plates // J. Appl. Phys. – 2001. – V. 90. – no. 7. – P. 3648–3649.
235. Бородина И. А., Зайцев Б. Д., Кузнецова И. Е., Теплых А. А., Шурыгин В. В. Гибридизация акустических волн в пьезоэлектрических пластинах // Письма в Журнал технической физики. – 2003. – Т. 29. – № 18. – С. 75-80.
236. Кузнецова И. Е., Зайцев Б. Д., Теплых А. А., Бородина И. А. Особенности “гибридизации” акустических волн в пьезоэлектрических пластинах // Акустический журнал. – 2007. – Т. 53. – № 1. – С. 73-79.
237. Альшиц В. И., Любимов В. Н., Радович А. Топологические перестройки в акустическом спектре анизотропной пластины при асимметричных возмущениях // Кристаллография. – 2010. – Т. 55. – № 6. – С. 1003-1012.
238. Джоши С. Г., Зайцев Б. Д., Кузнецова И. Е., Бородина И. А. Исследование коэффициента электромеханической связи акустических волн в тонких пластинах ниобата калия // Письма в ЖТФ. – 1999. – Т. 25. – В. 8. – С. 67-70.

239. Zaitsev B. D., Kuznetsova I. E., Teplykh A. A. Definition of electromechanical coupling coefficient of bulk acoustic waves from energy consideration // Proc. of IEEE Int. Ultras. Symp.. – 2003. – P.1467-1470.
240. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P., Aleksandrov K. S. Anisotropy of DC Electric Field Influence on Acoustic Wave Propagation in Piezoelectric Plate // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2011. – Т. 4. – № 3. – С. 282-291.
241. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P., Aleksandrov K. S. Anisotropy of DC Electric Field Influence on Acoustic Wave Propagation in Piezoelectric Plate // Cornell University Library: [сайт]. [2010]. URL: <http://arxiv.org/abs/1008.2058>. (дата обращения: 20.01.2015).
242. Mill B. V., Pisarevsky Yu. V. Langasite-type materials: from discovery to present state // Proc. IEEE/EIA Freq. Contr. Symp. – Kansas-City, USA, 2000. – P. 133-144.
243. Schulz M., Richter D., Fritze H. Material and Resonator Design Dependant Loss in Langasite Bulk Acoustic Wave Resonators at High Temperatures // Proc. IEEE Intern. Ultras. Symp. – 2009. – P. 1676-1679.
244. Shrena I., Eisele D., Mayer E., Reindl L. M., Bardong J. SAW-Properties of Langasite at High Temperatures: Measurement and Analysis//in Proc. IEEE Intern. Conference on Signals, Circuits and Systems. – 2009 – P. 1-4.
245. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P., Turchin P. P. Zero and First Order Lamb and SH Waves Propagation in Langasite Single Crystal Plates under the Influence of dc Electric Field // Cornell University Library: [сайт]. [2010]. URL: <http://arxiv.org/abs/1012.0657>. (дата обращения: 20.01.2015).
246. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Anisotropy of Lamb and SH waves propagation in langasite single crystal plates under the influence of dc electric field // Ultrasonics. – 2012. – V. 52. – № 3. – P. 345-350.
247. Schreuer J. Elastic and Piezoelectric Properties of $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ and $\text{La}_3\text{Ga}_{5.5}\text{Ta}_{0.5}\text{O}_{14}$: And Application of Resonant Ultrasound Spectroscopy // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 2002. – V. 49. – no. 11. – P. 1474-1479.
248. Imbaud J., Boy J.-J., Galliou S., Bourquin R., Romand J. P. Investigations on LGS and LGT Crystals to Realize BAW Resonators // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 2008. – V. 55. – no. 11. – P. 2384-2391.
249. Fachberger R., Bruckner G., Knoll G., Hauser R., Biniash J., Reindl L. Applicability of LiNbO_3 , Langasite and GaPO_4 in High Temperature SAW Sensors Operating at Radio Frequencies // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 2004. – V. 51. – no. 11. – P. 1427-1431.

250. Leblois T. G., Tellier C. R. Design of new Lateral Field Excitation Langasite Resonant Sensors //in Proc. IEEE Intern. Ultras. Symp. – 2009. – P. 2672-2675.
251. Naumenko N., Solie L. Optimal Cuts of Langasite, La₃G a5S i014 for SAW Devices // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 2002. – V. 48. – no. 2. – P. 530-537.
252. Puccio D., Malocha D. C., Saldanha N., Pereira da Cunha M. SAW Parameters on Y-cut Langasite Structured Materials // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 2007. – V. 54. – no. 9. – P. 1873-1881.
253. Anderas E., Katardjiev I., Yantchev V. Thin film plate acoustic wave based resonant (FPAR) pressure sensors // Final Program of 2011 Joint Conf. of the IEEE Int. Freq. Contr. Symp. & European Freq. and Time Forum. USA. – 2011. – P. 23.
254. Lin Ch., Yen T., Lai Yu., et al. Temperature-compensated aluminum nitride Lamb wave resonators // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 2010. – V. 57. – no 3. – P. 524–532.
255. Zhang H., Turner J. A., Yang J., Kosinski J. A. Electroelastic effect of thickness mode langasite resonators // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 2007. – V. 54. – no. 10. – P. 2120-2128.
256. Aleksandrov K. S., Sorokin B. P., Turchin P. P., Glushkov D. A. Non-linear piezoelectricity in La₃Ga₅SiO₁₄ piezoelectric single crystal // Ferroelectr. Lett. . – 1992. – V. 14. – no. 5-6. – P. 115–125.
257. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. – М., Наука. – 1979. – 640 с.
258. Бурков С. И., Золотова О. П., Сорокин Б. П., Турчин П. П. Расчет термостабильных направлений и влияния внешнего электрического поля на распространение волн Лэмба и SH волн в пластине кристалла лангасита // Акустический журнал. – 2012. – Т. 58. – № 6. – С. 692-700.
259. Inoue K., Sato K. Temperature stability of SAW on langasite single crystals // Proc. of IEEE Int. Ultrasonics Symp. – 1998. – P. 301-306.
260. Jing Y., Chen J., Gong X., Duan J. Stress-induced frequency shifts in rotated Y-cut langasite resonators with electrodes considered // IEEE Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. – 2007. – V. 54. – no. 5. – P. 906-909.
261. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P., Turchin P. P., Aleksandrov K. S. Calculation of Thermostable Directions and the Influence of Bias Electric Field on the Propagation of the Lamb Waves in Langasite Single Crystal Plates // Proc. IEEE Ultrason. Symp. (San Diego, California, USA, October 11-14). – 2010. – P. 1853-1856.
262. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P., Turchin P. P., Aleksandrov K. S. Calculation of thermostable directions and the influence of bias electric field on the propagation of the Lamb and SH waves in langasite single crystal plates // Cornell University Library: [сайт]. [2012]. URL: <http://arxiv.org/abs/1011.5310>. (дата обращения: 20.01.2015).

263. Bardong J., Aubert T., Naumenko N., Bruckner G., Salzmann S., Reindl L.M. Experimental and Theoretical Investigations of Some Useful Langasite Cuts for High-Temperature SAW Applications // IEEE TUFFC. – 2013. – V. 60. – no. 4. – P. 814-823.
264. Alshits V. I., Gorkunova A. S., Lyubimov V. N., Nowacki J. P. Elastic waves in the anisotropic layer-substrate structure. I. General theory // Crystallography Reports. – 1999. – V. 44. – no. 4. – P. 592-602.
265. Золотова О.П., Бурков С.И., Сорокин Б.П., Теличко А.В. Упругие волны в пьезоэлектрических слоистых структурах // Журнал Сибирского федерального университета Математика и физика. – 2012. – Т. 5. – № 2. – С. 164–186.
266. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Calculation of the Dispersive Characteristics of Acoustic Waves in Piezoelectric Layered Structures Under the Effect of DC Electric Field // IEEE Trans. Ultras. Ferroel. Freq. Cont. – 2012. – V. 59. – no. 10. – P. 2331-2337.
267. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Effect of DC Electric Field on the Dispersive Characteristics of Acoustic Waves in Piezoelectric Layered Structure // Proc. IEEE Inter. Freq. Cont. Symp. & European Freq. and Time Forum (San Fransisco, California, USA, May 1-5). – 2011. – P. 117-120.
268. Бурков С. И., Золотова О. П., Сорокин Б. П. Влияние постоянного электрического поля на дисперсионные характеристики акустических волн в пьезоэлектрических слоистых структурах // Конф. «Сессия научного совета РАН по акустике и XXIV Сессия Российского акустического общества». – Саратов, 2011. – Т. 1. – С. 266-270.
269. Kuznetsova I. E., Zaitsev B. D., Teplykh A. A., Joshi S. G., Kuznetsova A.S. The power flow angle of acoustic waves in thin piezoelectric plates // IEEE Trans. on Ultrason., Ferroel. and Freq. Control. – 2008. – V. 55. – no. 9. – P. 1984-1991.
270. Кузнецова И. Е., Зайцев Б. Д., Теплых А. А., Джоши С. Г. Влияние металлизации на угол между фазовой скоростью и скоростью переноса энергии SH_0 -волн в тонких пьезоэлектрических пластинах // Письма в ЖТФ. – 2006. – Т. 32. – № 23. – С. 73-79.
271. Зайцев Б. Д., Теплых А. А., Кузнецова И. Е. Новый подход к определению плотности энергии плоских акустических волн // Доклады академии наук. – 2007. – Т. 412. – № 3. – С. 325-327.
272. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. Influence of bias electric field on elastic waves propagation in piezoelectric layered structures // Ultrasonics. – 2013. – V. 53. – no. 6. – P. 1059-1064.
273. Anisimkin I.V. New type of an acoustic plate modes: Quasi-longitudinal normal wave // Ultrasonics. – 2004. – V. 42. – no. 10. – P. 1095–1099.
274. Gulyaev Yu.V. Properties of the Anisimkin Jr.' modes in quartz plates // IEEE TUFFC. – 2007. – V. 54. – P. 1382–1385.

275. Anisimkin V.I. General properties of the Anisimkin Jr. plate modes // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. – 2010. – V. 57. – no. 9. – P. 2028–2034.
276. Anisimkin V.I., Voronova N.V. Acoustic properties of the film/plate layered structure// IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. – 2011. – V. 58. – no.3. – P. 578–584.
277. Gulyaev Yu.V. Peculiarities of the Aisimkin Jr.' plate modes in LiNbO₃ and Te single crystals // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. – 2009. – V. 56. – P. 1042–1045.
278. Anisimkin V.I. New acoustic plate modes with quasi-linear polarizations orientation // IEEE TUFFC. – 2012. – V.59. – no. 10. – P. 2363-2367.
279. Anisimkin V. I., Pyataikin I. I., Voronova N. V. Propagation of the Anisimkin Jr.' and quasi-longitudinal acoustic plate modes in low-symmetry crystals of arbitrary orientation // IEEE TUFFC. – 2012. – V. 59. – no. 4. – P. 806-810.
280. Wang Y., Hashimoto K., Omori T., Yamaguchi M. Analysis of Piezoelectric Boundary Acoustic Wave in Cu Electrode/Y-Cut X-Propagating LiNbO₃ Substrate Structure Partially Covered With SiO₂ // IEEE TUFFC. – 2011. – V. 58. – no. 3. – P.611-615.
281. Roux-Marchand T., Beyssen D., Sarry F., Grandemange S., Elmazria O. Microfluidic heater assisted by Rayleigh Surface Acoustic Wave on AlN/128°Y-X LiNbO₃ multilayer structure // in. Proc. IEEE International Ultrasonics Symposium. – 2012. – P. 1706-1709.
282. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P. The Influence of Uniform Pressure on Propagation of Acoustic Waves in Piezoelectric Layered Structures // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2014. – Т. 7. – № 1. – С. 10-21.
283. Burkov S. I., Zolotova O. P., Sorokin B. P., Turchin P. P. The analysis of the effect of homogeneous mechanical stress on the acoustic wave propagation in the «La₃Ga₅SiO₁₄/fused silica» piezoelectric layered structure // Ultrasonics. – 2015. – V. 55. – no. 1. – P. 104-112.
284. Андреев И. А. Монокристаллы семейства лангасита-необычное сочетание свойств для применений в акустоэлектронике //ЖТФ. – 2006. – Т. 76. – №. 6. – С. 80-86.
285. Ji X., Han T., Shi W., Zhang G. Investigation on SAW Properties of LGS and Optimal Cuts for High-Temperature Applications // IEEE TUFFC. – 2005. – V. 52. – no. 11. – P. 2075-2080.
286. Benetti M., Cannatà D., Di Pietrantonio F., Fedosov V. I., Verona E. Theoretical and Experimental Investigation of PSAW and SAW Properties of AlN Films on Isotropic Diamond Substrates // Proc. IEEE Ultrason. Symp. – 2005. – P. 1868-1971.
287. Benetti M., Cannatà D., Di Pietrantonio F., Verona E., Fedosov V. I., Gulyaev Y.V. Theoretical Investigation of PSAW Generation and Propagation in AlN/Isotropic Diamond/Si Structure // Proc. IEEE Ultrason. Symp. – 2006. – P. 2318-2321.

288. Bu G., Ciplys D., Shurb M., Schowalter L. J., Schujman S., Gaska R. Electromechanical coupling coefficient for surface acoustic waves in single-crystal bulk aluminum nitride // J. Applied Physics Letters. – 2004. – V. 84. – no. 23 – P. 4611-4613.
289. Elmazria O., Mortet V., El Hakiki M., Nes1adek M., Alnot P. High Velocity SAW Using Aluminum Nitride Film on Unpolished Nucleation Side of Free-Standing CVD Diamond // IEEE TUUFC. – 2003. – V. 50. – no. 6. – P. 710-715.
290. Iriarte G. F. Surface acoustic wave propagation characteristics of aluminum nitride thin films grown on polycrystalline diamond // J. Appl. Phys.. – 2003. – V. 93. – no. 12. – P. 9604-9609.
291. El Hakiki M., Elmazria O., Alnot P. Theoretical Investigation of Surface Acoustic Wave in the New, Three-Layered Structure: ZnO/AlN/Diamond // IEEE TUUFC. – 2007. – V. 54. – no. 3. – P. 676-681.
292. Сорокин Б. П., Бурков С. И. Расчет Анизотропии Параметров Распространения ПАВ в Слоистой Структуре ALN/Алмаз // Конф. «Сессия научного совета РАН по акустике и XXIV Сессия Российского акустического общества». – Саратов, 2011. – Т. 1. – С. 263-266.
293. Сорокин Б. П., Квашнин Г. М., Теличко А. В., Гордеев Г. И., Бурков С. И., Бланк В. Д. Исследования многочастотных СВЧ акустических резонаторов на основе слоистой пьезоэлектрической структуры «Me1/AlN/Me2/(100) алмаз» // Акустический Журнал. – 2015. – Т. 61. – № 4. – С. 464-476.
294. Elmazria O., El Hakiki M., Mortet V., Assouar B. M., Nesl'adek M., Vanecek M., Bergonzo P., Alnot P. Effect of Diamond Nucleation Process on Propagation Losses of AlN/Diamond SAW Filter // IEEE TUFFC. – 2004. – V. 51. – no. 12. – P. 1704-1709.
295. Бурков С. И., Золотова О. П., Сорокин Б. П. Влияние однородного давления на дисперсионные характеристики волн Рэлея и SH-волн в пьезоэлектрических слоистых структурах // Конф. «Сессия научного совета РАН по акустике и XXV Сессия Российского акустического общества». – Таганрог, 2012. – С. 298-302.
296. Сорокин Б. П., Квашнин Г. М., Бормашов В. С., Волков А. П., Теличко А. В., Гордеев Г. И., Терентьев С. А., Бурков С. И., Золотова О. П. Исследования СВЧ акустических свойств пьезоэлектрических слоистых структур AlN/монокристаллический алмаз // Сб. тезисов Межд.симпозиум «Физика кристаллов 2013». – Москва, МИСиС. – 2013. – С. 213.
297. Talbi A., Sarry F., Le Brizoual L., Elmazria O., Alnot P. Pressure Sensitivity Of Rayleigh And Sezawa Wave In ZnO/Si(001) Structures // Proc. IEEE Ultrason. Symp. – 2003. – P. 1338-1341.
298. Talbi A., Sarry F., Le Brizoual L., Elmazria O., Alnot P. Sezawa Mode SAW Pressure Sensors Based on ZnO/Si Structure // IEEE TUFFC. – 2004. – V. 51. – no. 11. – P. 1421-1426.

299. Talbi A., Sarry F., Le Brizoual L., Elmazria O., Alnot P. Pressure Sensitivity Of Rayleigh And Sezawa Wave In ZnO/Si(001) Structures // Proc.WCU (Paris). – 2003. – P. 479-482.
300. Talbi A., Sarry F., Elhakiki M., Le Brizoual L., Elmazria O., Nicolay P., Alnot P. ZnO/Quartz Structure Potentiality For Surface Acoustic Wave Pressure Sensor // Sensors and Actuators A. – 2006. – V. 128. – P.78–83.
301. Talbi A., Elhakiki M., Sarry F., Elmazria O., Le.Brizoual L., Alnot P. A study of surface acoustic wave pressure sensor in ZnO/Quartz structure // Proc. IEEE Ultrason. Symp. – 2004. – P. 550-553.
302. McSkimin H. J., Andreatch P. Measurement of third order moduli of silicon and germanium // J. Appl. Phys.. – 1964. – V. 35. – P. 3312–3319.
303. Zhang Z., Wen Z., Wang C. Investigation of surface acoustic waves propagating in ZnO–SiO₂–Si multilayer structure // Ultrasonics. – 2013. – V. 53. – P. 363–368.
304. X.Wang, Y.Gu, Xu Sun, H.Wang, Y.Zhang Third-order elastic constants of ZnO and size effect in ZnO nanowires // J. Appl. Phys.. – 2014. – v.115. – P.213516
305. Chen D., Ding J., Du L., Liu G., He J. A Wireless Thin Contact Stress Sensor Based On Surface Acoustic Wave Resonator In ZnO/Si Structure // In Proc IEEE Inter.Conf.on Instrum., Meas., Computer, Commun.and Control. – 2011. – P. 50-53.
306. Mansfield E. H. The Bending and Stretching of Plates. 2nd ed. – Cambridge: Pergamon. – 1989. – 228 P.
307. Тазиев Р. М., Колосовский Е. А., Козлов А. С. Оптимизация характеристик датчиков давления на поверхностных акустических волнах в а-кварце // Автометрия. – 1999. – №.1. – С. 48-58.
308. Лехницкий С. Г. Анизотропные пластины. – ОГИЗ. – 1947. – 355 с.
309. Anisimkin V. I. General properties of the Anisimkin Jr plate modes, // IEEE TUFFC. – 2010. – V. 57. – no. 9. – P. 2028-2034.
310. Kuznetsova I. E., Zaitsev B. D., Teplykh A. A., Borodina I. A. Hybridization of acoustic waves in piezoelectric plates // Acoustical Physics. – 2007. – V. 53. – no 1. – P. 64-69.
311. Burkov S. I., Zolotova O. P., Turchin P. P. Influence of Uniaxial Pressure on Elastic Waves Propagation in Piezoelectric Layered Structures "Y-cut langasite/fused silica" // Журнал Сибирского федерального университета. Серия «Математика и физика». – 2015. – Т. 8. – № 1. – С. 7–21.
312. Adler E. L. Matrix Methods Applied to Acoustic Waves in Multilayers // IEEE TUFFC. – 1990. – V. 37. – no. 6. – P. 485-490.
313. Fahmy A. H., Adler E. L. Propagation of acoustic waves in multilayers: A matrix description // Appl. Phys. Lett. – 1973. – V. 20. – P. 495–497.

314. Ingebrigtsen K. A., Tonning A. Elastic surface waves in crystals // *Physical Review*. – 1969. – Т. 184. – №. 3. – С. 942.
315. Alshits V. I., Darinskii A. N., Lothe J. On the existence of surface waves in half-infinite anisotropic elastic media with piezoelectric and piezomagnetic properties // *Wave Motion*. – 1992. – Т. 16. – №. 3. – С. 265-283.
316. Lothe J., Barnett D. M. Further Development of the Theory for Surface Waves in Piezoelectric Crystals // *Physica Norvegica*. – 1976. – V. 8. – no. 4. – P. 239-254.
317. Alshits V. I., Kirchner H. O. K., Maugin G. A. Elasticity of multilayers: properties of the propagator matrix and some applications // *Mathematics and Mechanics of Solids*. – 2001. – V. 6. – no. 5. – P. 481-502.
318. Lowe J.S. Matrix Techniques For Modeling Ultrasonics Waves in Multilayered Media // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr.* – 1995. – V. 42. – no. 6. – P. 525–542.
319. Wang L., Rokhlin S. I. A Compliance/Stiffness Matrix Formulation of General Green's Function and Effective Permittivity for Piezoelectric Multilayers // *IEEE TUFFC*. – 2004. – V. 51. – no. 4. – P. 453-463.
320. Collet B. Recursive Surface Impedance Matrix Methods for Ultrasonic Wave Propagation in Piezoelectric Multilayers // *Ultrasonics*. – 2004. – V. 42. – P. 189–197.
321. Rokhlin S. I., Wang L. Stable recursive algorithm for elastic wave propagation in layered anisotropic media: stiffness matrix method // *J. Acoust. Soc. Amer.* – 2002. – V. 112. – P. 822–834.
322. Tan E. L. A Concise and Efficient Scattering Matrix Formalism for Stable Analysis of Elastic Wave Propagation in Multilayered Anisotropic Solids // *Ultrasonics*. – 2003. – V. 41. – P. 229–236.
323. Tan E. L. A robust formulation of SAW Green's functions for arbitrarily thick multilayers at high frequencies // *IEEE TUFFC*. – 2002. – V. 49. – P. 929–936.
324. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. – М.: Мир. – 1989. – 655 с.
325. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения. – М.: Мир. – 1983. – 455 с.
326. Бурков С. И., Сорокин Б. П. Расчет характеристик отражения и преломления объемных акустических волн от границы раздела двух сред при воздействии однородных внешних электрических и механических полей // Свидетельство № 2009613151 от 18.06.2009.
327. Reinhardt A., Pastureaud T., Ballandras S., Laude V. Scattering matrix method for modeling acoustic waves in piezoelectric, fluid, and metallic multilayers // *J. Applied Physics*. – 2003. – V. 94. – no. 10. – P. 6923-6931.
328. Adler E. L., Slaboszewicz J. K., Farnell G. W., Jen C. K. PC software for SAW propagation in anisotropic multilayers // *IEEE TUFFC*. – 1990. – V. 37. – no. 3. – P. 215-223.
329. Ланкастер П. Теория матриц. – М.: Наука. – 1973. – 280 с.

330. Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений. – М.: 1970. – 564 с.
331. Бурков С. И. Влияние постоянного электрического поля на распространение упругих волн в пьезокристаллах // Дисс. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н. – Красноярск. – 1989.
332. Бурков С. И., Сорокин Б. П. Расчет анизотропии распространения объемных акустических волн в пьезокристаллах при воздействии однородного внешнего электрического поля // Свидетельство № 2009613152 от 18.06.2009.
333. Бурков С. И. Расчет анизотропии распространения объемных акустических волн в пьезокристаллах при воздействии одноосного механического давления // Свидетельство № 2013615038 от 27.05.2013.
334. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: 1980. – 518 с.
335. Стронгин Р. Г. Численные методы в многоэкстремальных задачах. – М.: Наука. – 1978. – 240 с.
336. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы математической физики. – М : Науч. мир. – 2003. – 309 с.
337. Бурков С. И., Сорокин Б. П. Расчет анизотропии распространения поверхностных акустических волн в пьезокристаллах при воздействии однородного внешнего электрического поля // Свидетельство № 2009613150 от 18.06.2009.
338. Бурков С. И. Расчет анизотропии распространения поверхностных акустических волн в пьезокристаллах при воздействии одноосного механического давления // Свидетельство № 2013617058 от 31.07.2013.
339. Чередник В. И., Двоешерстов М. Ю. Численный расчет параметров поверхностных и псевдоповерхностных акустических волн в многослойных структурах // Журнал технической физики. – 2003. – Т. 73. – №. 10. – С. 106-112.
340. Жиглявский А. А., Жилинскас А. Г. Методы поиска глобального экстремума. – М.: Наука. – 1991. – 248 с.
341. Двоешерстов М. Ю., Савин В. А., Чередник В. И. Сравнительный анализ процедур поиска решений для поверхностных акустических волн в пьезокристаллах // Акустический журнал. – 2001. – Т. 47. – № 6. – С. 775-780.
342. Бурков С. И., Золотова О. П. Расчет дисперсионных характеристик акустических волн в пьезоэлектрических пластинах при воздействии однородного внешнего электрического поля // Свидетельство № 2012618199 от 10.09.2012.

343. Бурков С. И., Золотова О. П. Расчет дисперсионных характеристик акустических волн в слоистых пьезоструктурах при воздействии однородного внешнего электрического поля // Свидетельство № 2012618261 от 12.09.2012.

344. Бурков С. И., Сорокин Б. П. Расчет характеристик составного акустического резонатора СВЧ диапазона на объемных акустических волнах (HBAR) // Свидетельство № 2013616768 от 18.07.2013.

Приложение А

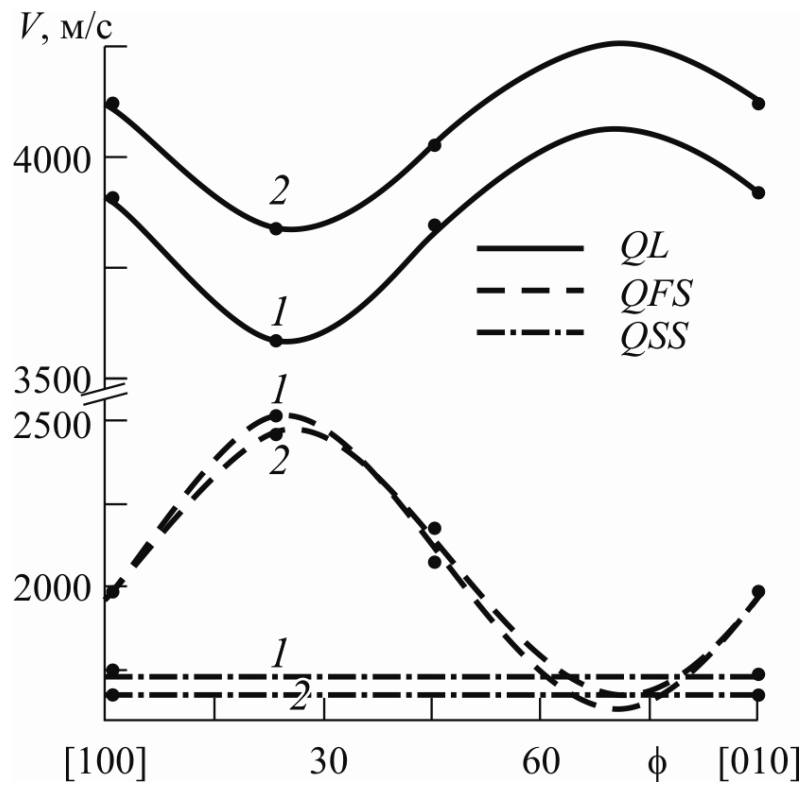


Рисунок А.1. Анизотропия фазовых скоростей ОАВ в плоскости (001) кристаллов: 1 - $\text{NaBi}(\text{WO}_4)_2$; 2 - $\text{LiBi}(\text{MoO}_4)_2$. Точки – экспериментальные значения

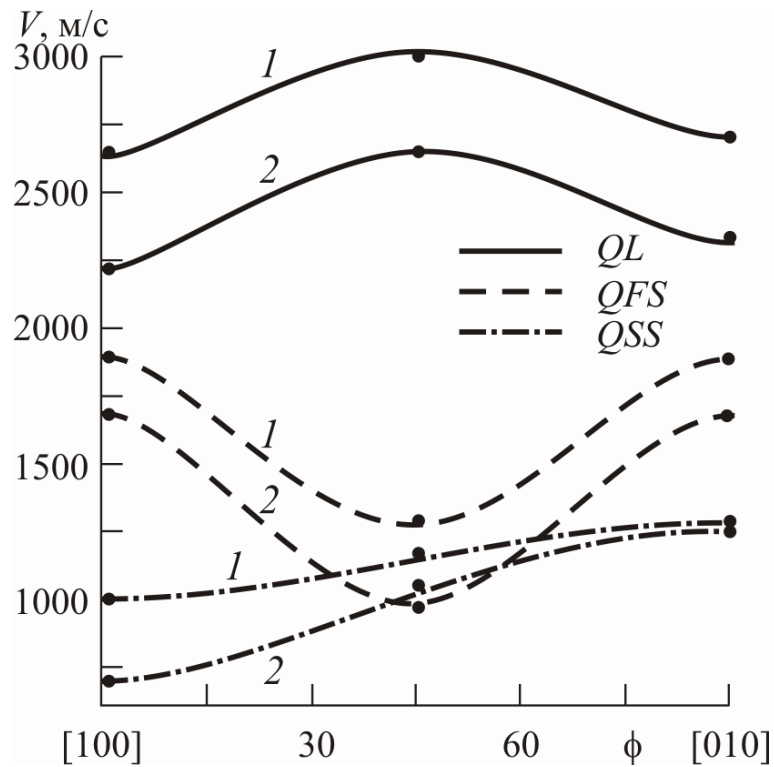


Рисунок А.2. Анизотропия фазовых скоростей ОАВ в плоскости (010) кристаллов 1 - PbCl_2 ; 2 - PbBr_2 . Точки – экспериментальные значения

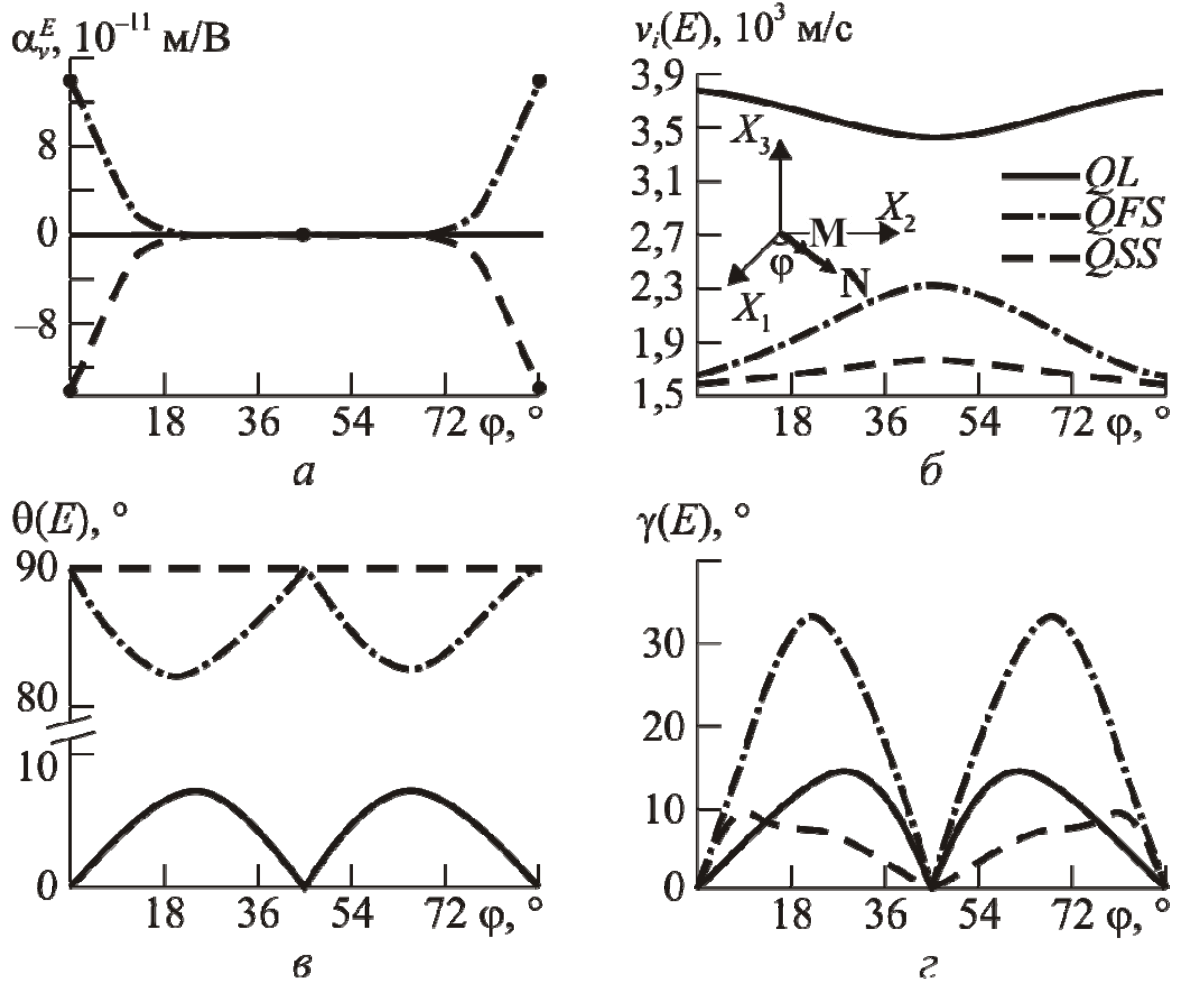


Рисунок А.3. Анизотропия характеристик объемных акустических волн в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ при воздействии электрического поля $\mathbf{N} \parallel \mathbf{M}$ в плоскости (001): а) коэффициенты управления α_v^E ; б) фазовые скорости $v(E)$; в) углы поляризации ОАВ $\theta(E)$; г) углы отклонения потоков энергии ОАВ $\gamma(E)$

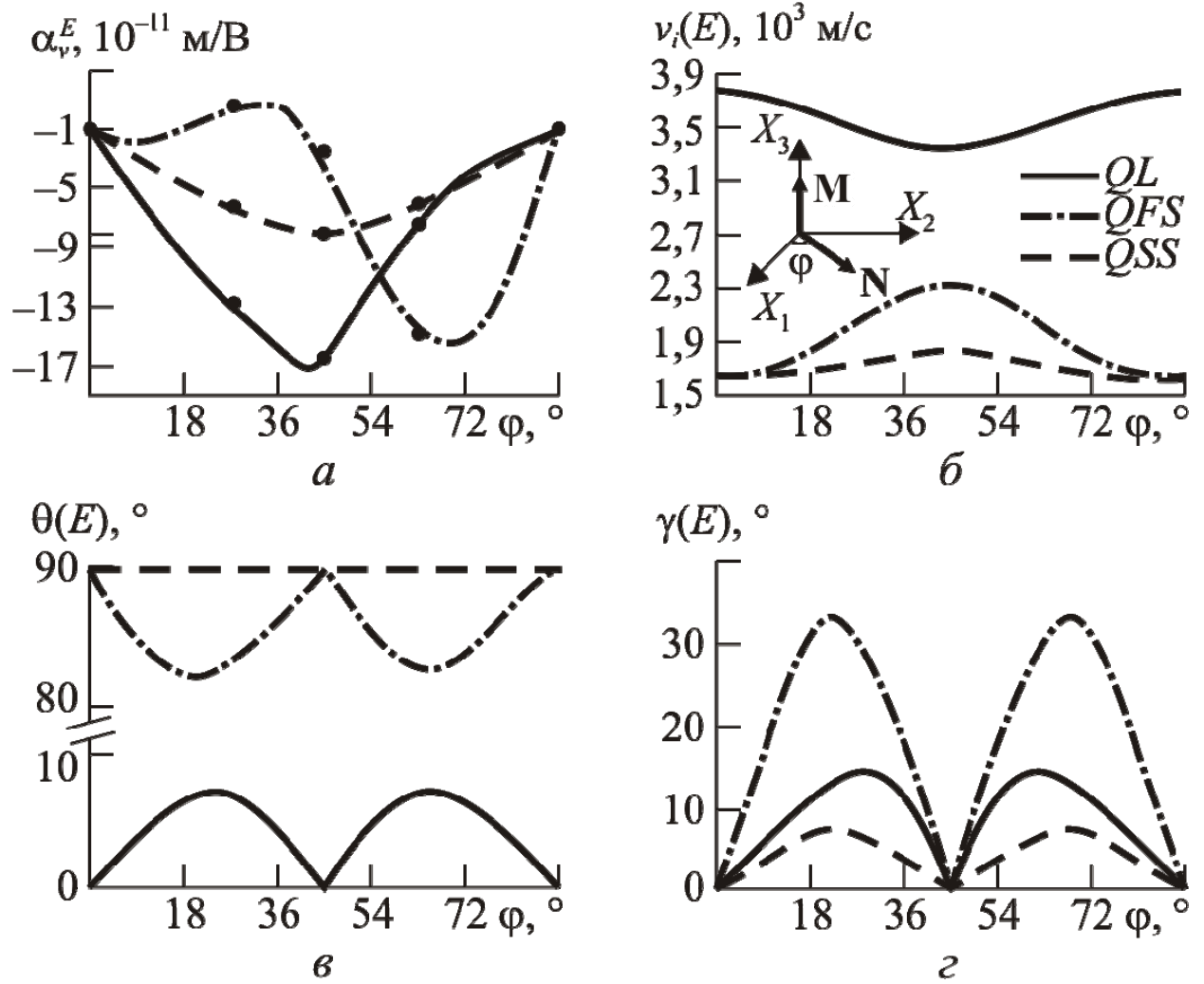


Рисунок А.4. Анизотропия характеристик объемных акустических волн в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ при воздействии электрического поля $\mathbf{M} \parallel [001]$, в плоскости (001): а) управления α_v^E ; б) фазовые скорости $v(E)$; в) углы поляризации ОАВ $\theta(E)$; г) углы отклонения потоков энергии ОАВ $\gamma(E)$. Точками отмечены экспериментальные значения из [145].

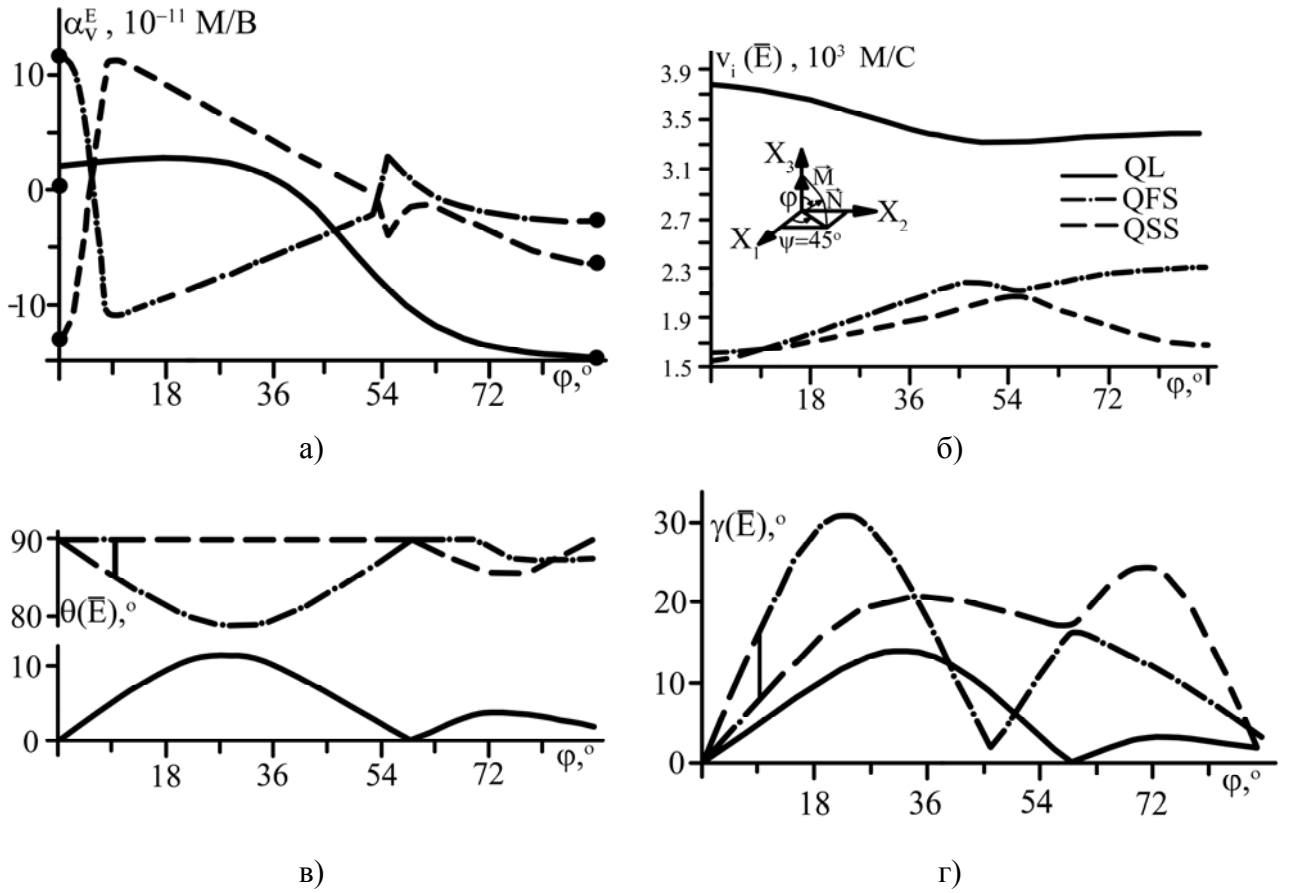


Рисунок А.5. Анизотропия характеристик объемных акустических волн в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ при воздействии электрического поля ($E = 10^8 \text{ В/м}$), $\mathbf{M} \parallel [001]$, в плоскости $(1\bar{1}0)$: а) и б) фазовые скорости $v_i(0)$ и $v_i(E)$; в) коэффициенты управления α_v^E ; г) и д) углы поляризации ОАВ $\theta(0)$ и $\theta(E)$; е) и ж) углы отклонения потоков энергии ОАВ $\gamma(0)$ и $\gamma(E)$. Точками отмечены экспериментальные значения из [145].

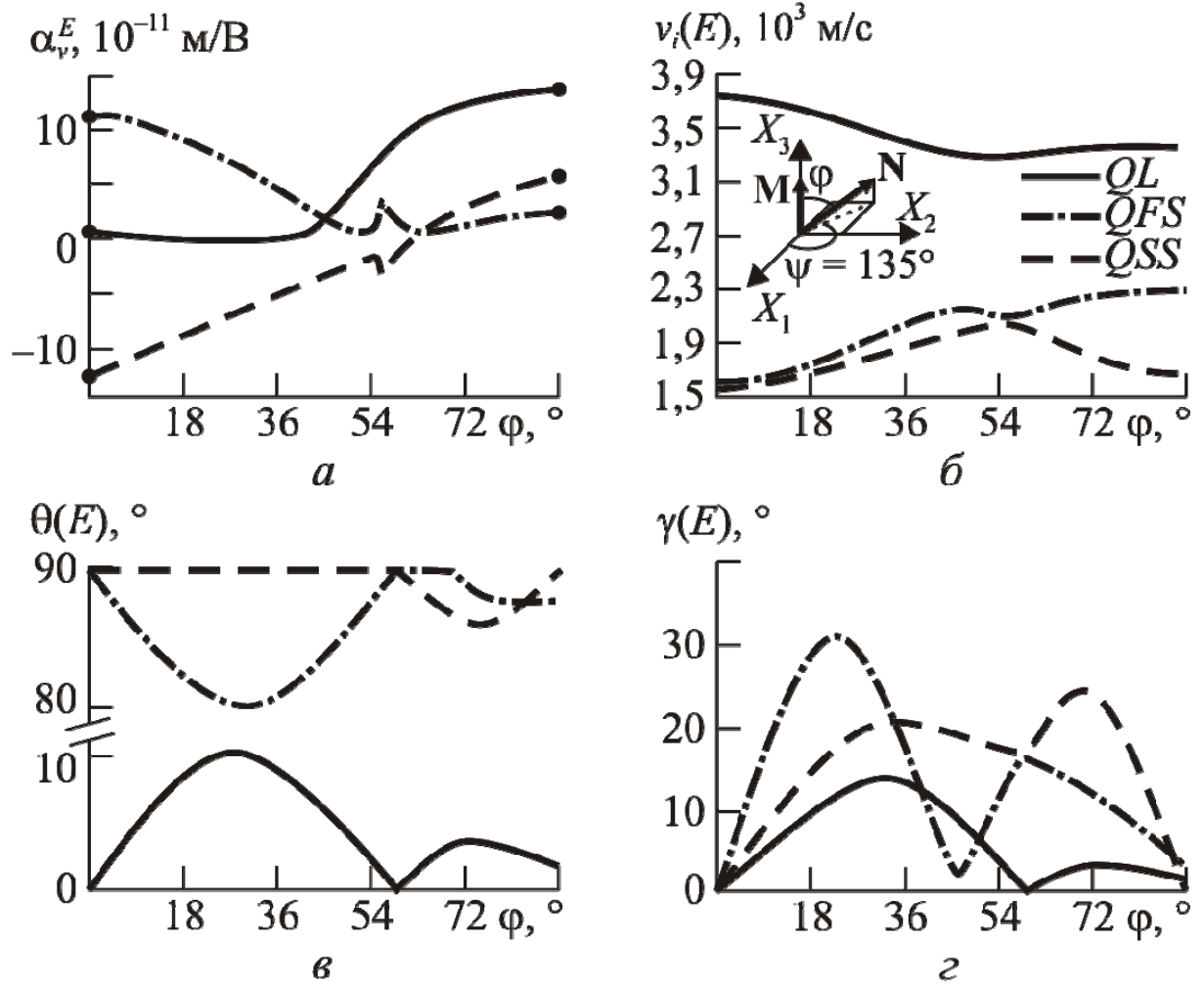


Рисунок А.6. Анизотропия характеристик объемных акустических волн в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ при воздействии электрического поля $\mathbf{M} \parallel [001]$, в плоскости (110): а) управления α_v^E ; б) фазовые скорости $v(E)$; в) углы поляризации ОАВ $\theta(E)$; г) углы отклонения потоков энергии ОАВ $\gamma(E)$. Точками отмечены экспериментальные значения из [145].

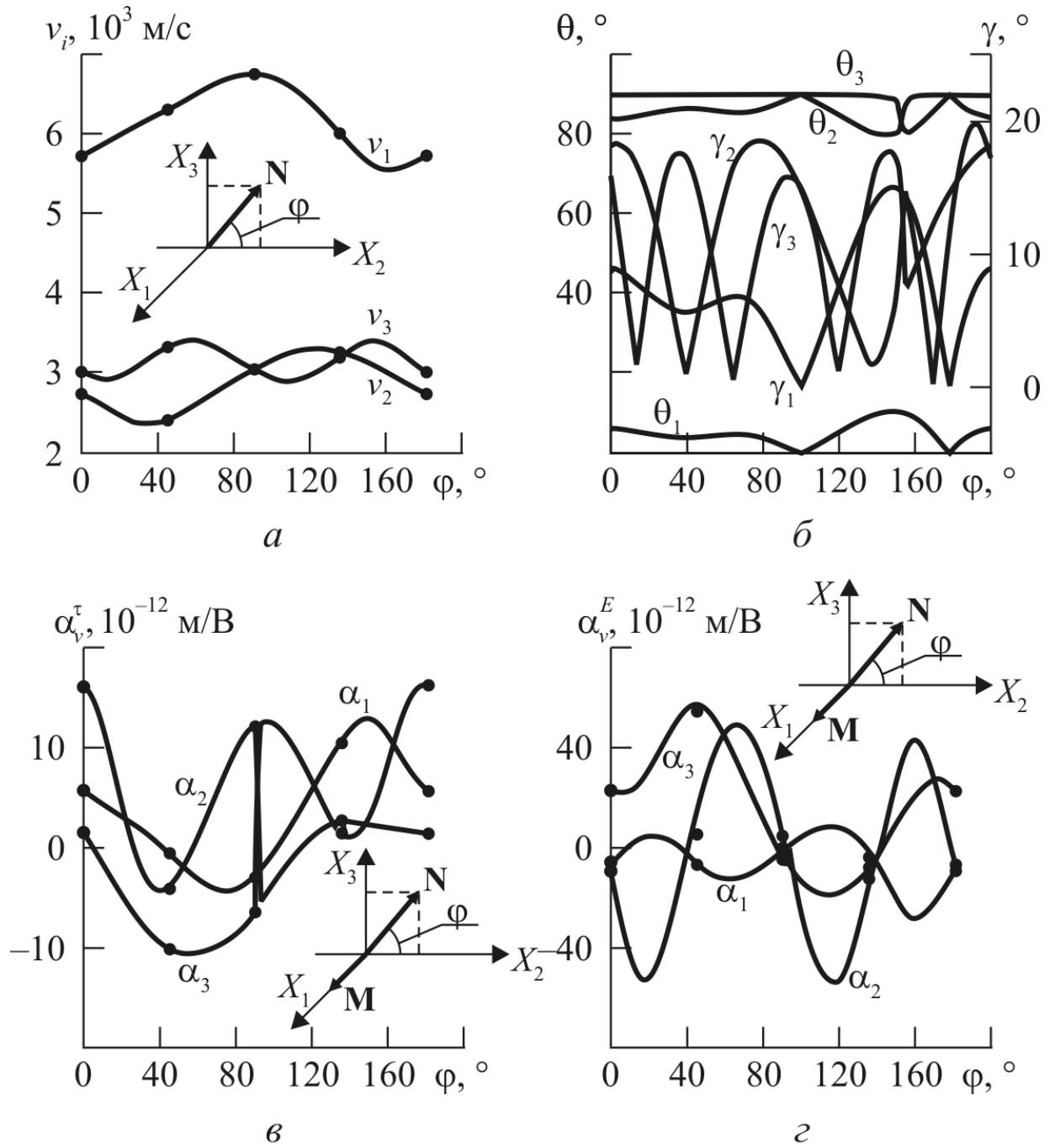


Рисунок А.7. Ориентационные зависимости параметров ОАВ в кристалле $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$, X-срез: а) скорости ОАВ, б) углы отклонения потока энергии γ от волновой нормали и углы поляризации собственных векторов θ , в) коэффициенты управления скоростью однородным электрическим полем $\alpha_{v_i}^E (\mathbf{M} \parallel [100])$, г) коэффициенты управления скоростью однородным механическим давлением $\alpha_{v_i}^\tau (\mathbf{P} \parallel [100])$. Жирная линия отвечает зависимостям для продольной, тонкая - для быстрой сдвиговой волны. Точками отмечены экспериментальные значения из [145].

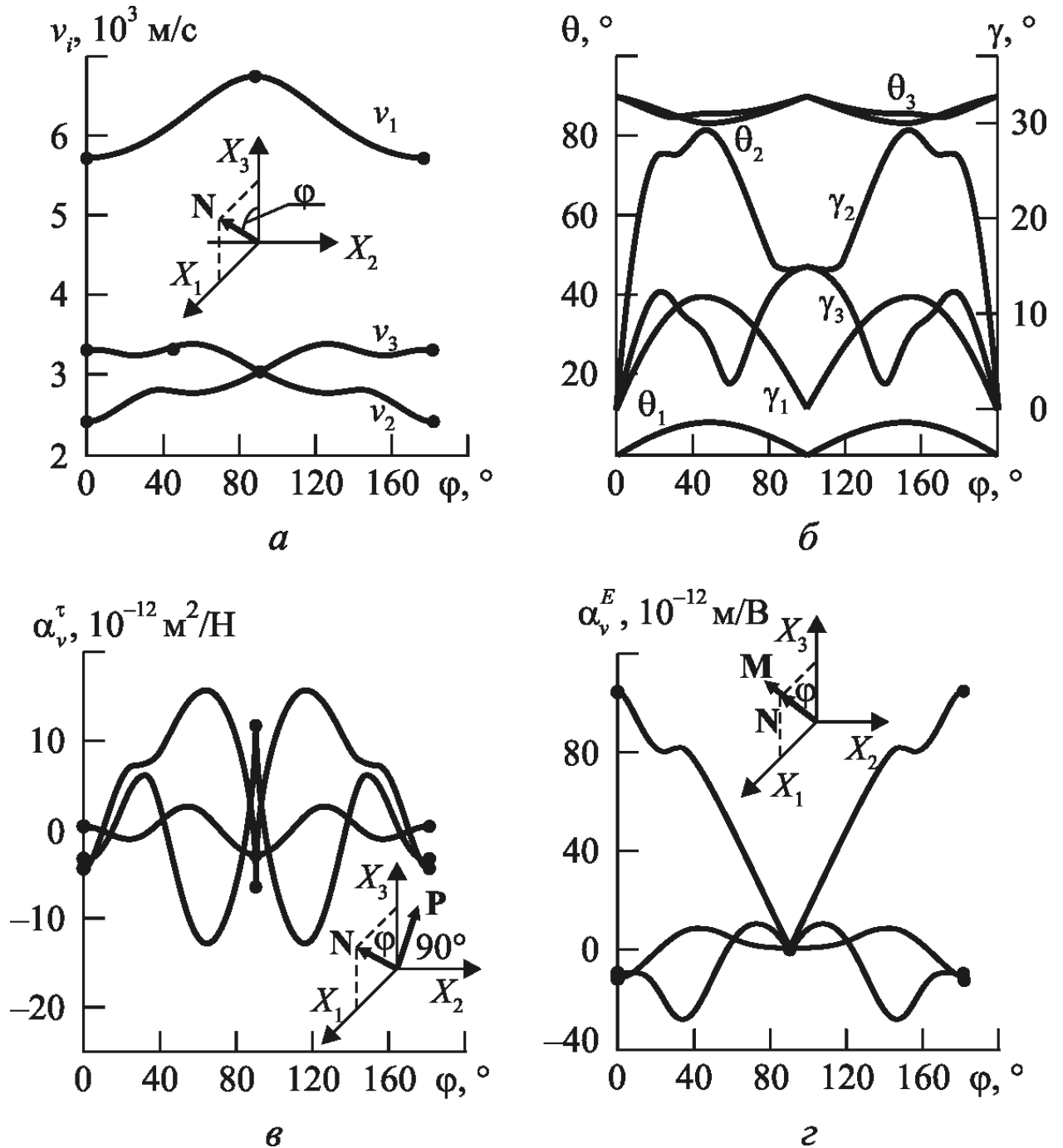


Рисунок А.8. Ориентационные зависимости параметров ОАВ в кристалле $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$, Y-срез: а) скорости ОАВ, б) углы отклонения потока энергии γ от волновой нормали и углы поляризации собственных векторов θ , в) коэффициенты управления скоростью однородным электрическим полем $\alpha_{v_i}^E (\mathbf{M} \parallel \mathbf{N})$, г) коэффициенты управления скоростью однородным механическим давлением $\alpha_{v_i}^\tau (\mathbf{P} \perp \mathbf{N}, \mathbf{P} \perp [010])$. Жирная линия отвечает зависимостям для продольной, тонкая - для быстрой сдвиговой волны. Точками отмечены экспериментальные значения из [145].

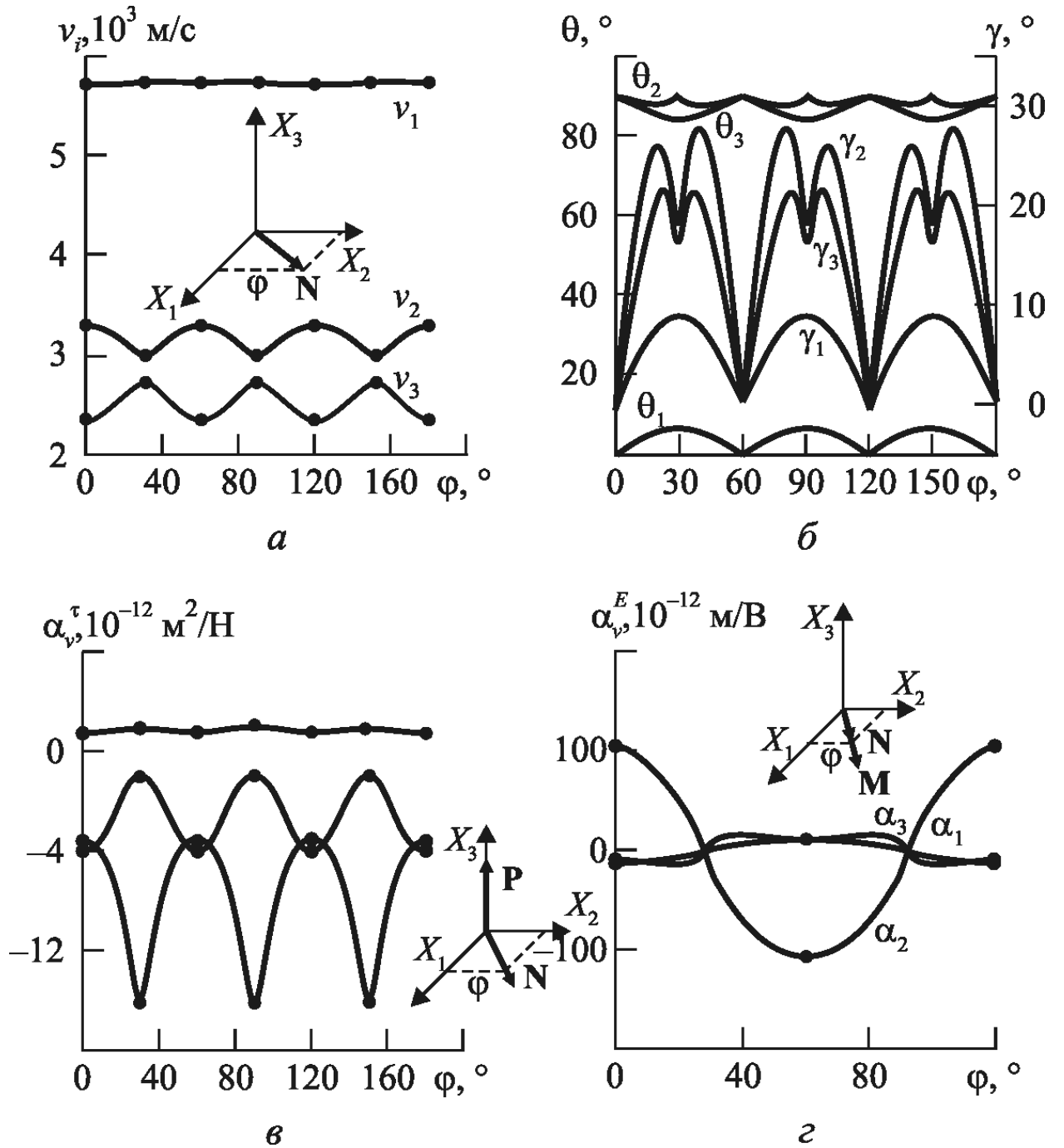


Рисунок А.9. Ориентационные зависимости параметров ОАВ в кристалле $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$, Z-срез: а) скорости ОАВ, б) углы отклонения потока энергии γ от волновой нормали и углы поляризации собственных векторов θ , в) коэффициенты управления скоростью однородным электрическим полем, $\alpha_{v_i}^E(\mathbf{M} \parallel \mathbf{N})$, г) коэффициенты управления скоростью однородным механическим давлением $\alpha_{v_i}^\tau(\mathbf{P} \parallel [001])$. Жирная линия отвечает зависимостям для продольной, тонкая - для быстрой сдвиговой волны. Точками отмечены экспериментальные значения из [145].

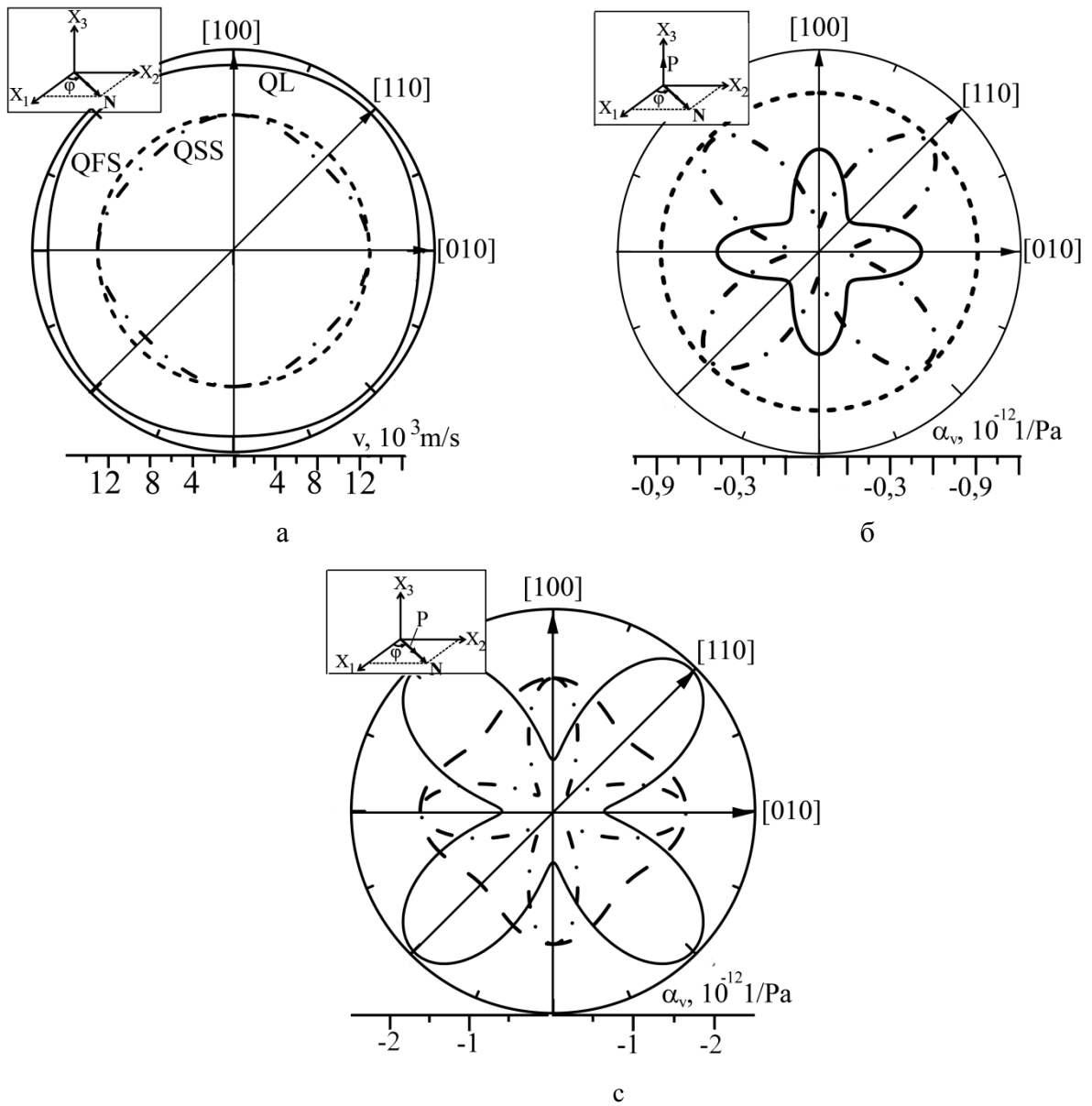


Рисунок А.10. Анизотропия характеристик ОАВ в кристалле алмаза плоскости (001). а) фазовые скорости; б) коэффициенты управляемости $\alpha_{v_i}^\tau$ при $P \parallel [001]$; с) коэффициенты управляемости $\alpha_{v_i}^\tau$ при $P \parallel N$; QL, QFS, и QSS квази-продольная, квази-быстрая сдвиговая, квази-медленная сдвиговая ОАВ.

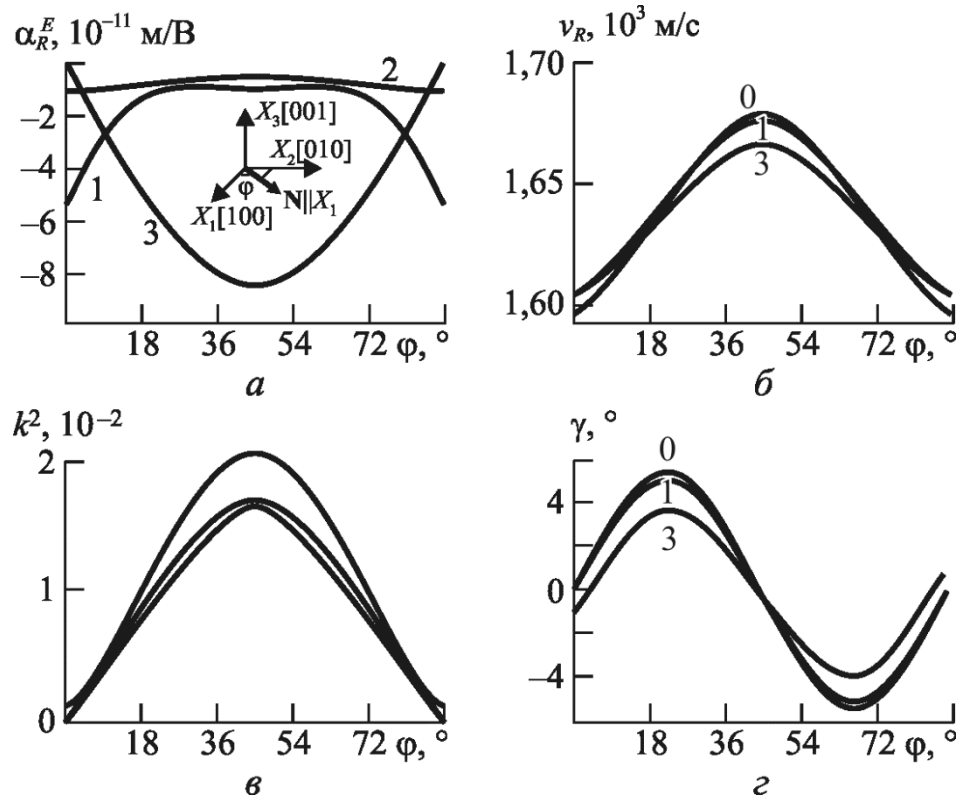


Рисунок А.11. Анизотропия характеристик ПАВ в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в плоскости (001) при воздействии постоянного электрического поля: а) коэффициенты управления; б) – фазовые скорости волны Рэлея; в) – Квадрат КЭМС; г) – угол отклонения потока энергии. Обозначение кривых: 0 – $E=0$; 1 – $M \parallel X_1$; 2 – $M \parallel X_2$; 3 – $M \parallel X_3$

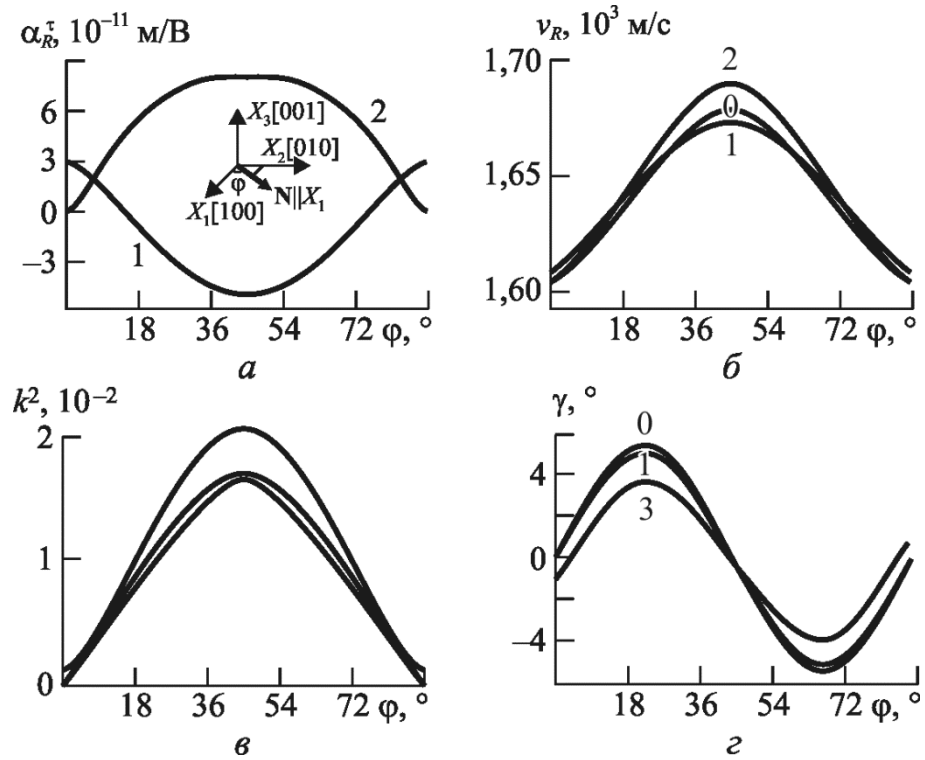


Рисунок А.12 Анизотропия характеристик ПАВ в кристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ в плоскости (001) при воздействии однородного механического давления: а) коэффициенты управления; б) – фазовые скорости волны Рэлея; в) – Квадрат КЭМС; г) – угол отклонения потока энергии. Обозначение кривых: 0 – $\bar{\tau}=0$; 1 – $P \parallel X_1$; 2 – $P \parallel X_2$

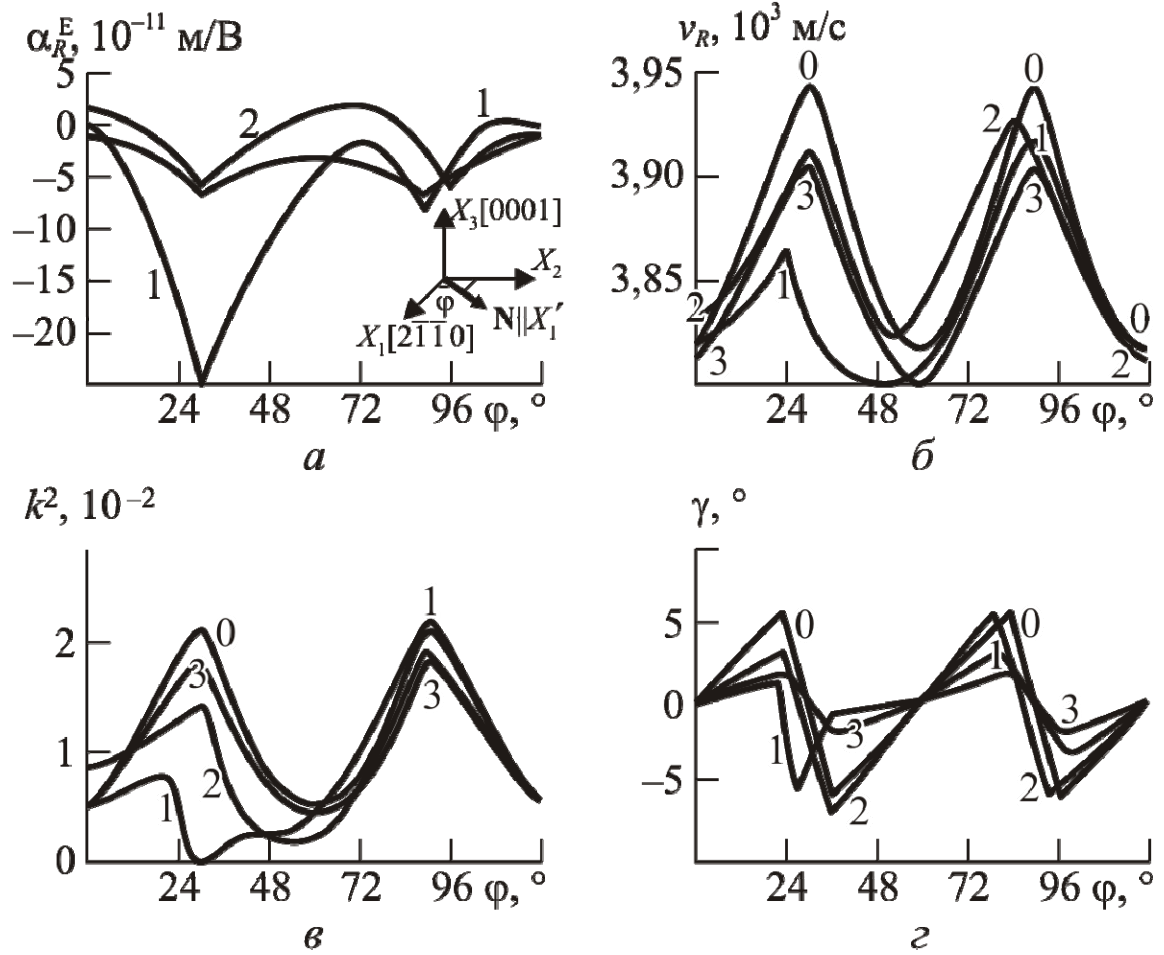


Рисунок А.13 Анизотропия характеристик ПАВ в кристалле LiNiO_3 в плоскости Z - среза при воздействии постоянного электрического поля: а) коэффициенты управления; б) – фазовые скорости волны Рэлея; в) – Квадрат КЭМС; г) – угол отклонения потока энергии. Обозначены кривых: 0 – $E=0$; 1 – $M \parallel X_1$; 2 – $M \parallel X_2$; 3 – $M \parallel X_3$;

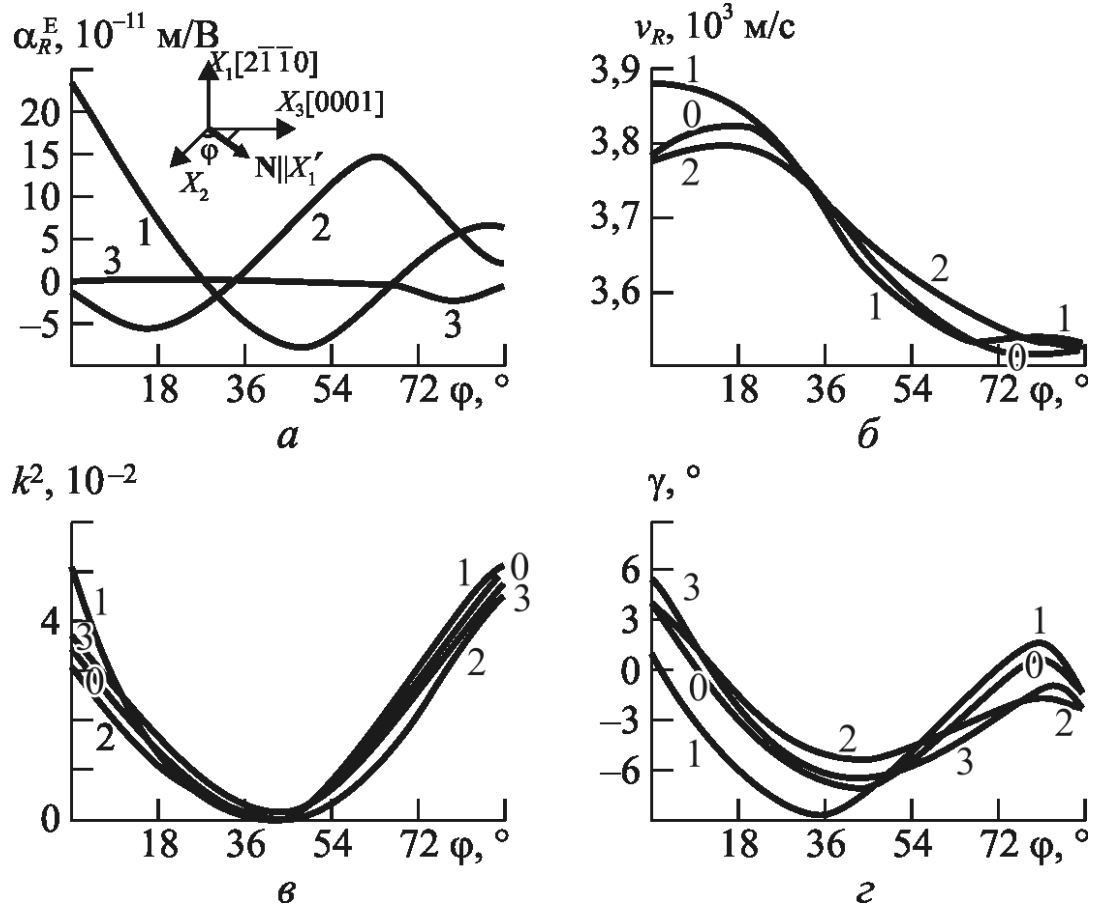


Рисунок А.14 Анизотропия характеристик ПАВ в кристалле LiNbO₃ в плоскости X - среза при воздействии постоянного электрического поля: а) коэффициенты управления; б) – фазовые скорости волны Рэлея; в) – Квадрат КЭМС; г) – угол отклонения потока энергии. Обозначены кривых: 0 – $E=0$; 1 – $M||X_1$; 2 – $M||X_2$; 3 – $M||X_3$

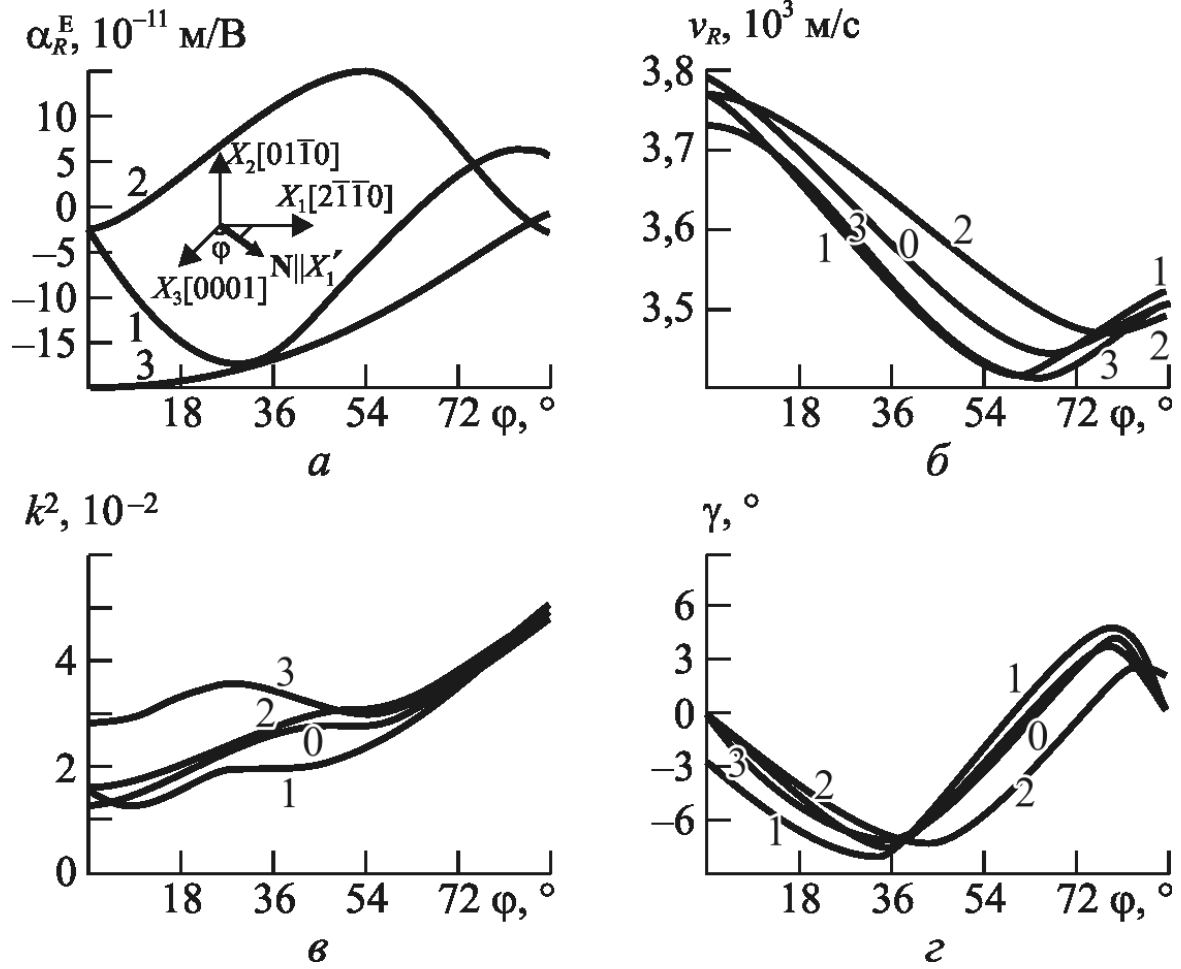


Рисунок А.15 Анизотропия характеристик ПАВ в кристалле LiNbO₃ в плоскости Y - среза при воздействии постоянного электрического поля: а) коэффициенты управления; б) – фазовые скорости волны Рэлея; в) – Квадрат КЭМС; г) – угол отклонения потока энергии. Обозначены кривых: 0 – E=0; 1 – M||X₁; 2 – M||X₂; 3 – M||X₃

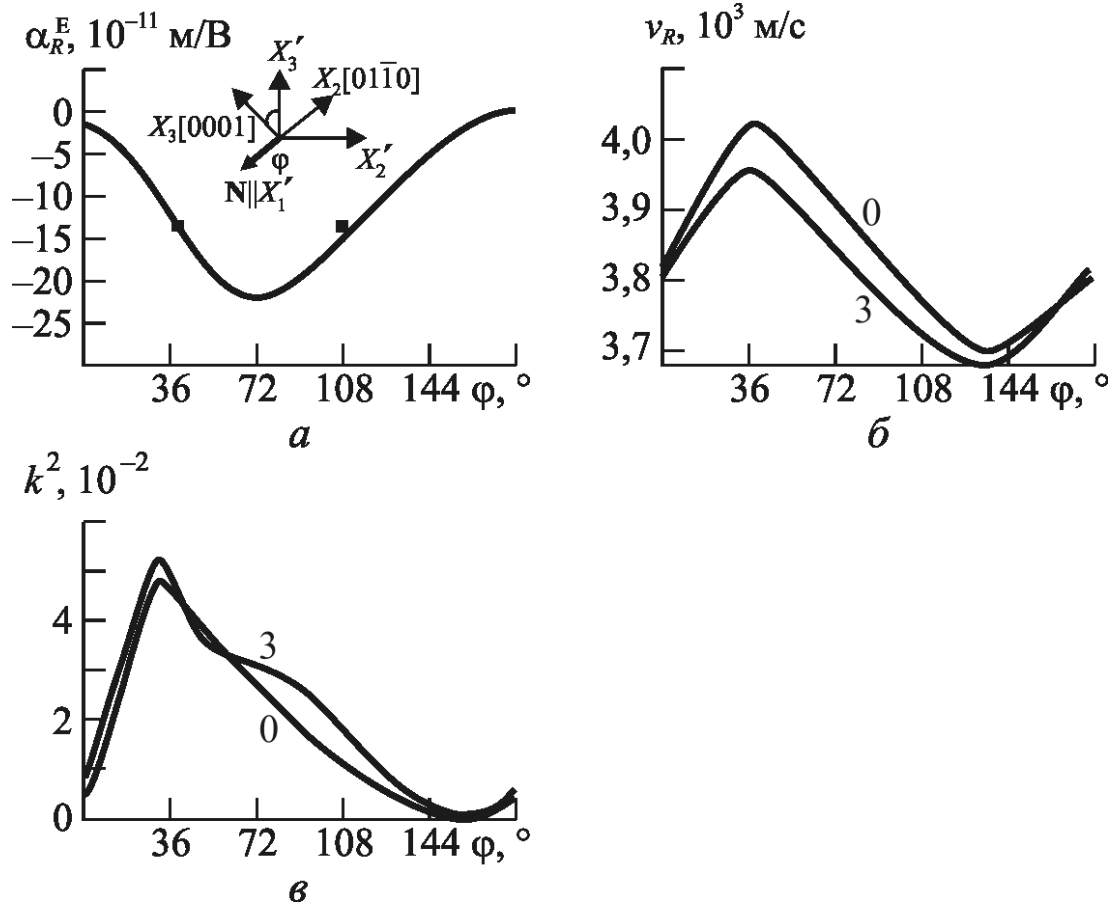
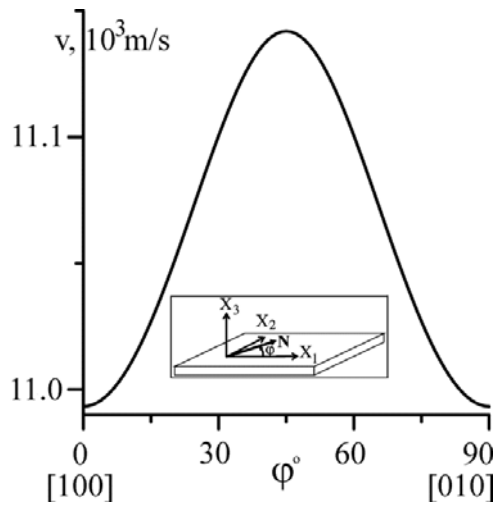
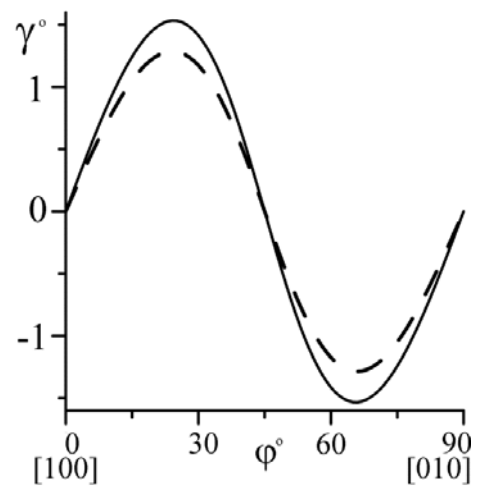


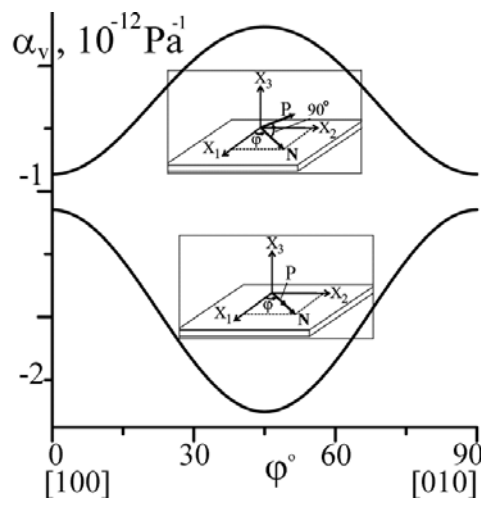
Рисунок А.16 Анизотропия характеристик ПАВ в кристалле LiNbO₃ для пластин повернутого Y - среза при воздействии постоянного электрического поля: а) коэффициенты управления; б) – фазовые скорости волны Рэлея; в) – Квадрат КЭМС. Обозначение кривых: 0 – E=0; 1 – M||X₁; 3 – M||X₃; Точками обозначены экспериментальные значения [202]



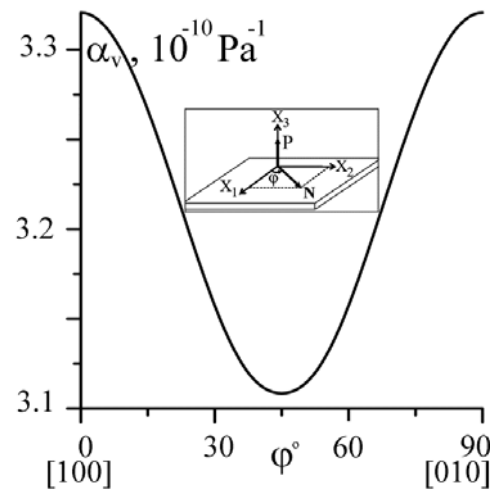
а



б



в



г

Рисунок А.17 – Анизотропия характеристик ПАВ кристалла алмаза в плоскости (001) при воздействии одноосного механического давления: а - фазовые скорости; б - угол отклонения потока энергии; в - коэффициенты управляемости α_v при $P \parallel X_1$ и при $P \parallel X_2$; г - α_v при $P \parallel X_3$

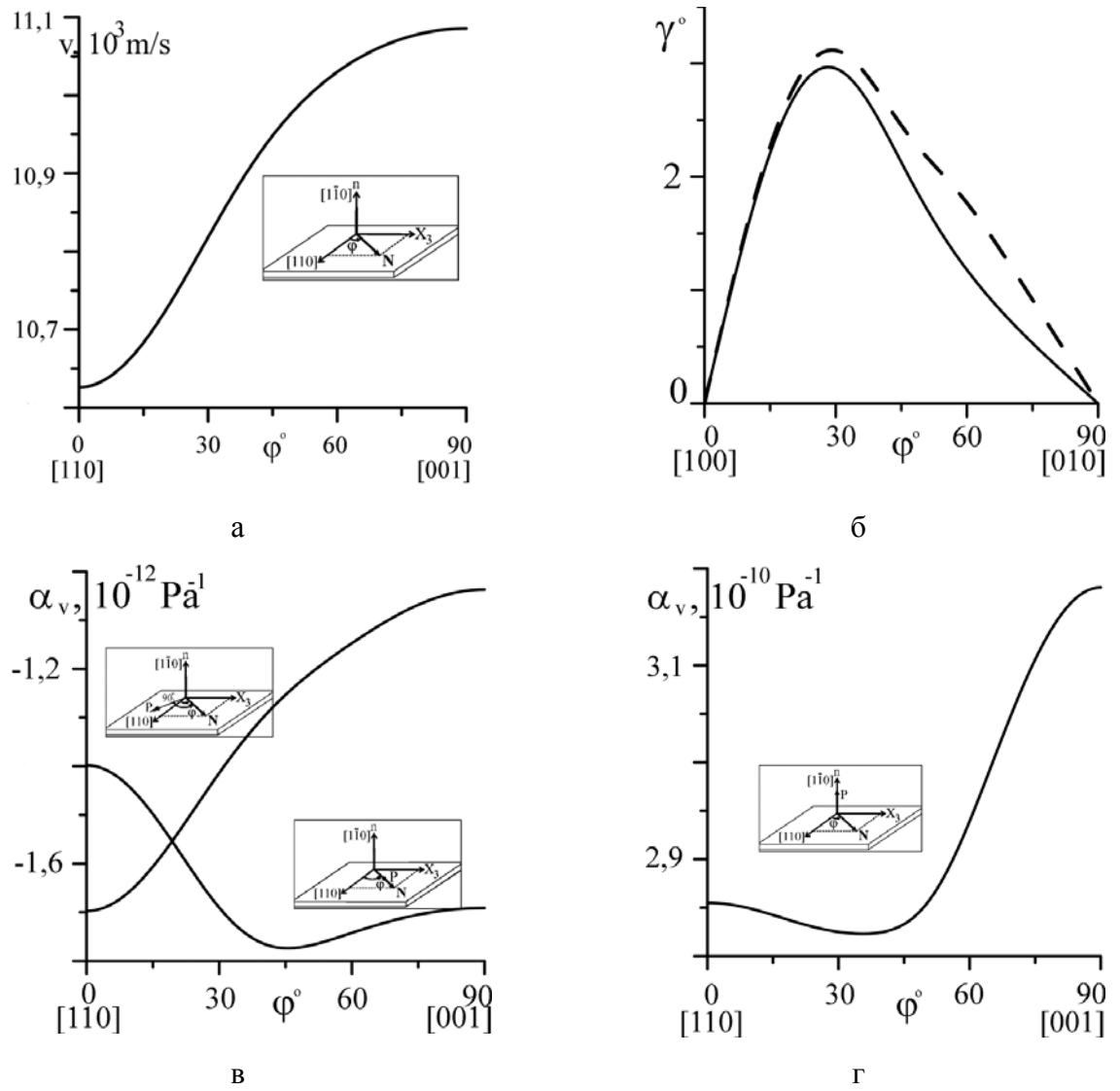


Рисунок А.18 – Анизотропия характеристик ПАВ кристалла алмаза в плоскости (110) при воздействии одноосного механического давления: а - фазовые скорости; б - угол отклонения потока энергии; в - коэффициенты управляемости α_v при $P \parallel X_1$ и при $P \parallel X_2$; г - α_v при $P \parallel X_3$

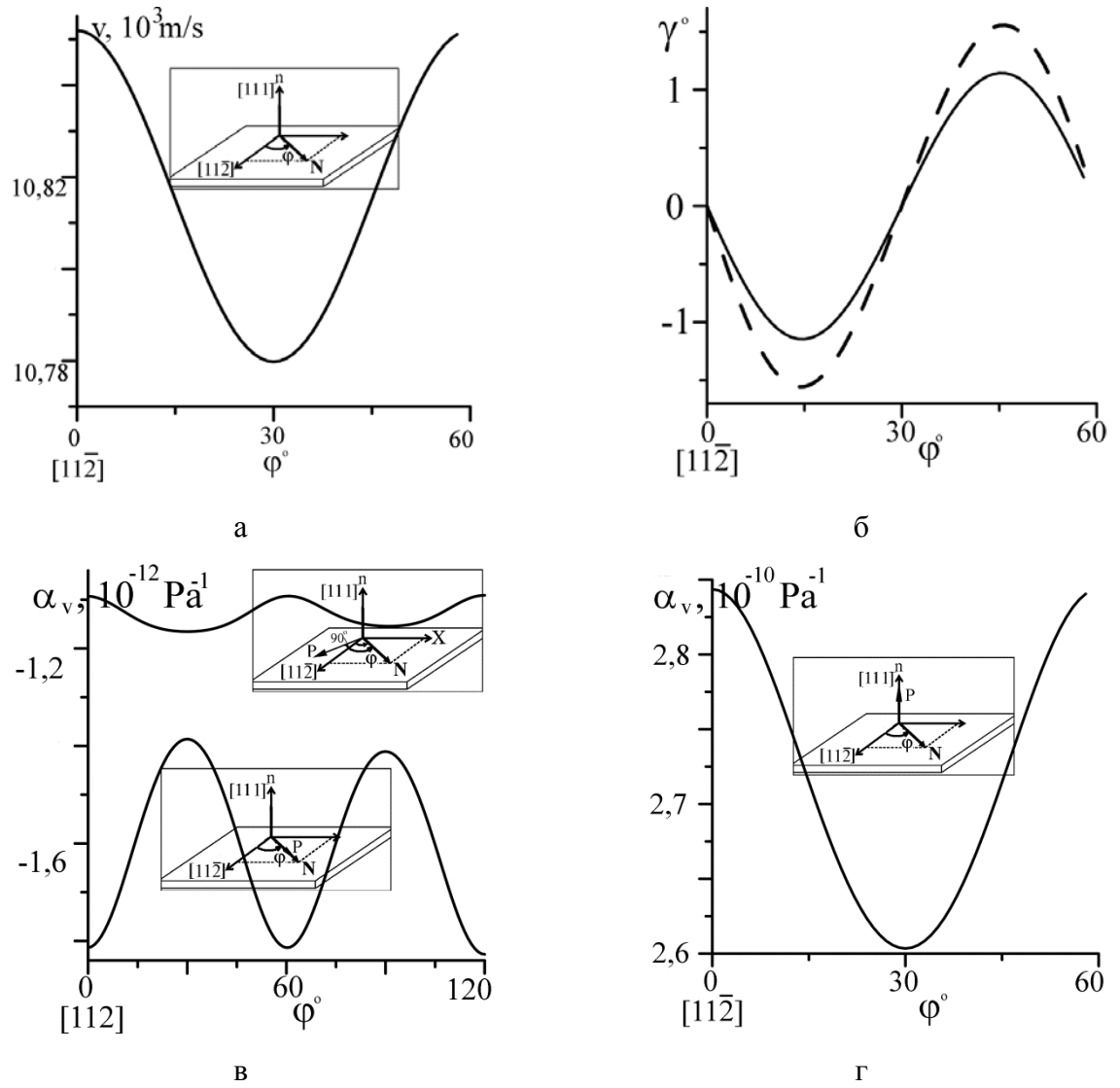


Рисунок А.19 – Анизотропия характеристик ПАВ кристалла алмаза в плоскости (111) при воздействии одноосного механического давления: а - фазовые скорости; б - угол отклонения потока энергии; в - коэффициенты управляемости α_v при $P||X_1$ и при $P||X_2$; г - α_v при $P||X_3$

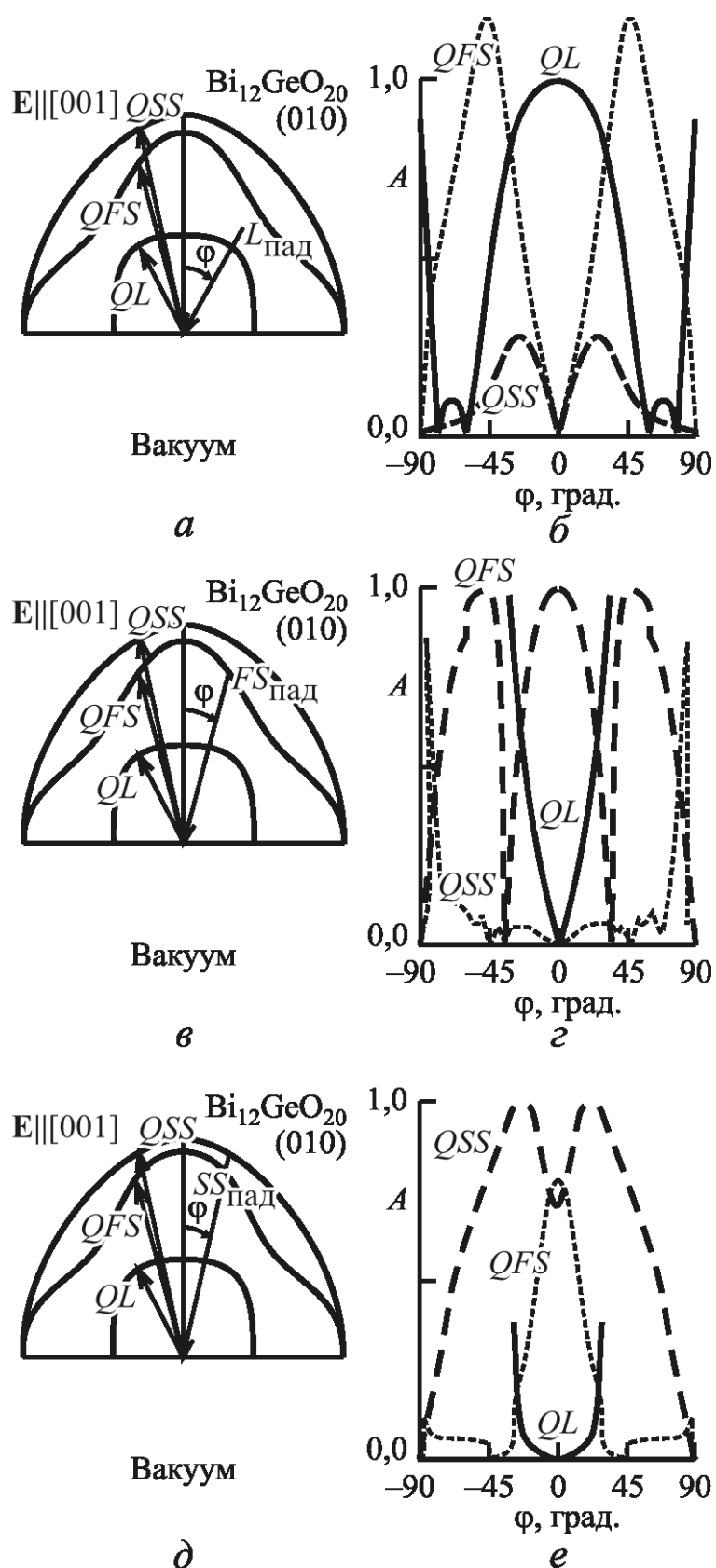


Рисунок А.20 Полости векторов рефракции и амплитудные коэффициенты отражения ОАВ от границы раздела кристалл-вакуум для германосилленита в плоскости падения (010)

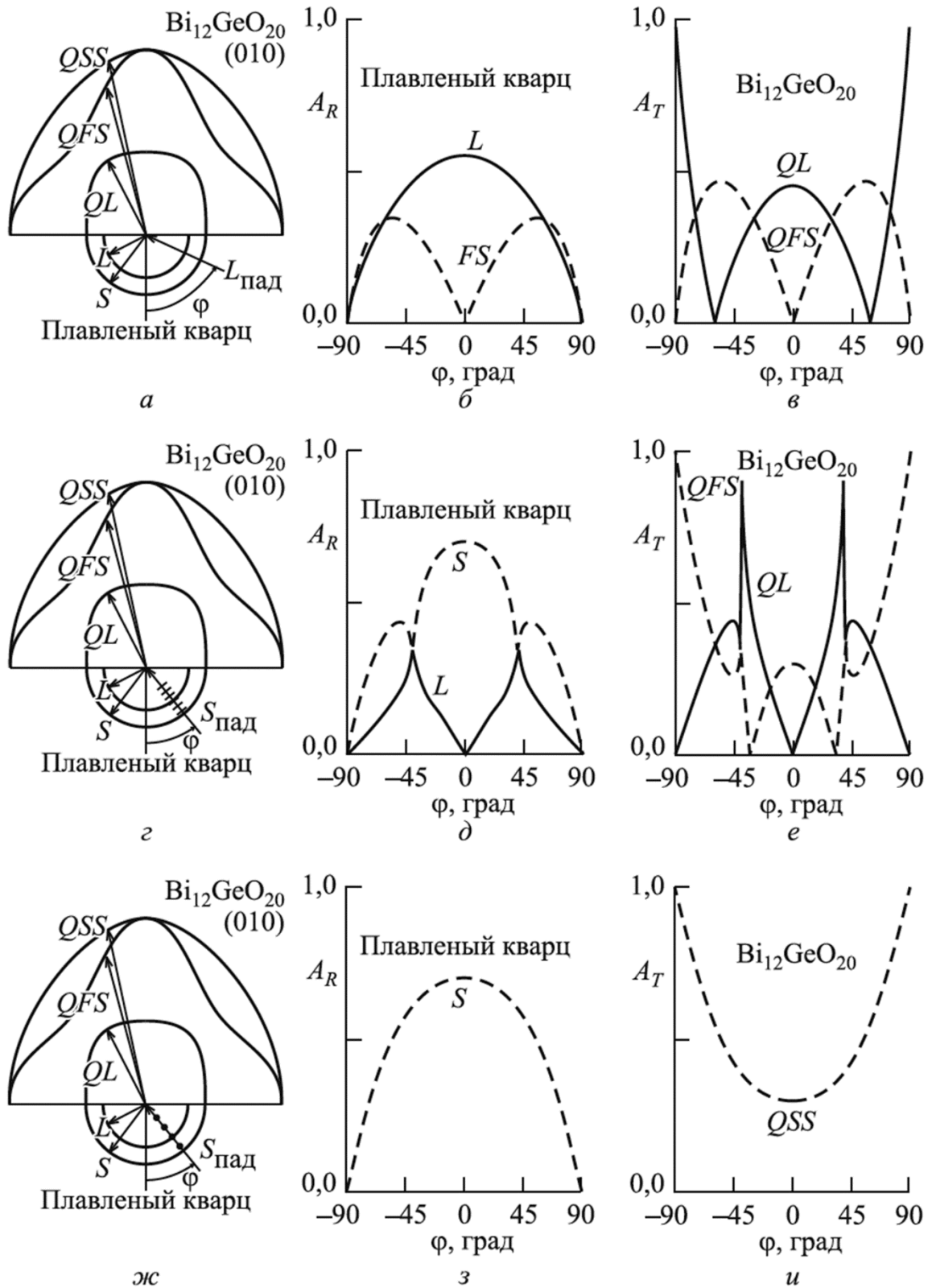


Рисунок А.21 Полости векторов рефракции и амплитудные коэффициенты отражения и преломления ОАВ от границы раздела плавный кварц–германосиллит в плоскости (010) при падении продольной (а)–(в); быстрой сдвиговой (г)–(е); медленной сдвиговой (ж)–(и) волн.

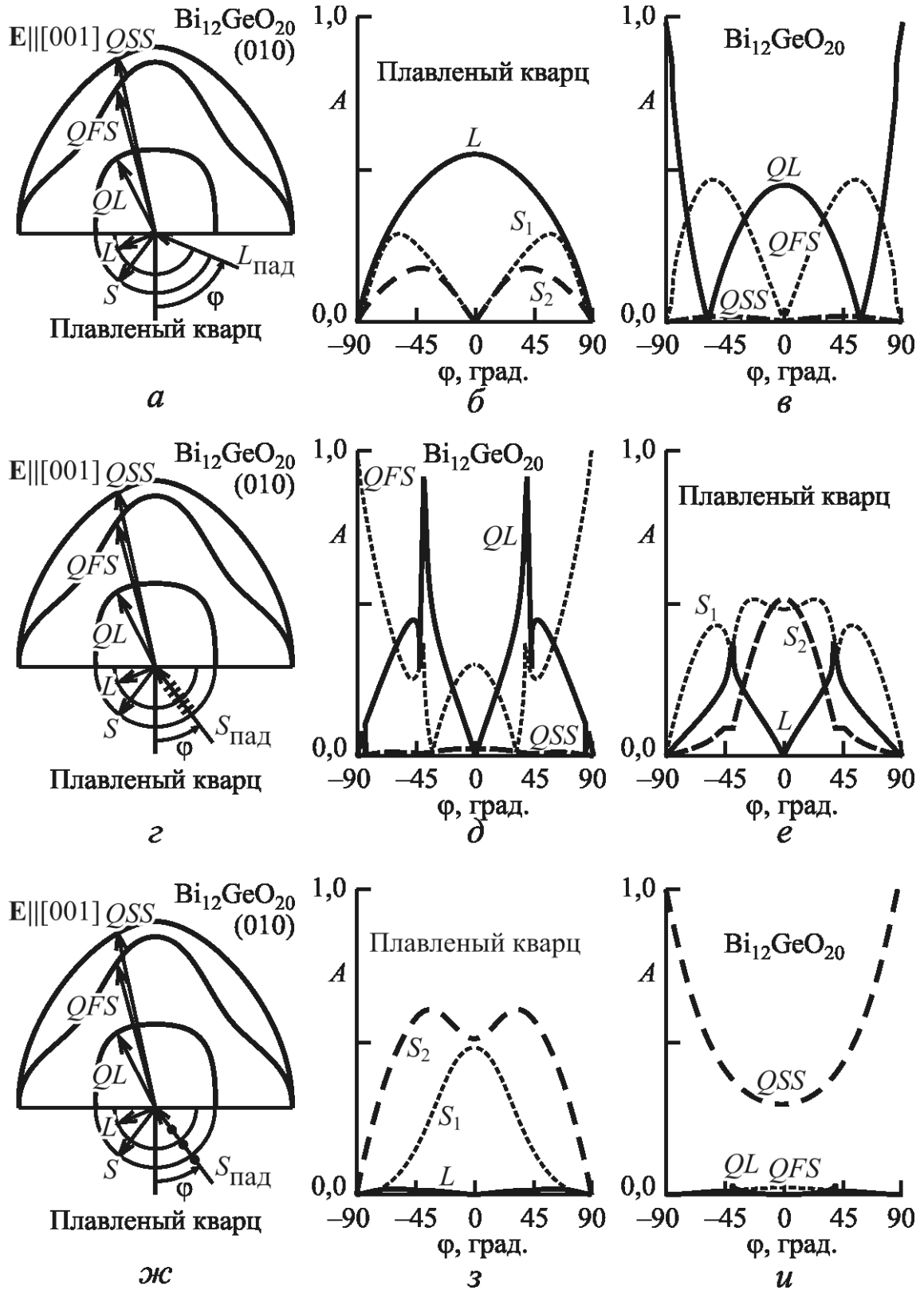


Рисунок А.22 Полости векторов рефракции и амплитудные коэффициенты отражения и преломления ОАВ от границы раздела плавленый кварц–германосилленит в плоскости (010) при падении продольной (*a*)–(*в*); быстрой сдвиговой (*з*)–(*е*); медленной сдвиговой (*ж*)–(*и*) волн из плавленого кварца при приложении внешнего электрического поля вдоль [001]

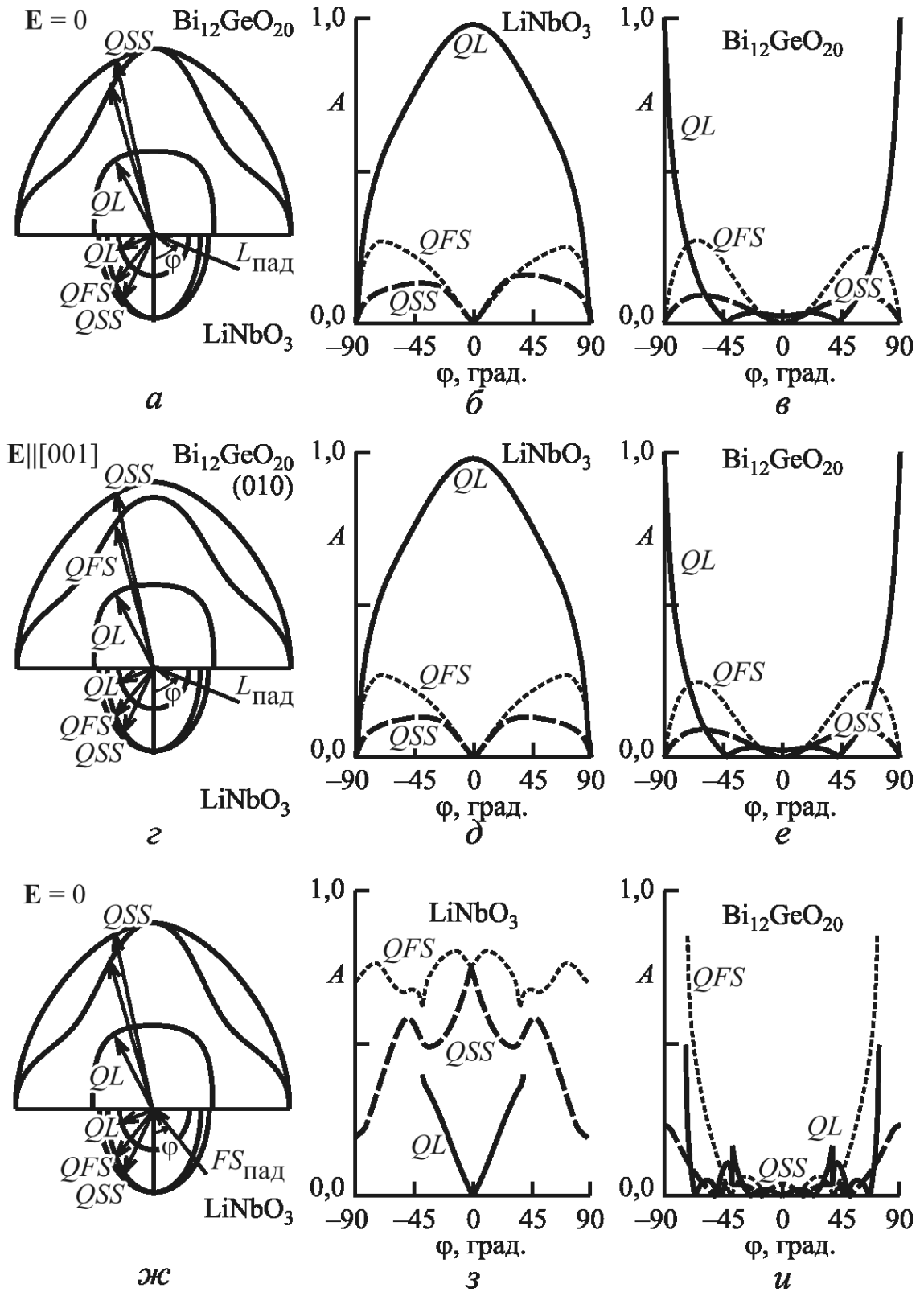


Рисунок А.23 Полости векторов рефракции и амплитудные коэффициенты отражения и преломления ОАВ от границы раздела ниобат лития–германосилленит в плоскости (010) при падении продольной ; быстрой сдвиговой ; медленной сдвиговой волн из кристалла ниобата лития при приложении внешнего электрического поля вдоль [001].

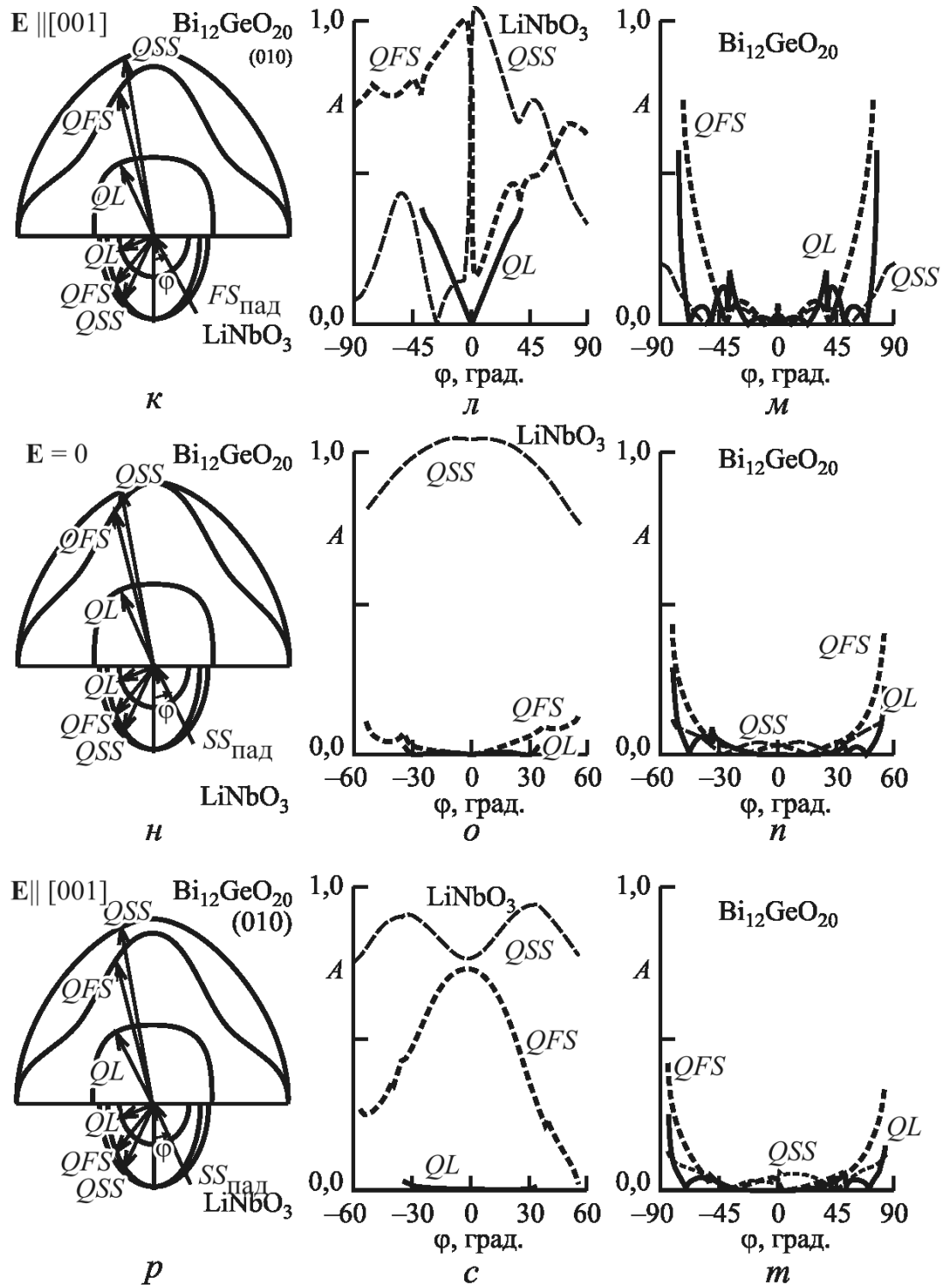
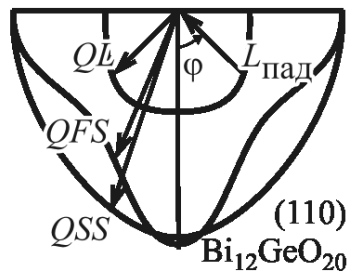


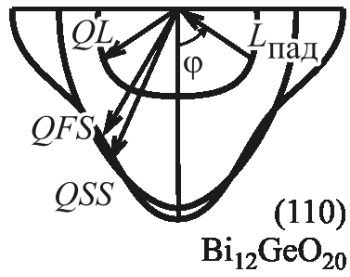
Рисунок А.23 Окончание.

$P \parallel [100]$ вакуум



a

$P \parallel (110)$ вакуум



б

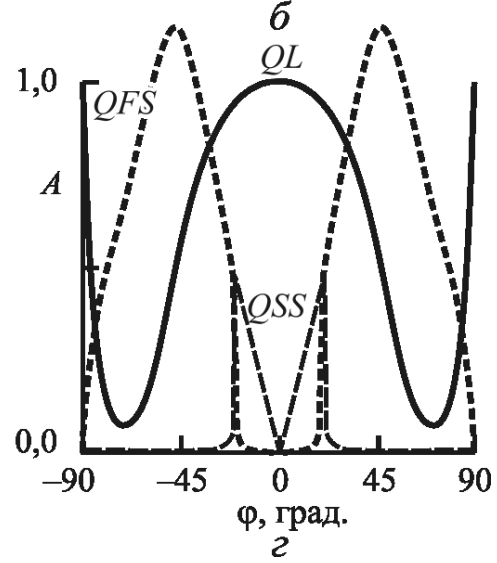
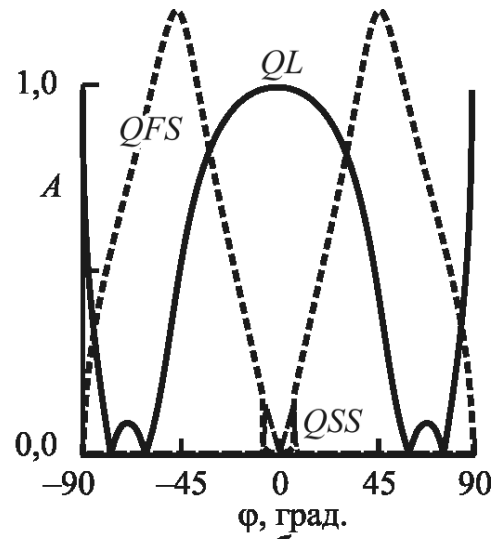


Рисунок А.24. Полости векторов рефракции и амплитудные коэффициенты отражения ОАВ от границы раздела кристалл-вакуум для германосилленита в плоскости падения (010) и (110) при падении продольной волны при приложении внешнего одноосного напряжения.

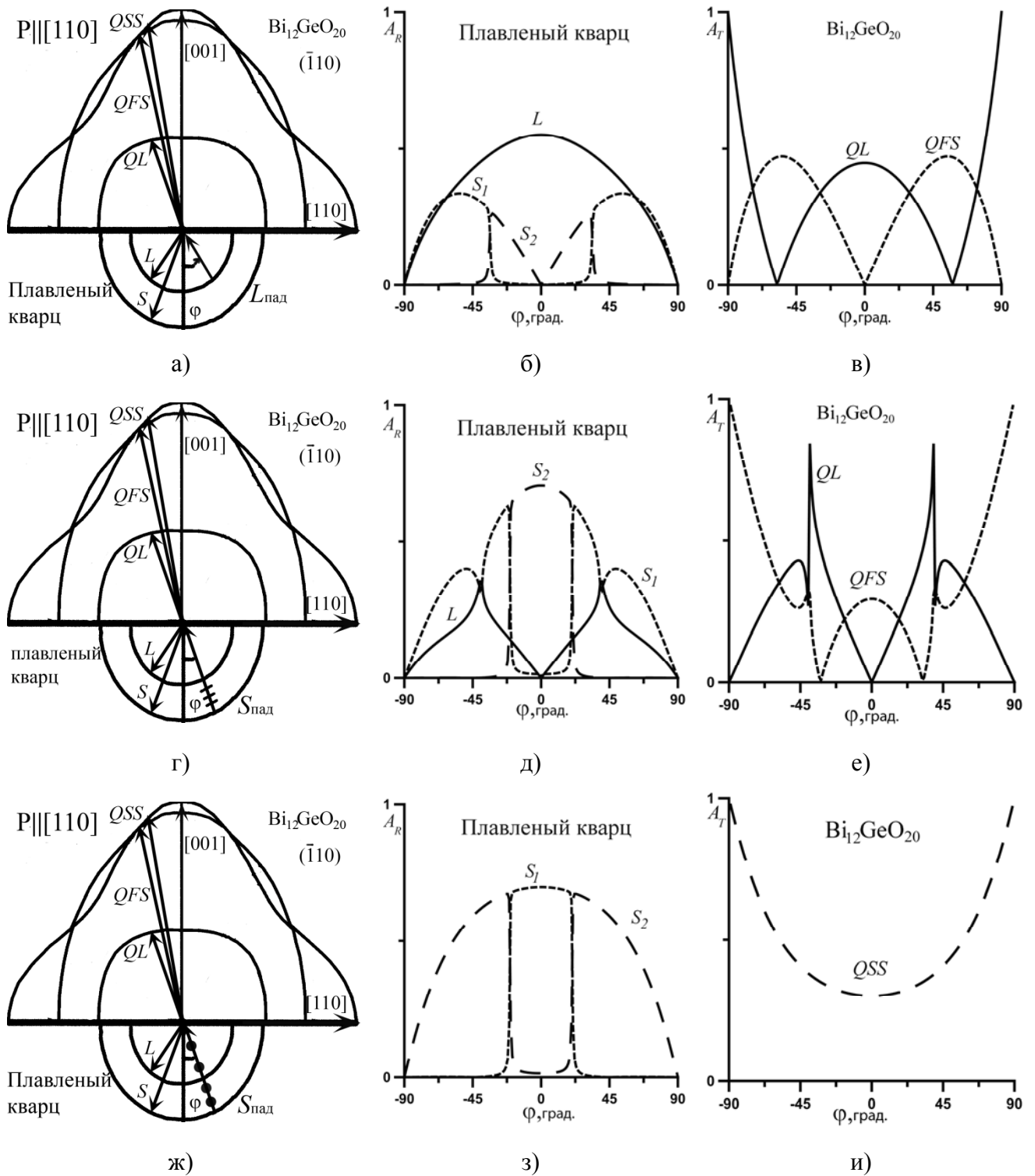


Рисунок А.25 Полости векторов рефракции (а) и амплитудные коэффициенты отражения и преломления волн (б), (в) от границы раздела плавленый кварц–германосилленит в плоскости (110) при падении волн из плавленого кварца при приложении одноосного давления вдоль распространения падающей волны

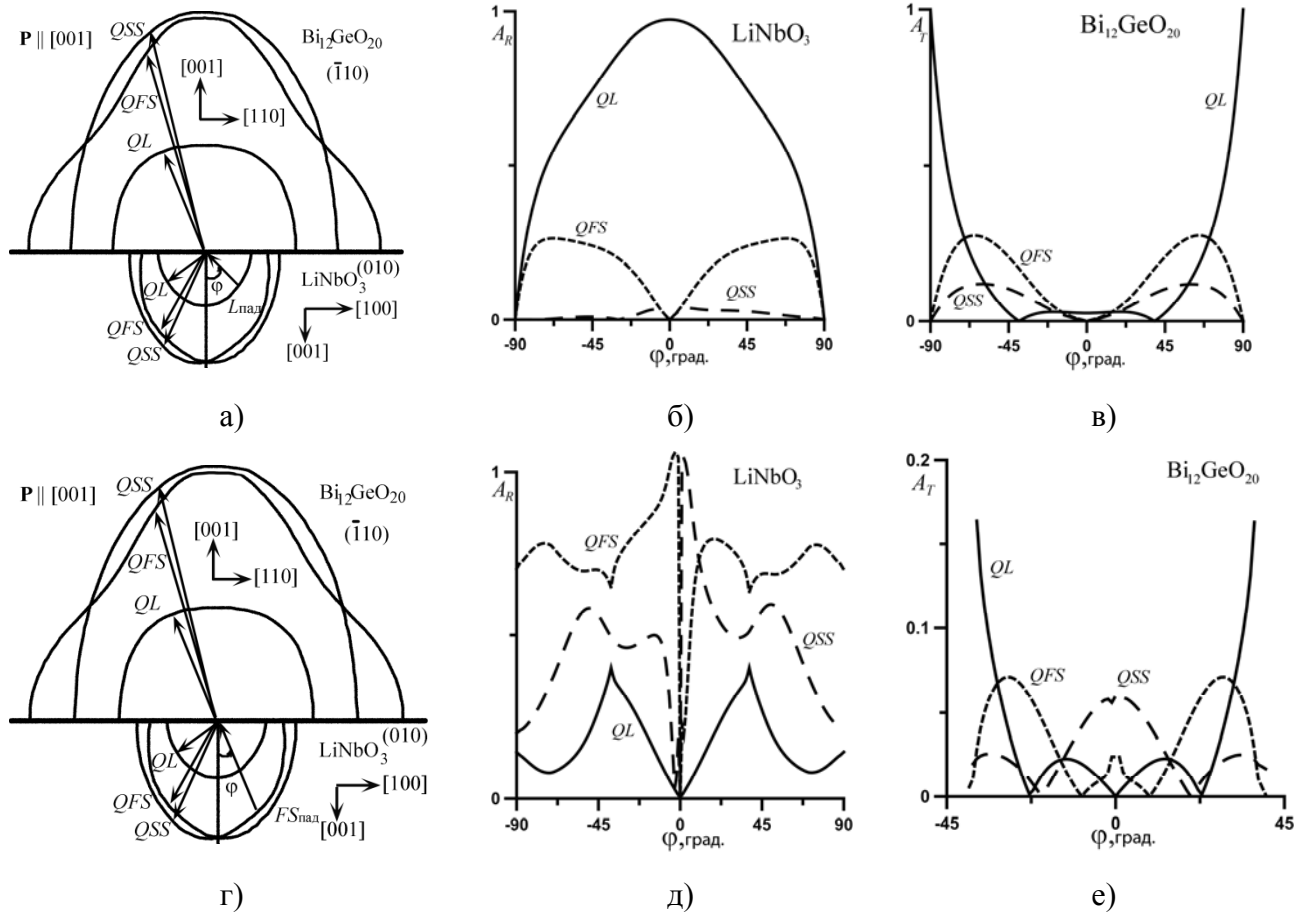


Рисунок А.26 Полости векторов рефракции и амплитудные коэффициенты отражения и преломления волн от границы раздела ниобат лития–германосилленит в плоскости (110) при падении волн из ниобата лития при приложении одноосного давления вдоль $[001]$.

Приложение В

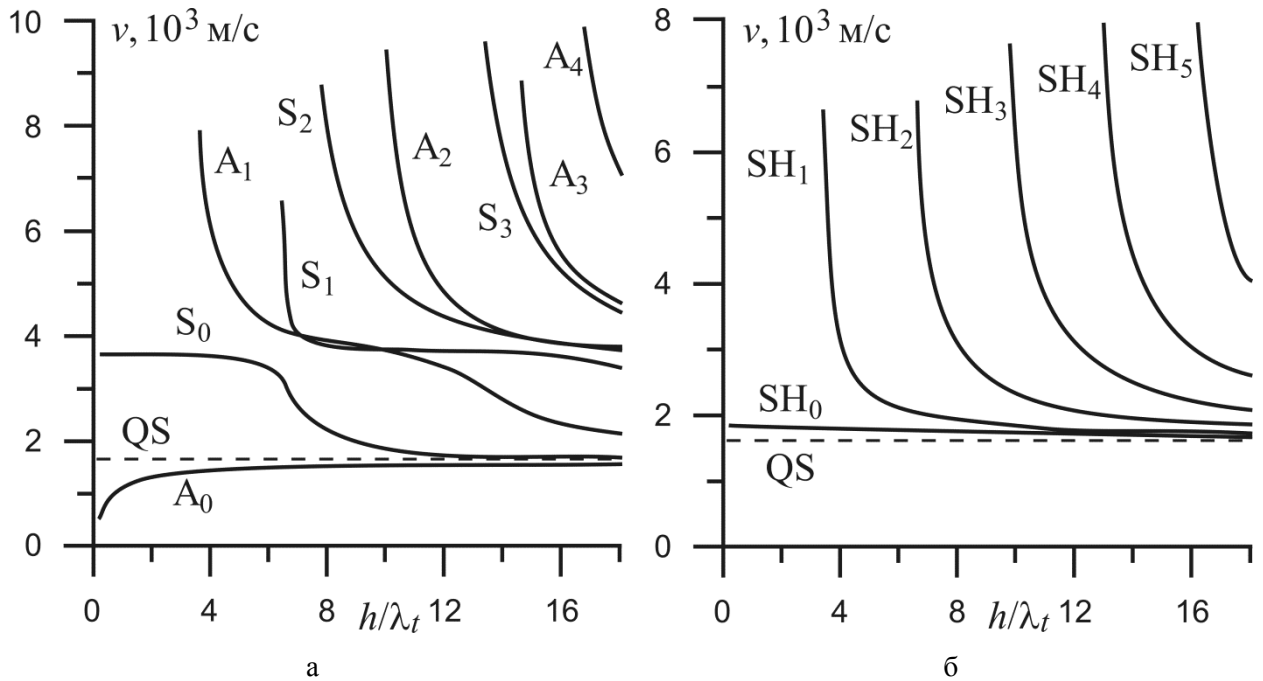


Рисунок В.1. Дисперсионные зависимости фазовых скоростей симметричных и антисимметричных мод волны Лэмба и SH-волн в пластине германосилленита в направлении $[100]$ плоскости (001) . λ_t – длина сдвиговой объемной волны. На рис. а) – дисперсионные зависимости симметричных и антисимметричных мод волны Лэмба, б) – дисперсионные зависимости мод SH-волн.

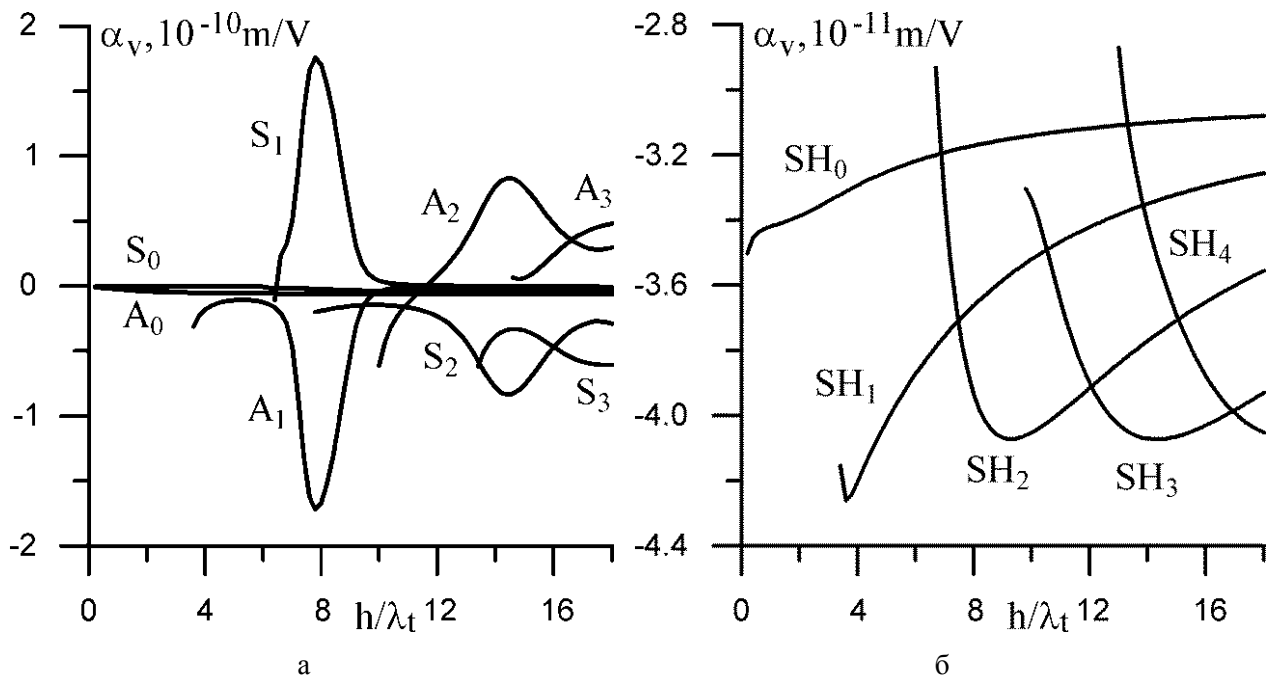


Рисунок В.2. Коэффициенты управления для волн Лэмба (а - S и A моды) и SH-волн (б) в пластине в направлении $[100]$ плоскости (001) германосилленита в случае приложения электрического поля $E \parallel [010]$.

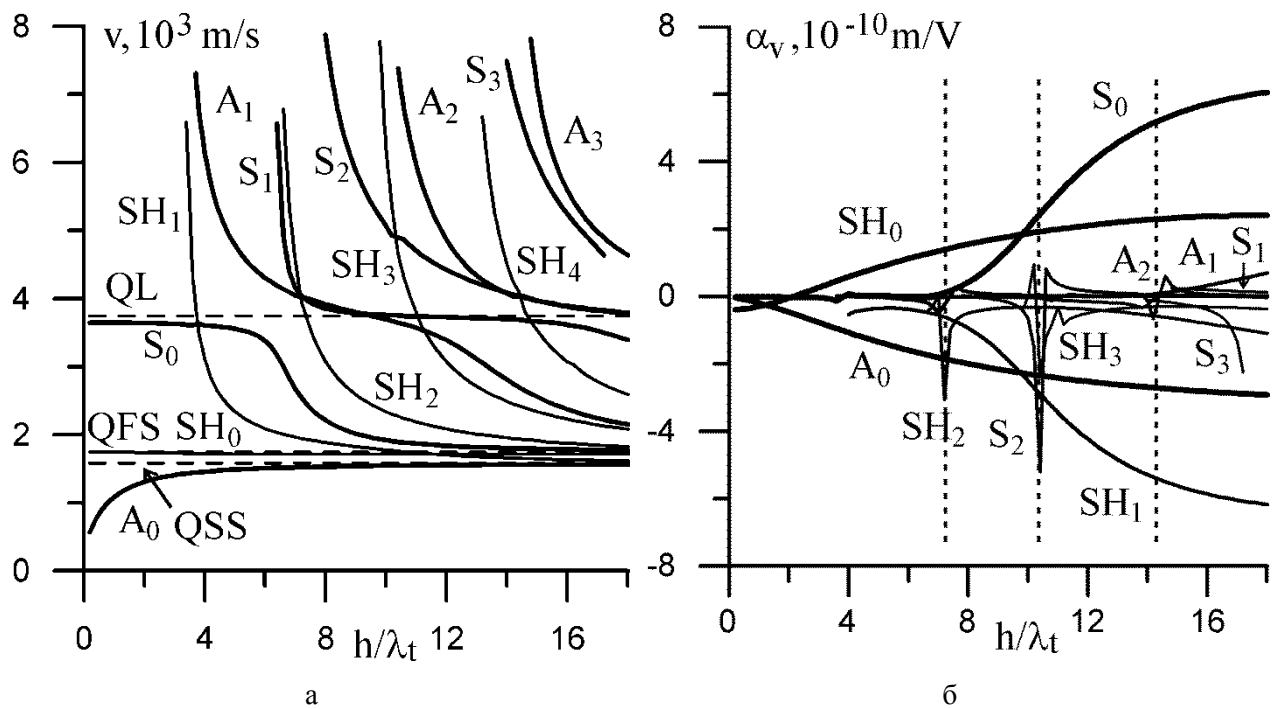


Рисунок В.3. Зависимости фазовых скоростей и коэффициенты управления для волны Лэмба и SH-волн в пластине германосилленита в направлении $[100]$ плоскости (001) в случае приложения электрического поля $E \parallel [100]$.

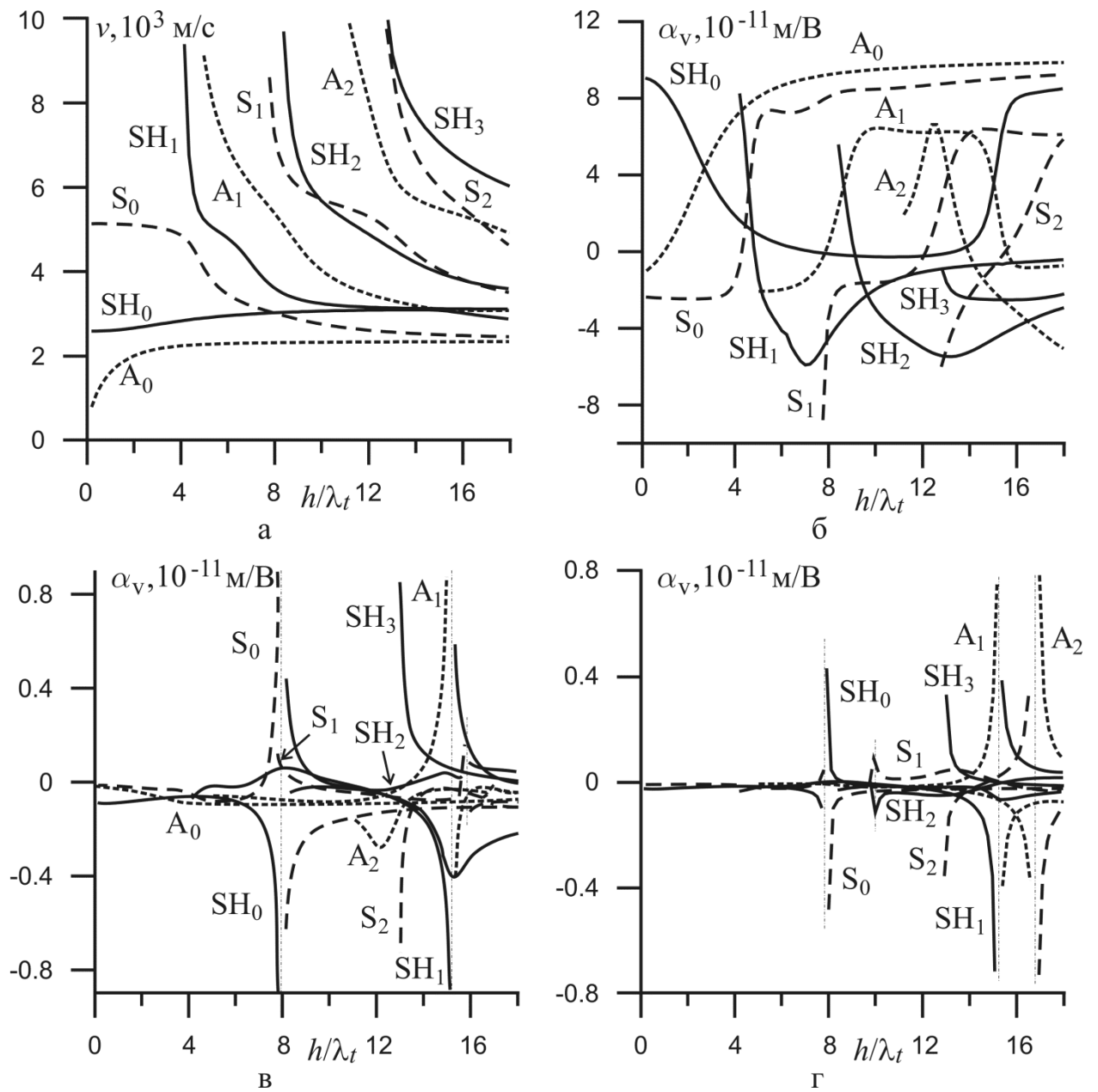


Рисунок В.4. Дисперсионные зависимости - а) фазовых скоростей - мод волны Лэмба и SH-волн; б) коэффициенты управления в пластине лангасита в направлении $[100]$ плоскости (001) при $\mathbf{E} \parallel [100]$; в) коэффициенты управления в пластине лангасита в направлении $[100]$ плоскости (001) при $\mathbf{E} \parallel [100]$.

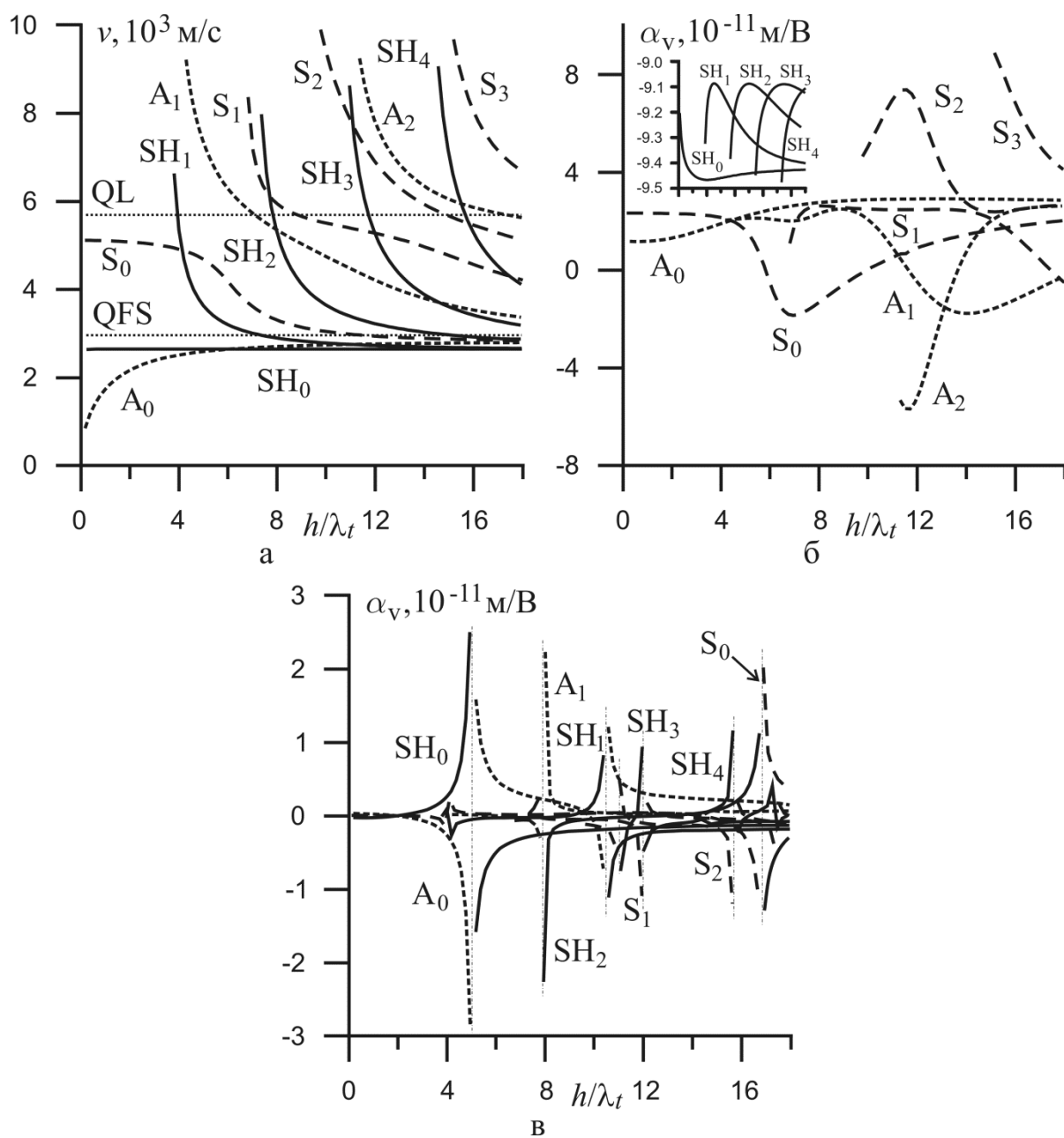


Рисунок В.5. Дисперсионные зависимости фазовых скоростей акустических волн и коэффициентов управляемости в направлении [010] плоскости (001) лангасита: а -- фазовые скорости; б -- α_v при $E \parallel [100]$; в -- α_v при $E \parallel [001]$ (металлизированная поверхность)

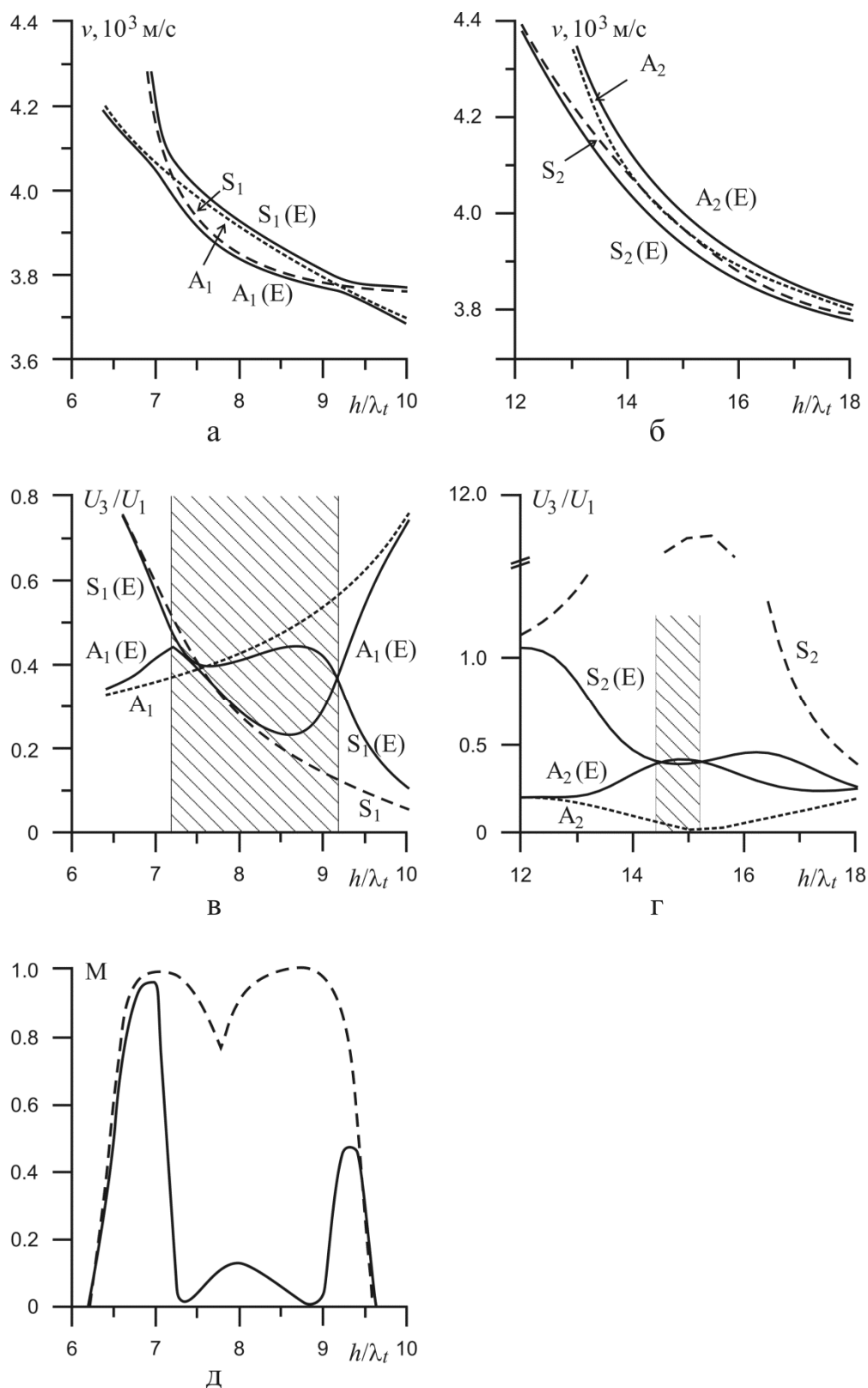


Рисунок В.6. Гибридизация акустических мод, отношения компонент упругих смещений и коэффициент гибридизации в направлении $[100]$ плоскости (001) германосилленита ($E=0$ --- штриховые линии, $E \parallel [010]$ --- сплошные линии): а --- фазовые скорости мод A_1 и S_1 ; б --- фазовые скорости мод A_2 и S_2 ; в --- отношения компонент U_3/U_1 мод A_1 и S_1 ; г --- отношения компонент U_3/U_1 мод A_2 и S_2 ; д --- коэффициент гибридизации M мод A_1 и S_1

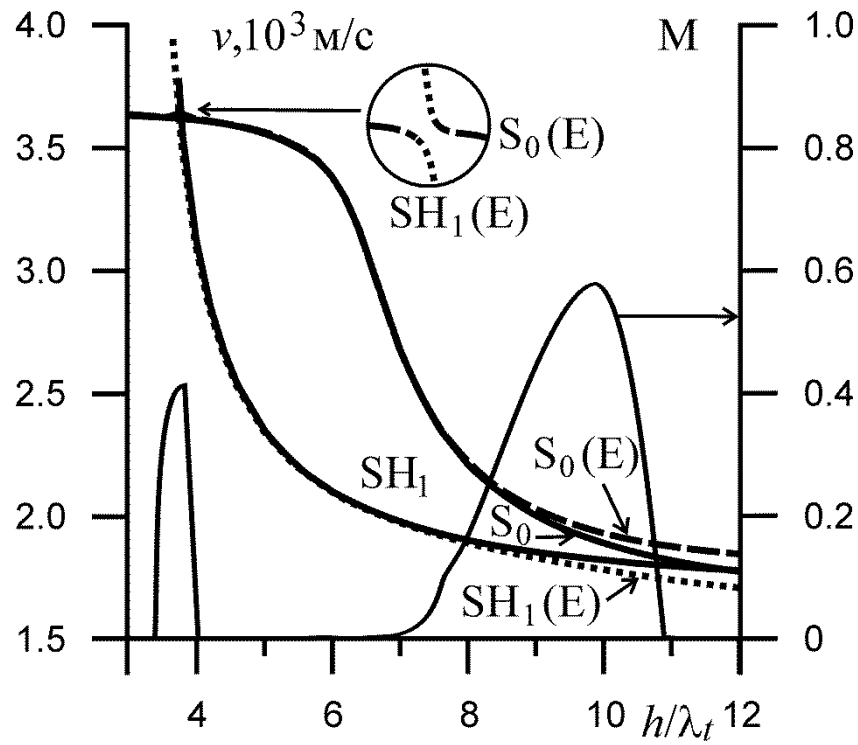


Рисунок В.7. Дисперсионные зависимости фазовых скоростей мод S_0 и SH_1 и коэффициента гибридизации M в направлении $[100]$ плоскости (001) германосилленита ($E = 0$ --- штриховые линии, $E \parallel [100]$ --- сплошные линии)

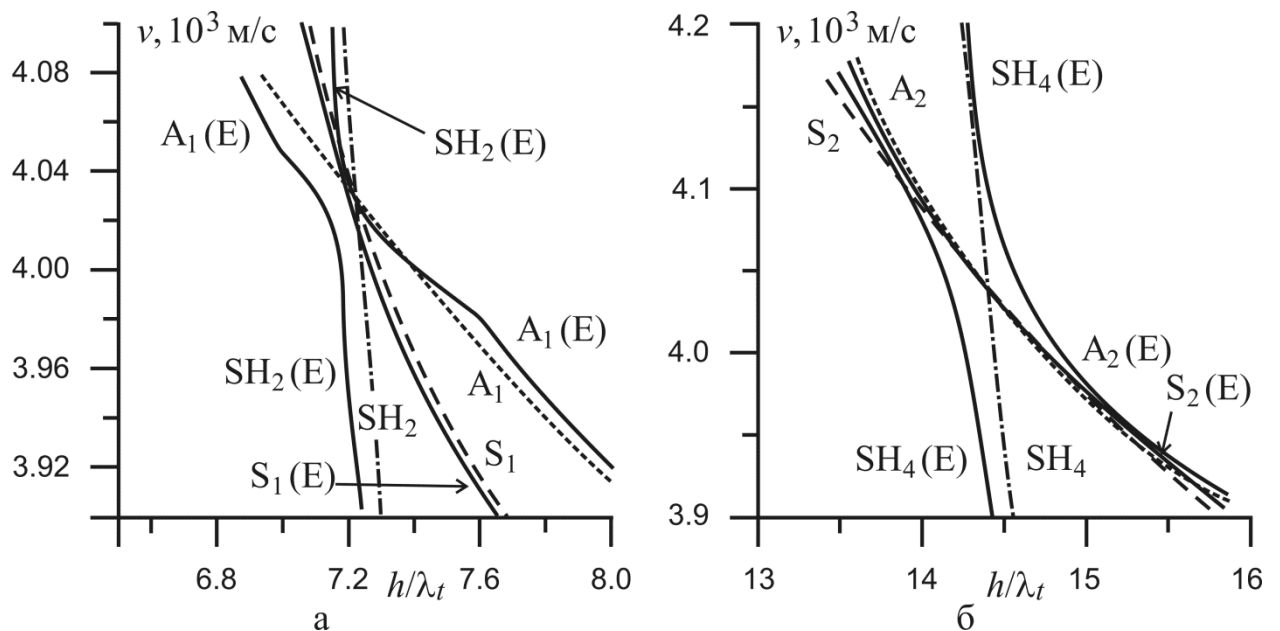


Рисунок В.8. Фазовые скорости мод упругой волны в области гибридизации трех акустических мод в направлении $[100]$ плоскости (001) германосилленита при $E \parallel [100]$

Приложение С

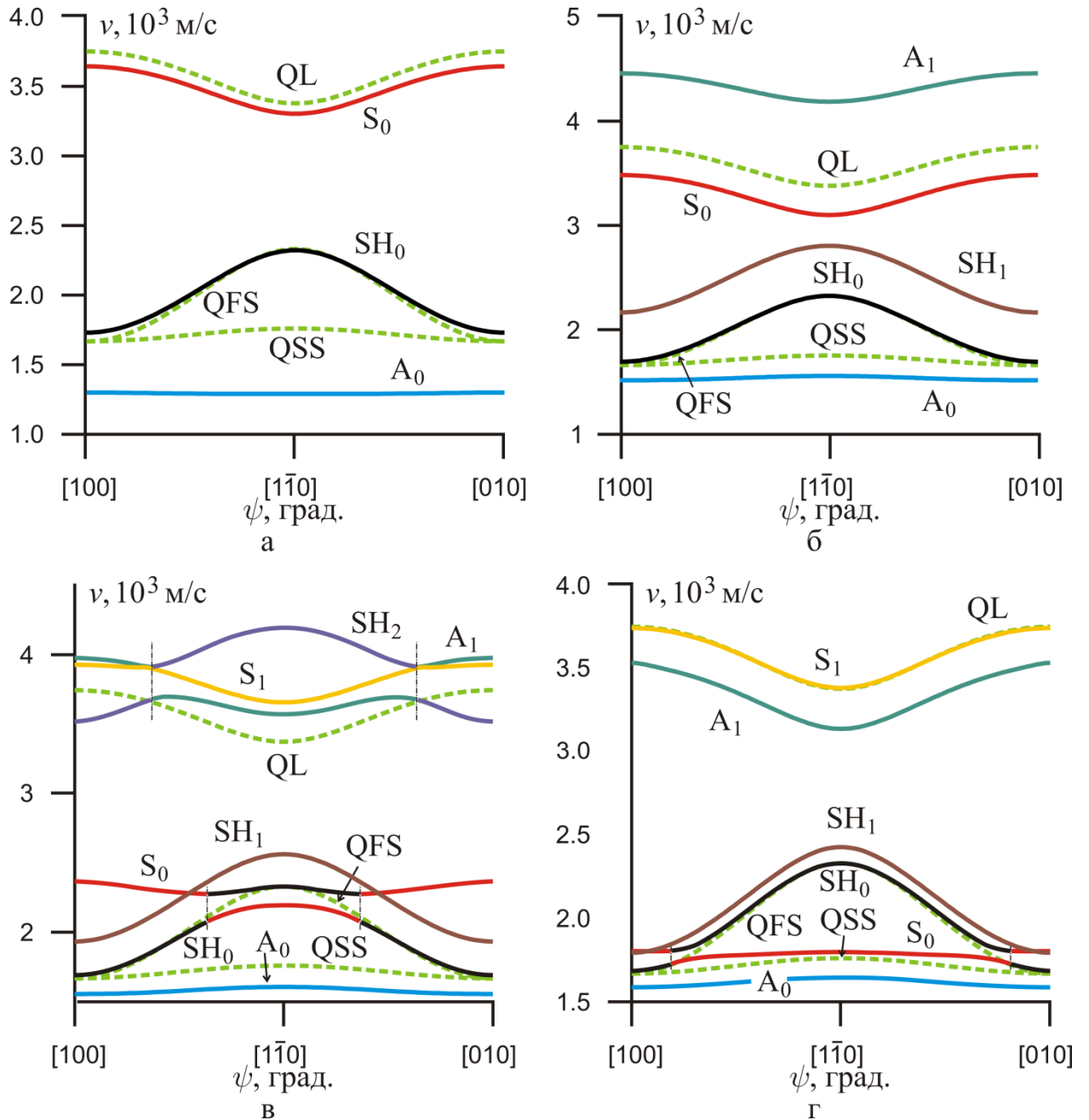


Рисунок С.1. Фазовые скорости акустических волн в пьезопластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в плоскости (001) ($E = 0$) при различных значениях произведения $h \times f$ (м/с): а) $h \times f = 500$; б) $h \times f = 1000$; в) $h \times f = 1500$; г) $h \times f = 2000$; е) $h \times f = 2500$; ф) $h \times f = 3000$. QL, QFS, QSS – фазовые скорости объемных продольной, быстрой и медленной сдвиговых волн.

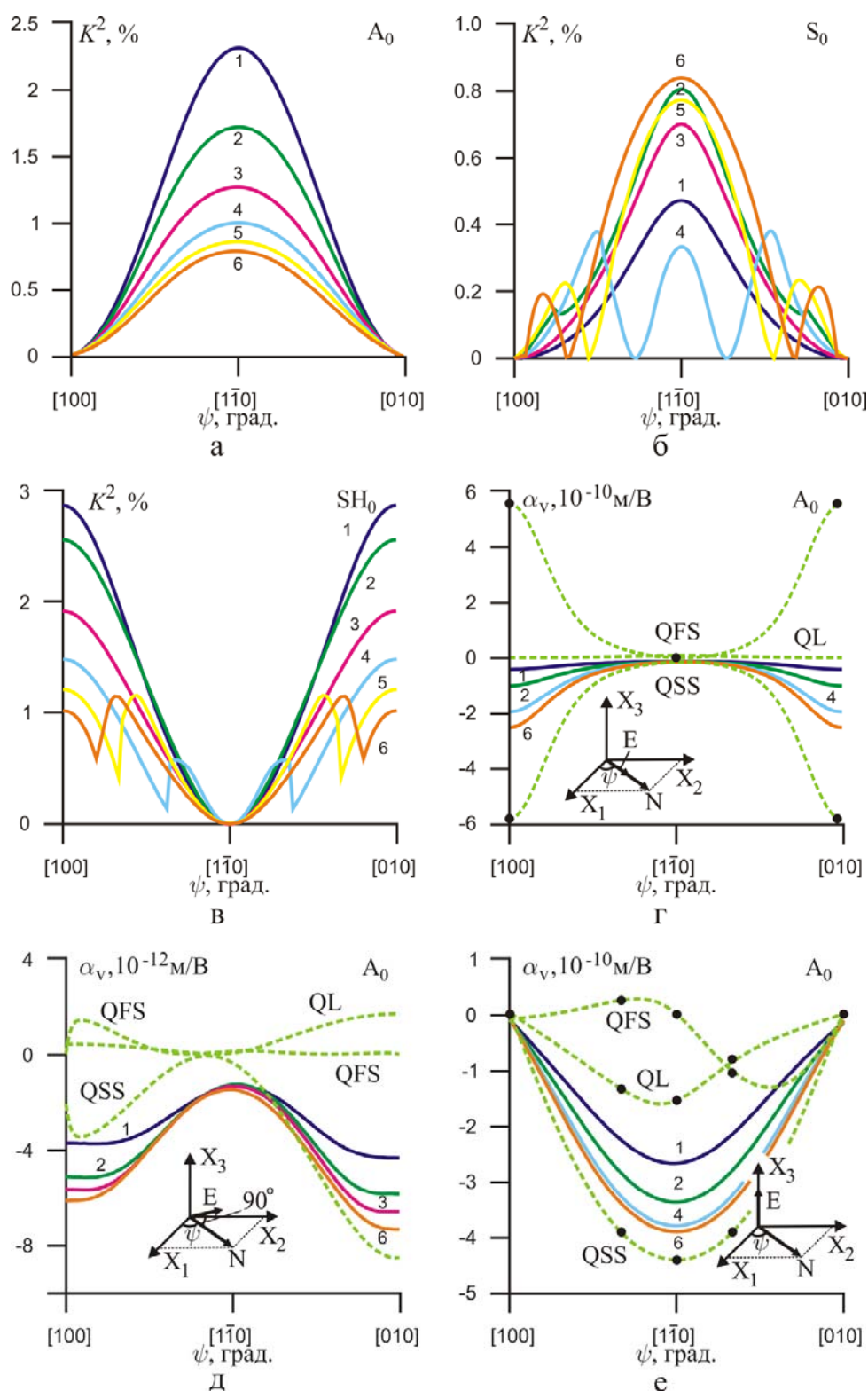


Рисунок С.2. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и моды A_0 волны Лэмба и SH-волны в пластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в плоскости (001): квадрат КЭМС а) A_0 , б) S_0 , в) SH -волны; г) коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; д) коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; е) коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$. Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$; 6 – $h \times f = 3000$. Точки – экспериментальные значения α_v из [15].

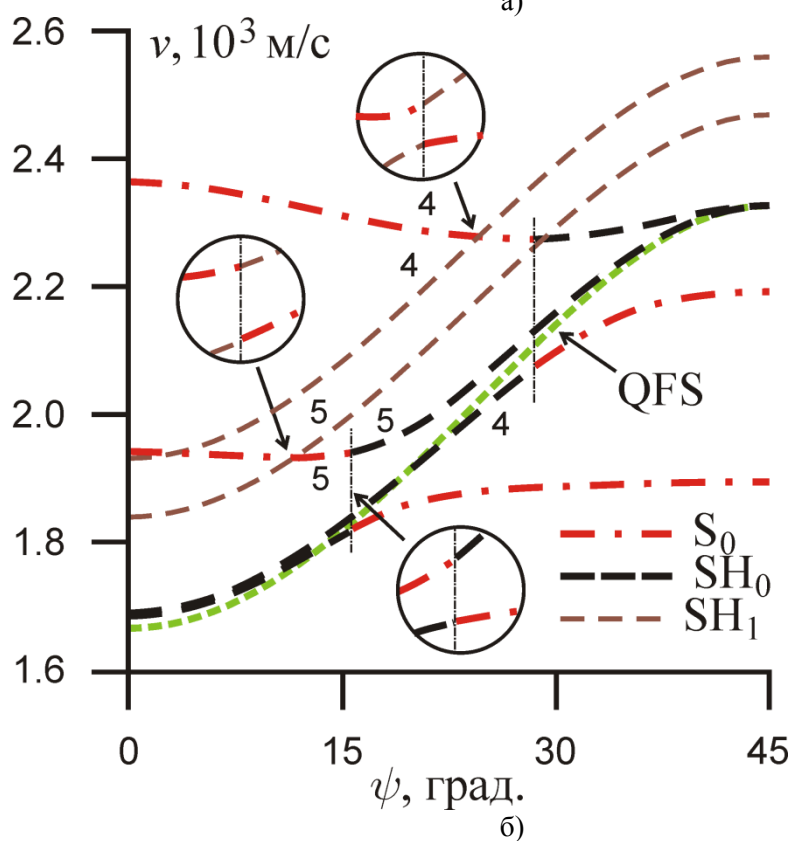
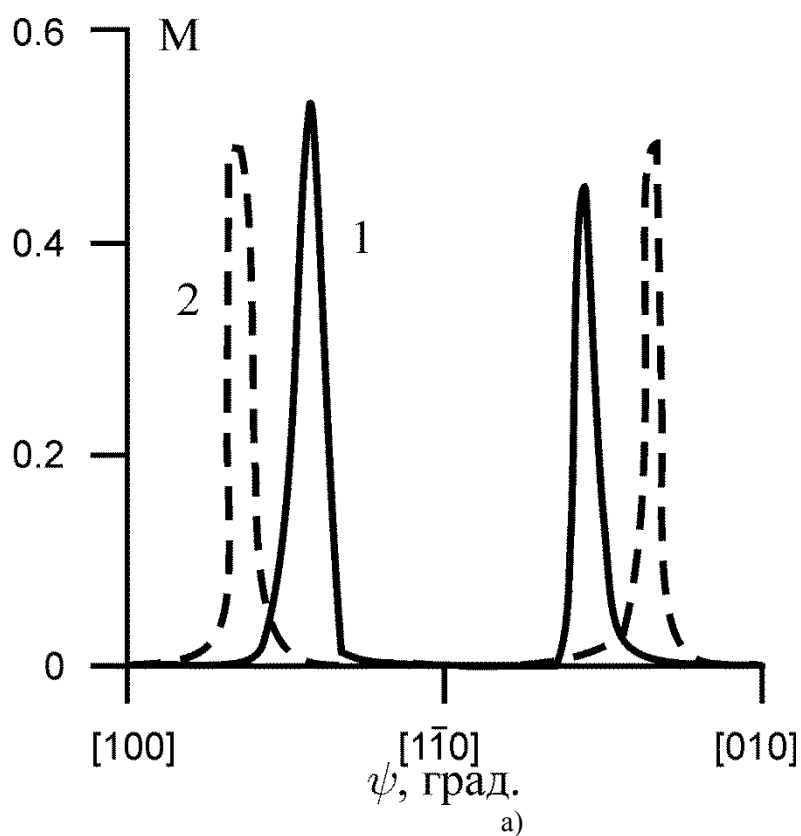


Рисунок. С.3. а) Коэффициенты гибридизации M при $E||X_1$: 1 - для мод S_0 - SH_1 при $h \times f = 2000 \text{ m/s}$; 2 - для мод S_0 - SH_0 при $h \times f = 2500 \text{ m/s}$. б) - Фазовые скорости мод волны Лэмба. На вставках приведены фазовые скорости при $E||X_1$

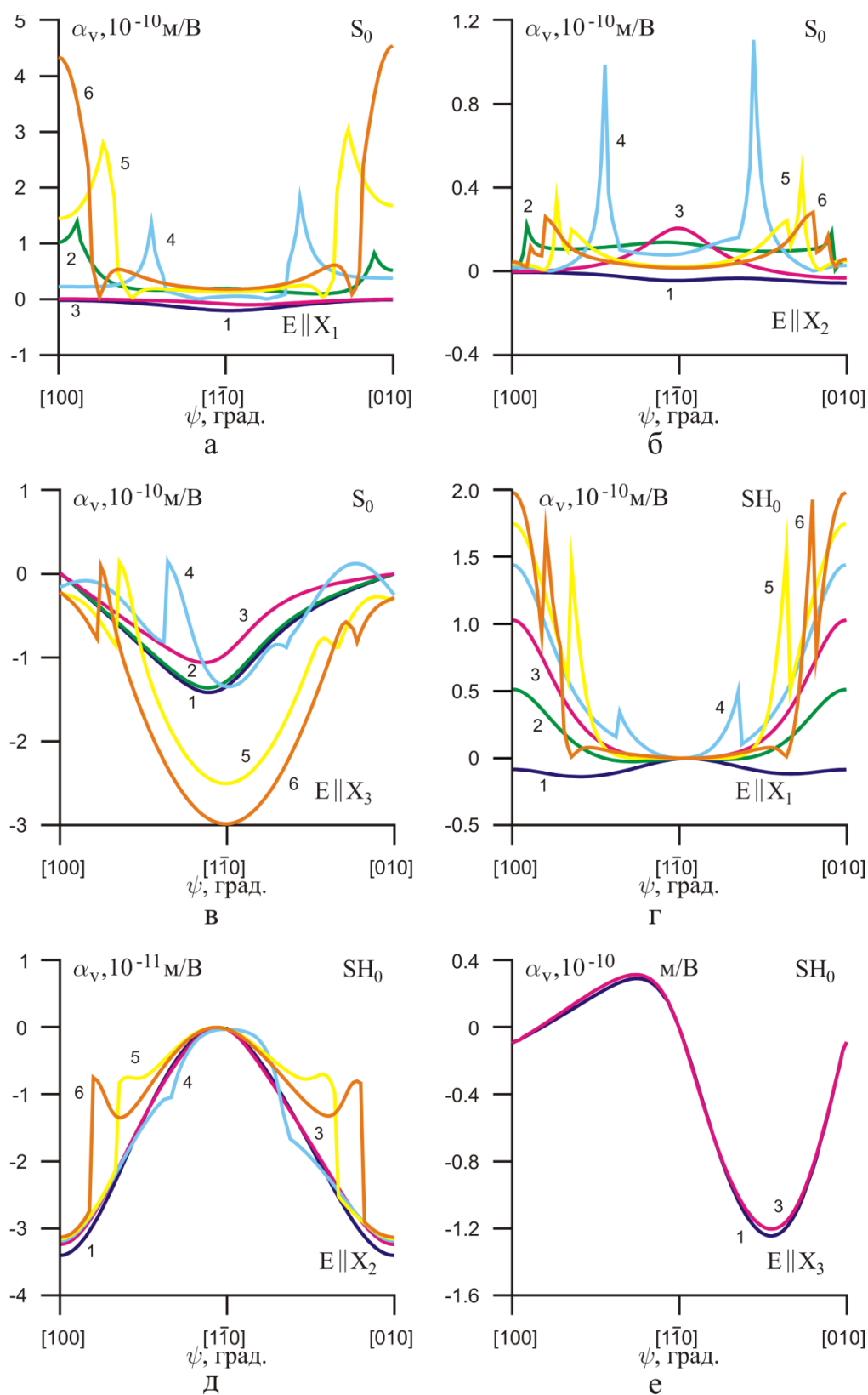


Рисунок С.4. Коэффициенты управляемости α_v моды S_0 волны Лэмба и SH-волны в пластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в плоскости (001): а, г) коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; б, д) коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; в, е) коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$. Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (м/с): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$; 6 – $h \times f = 3000$.

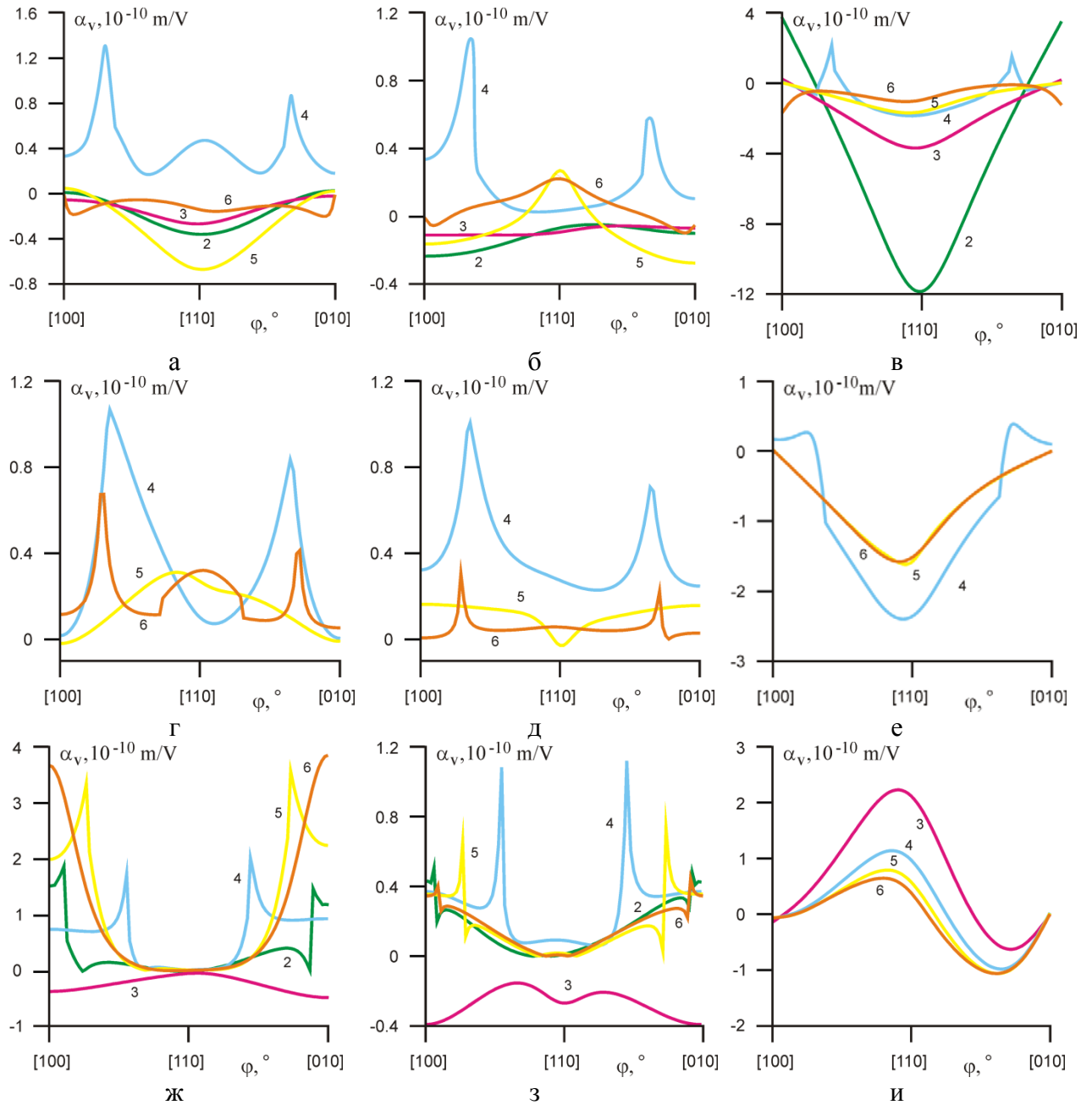


Рисунок. С.5. Коэффициенты управляемости α_v первых мод упругой волны в плоскости (001) пластины кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$: (а – в) - S_1 ; (г – еf) - A_1 ; (ж – и) - SH_1 ; а,г,жг – $E||X_1$; в, д, з – $E||X_2$; в, е, и – $E||X_3$.

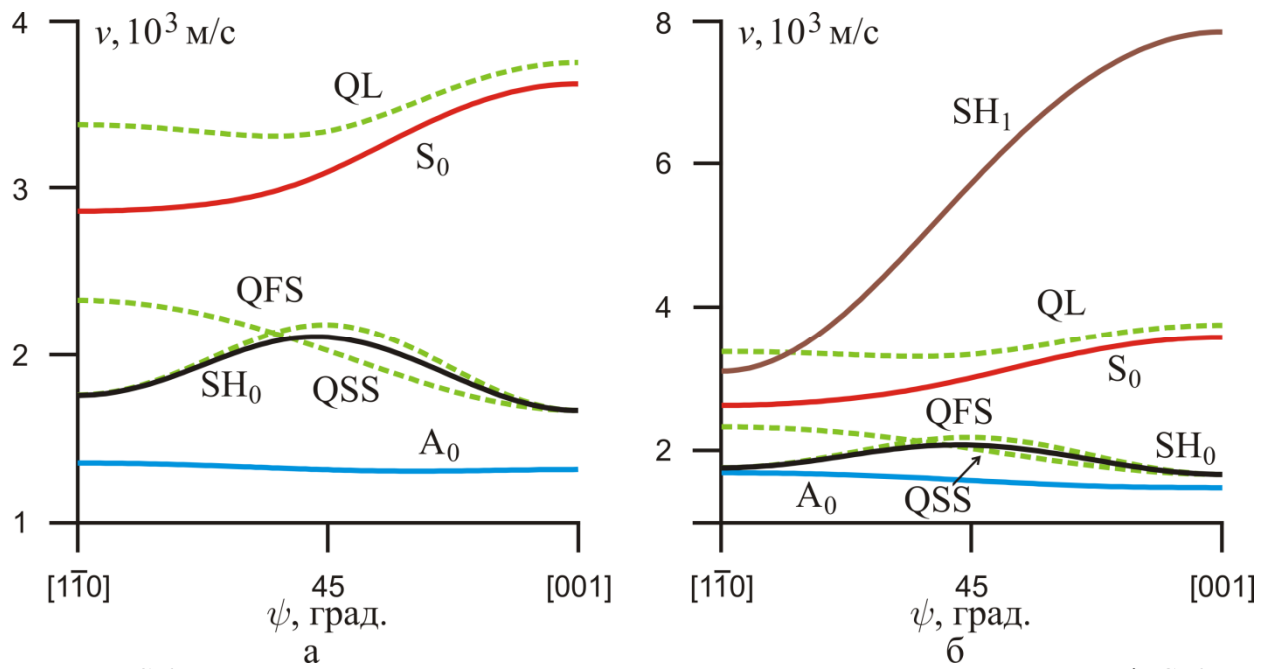


Рисунок. С.6. Фазовые скорости мод акустических волн в пьезопластине кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в плоскости (110) при $h \times f$ (м/с): а) $h \times f = 500$; б) $h \times f = 1000$.

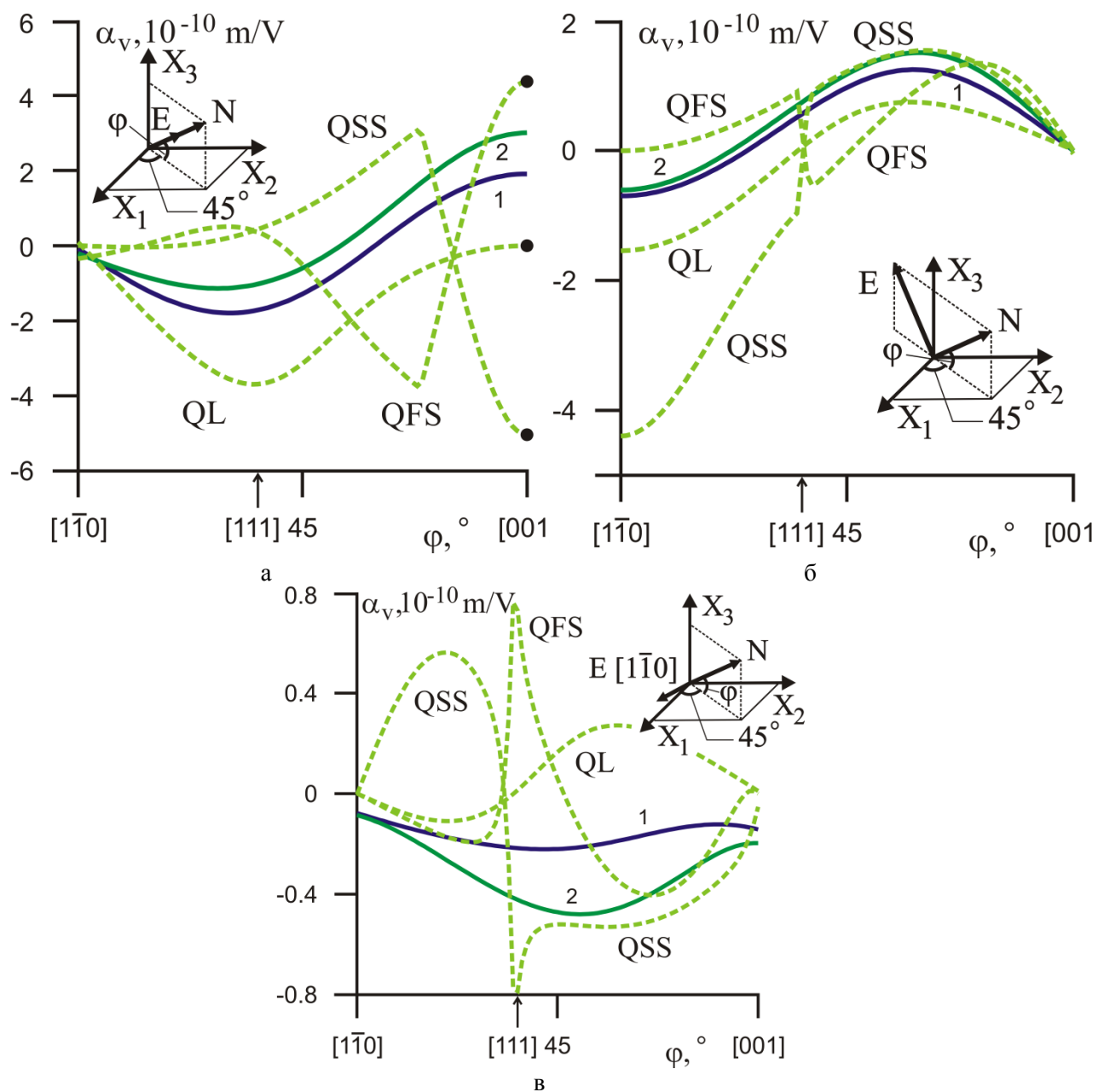


Рисунок. С.7. Коэффициенты управляемости α_v моды A_0 кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в плоскости (110) : а) $E \parallel X_1$; б) $E \parallel X_2$; в) $E \parallel X_3$.

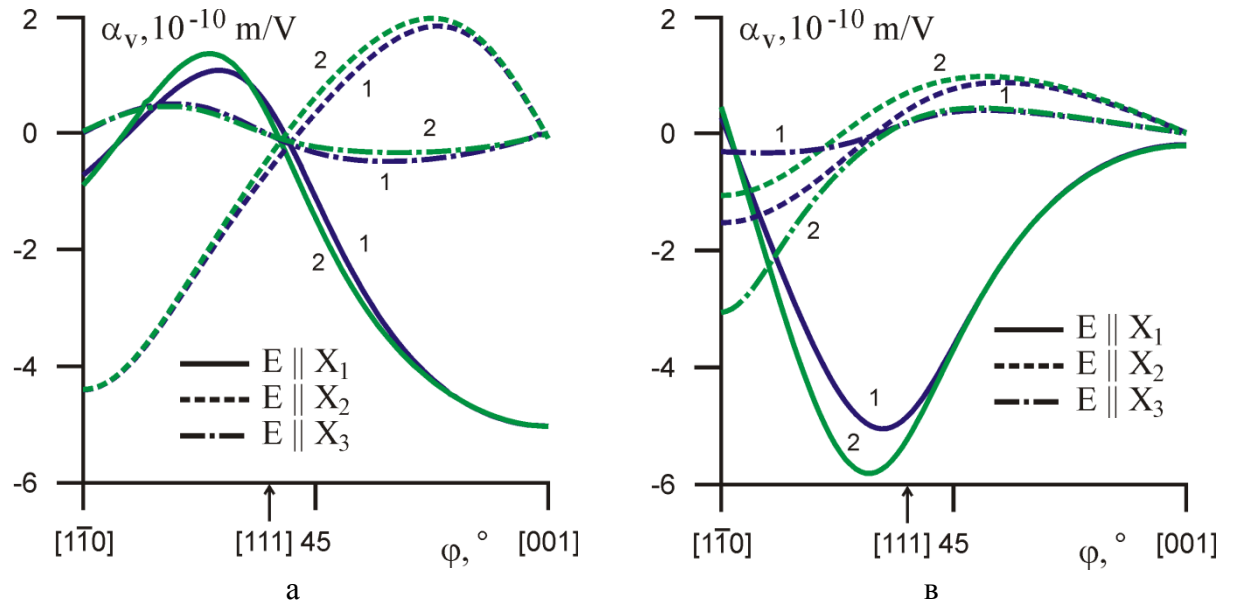


Рисунок. С.8. Коэффициенты управляемости α_v кристалла $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ в плоскости (110) для мод SH_0 (а) и S_0 (б).

Приложение D

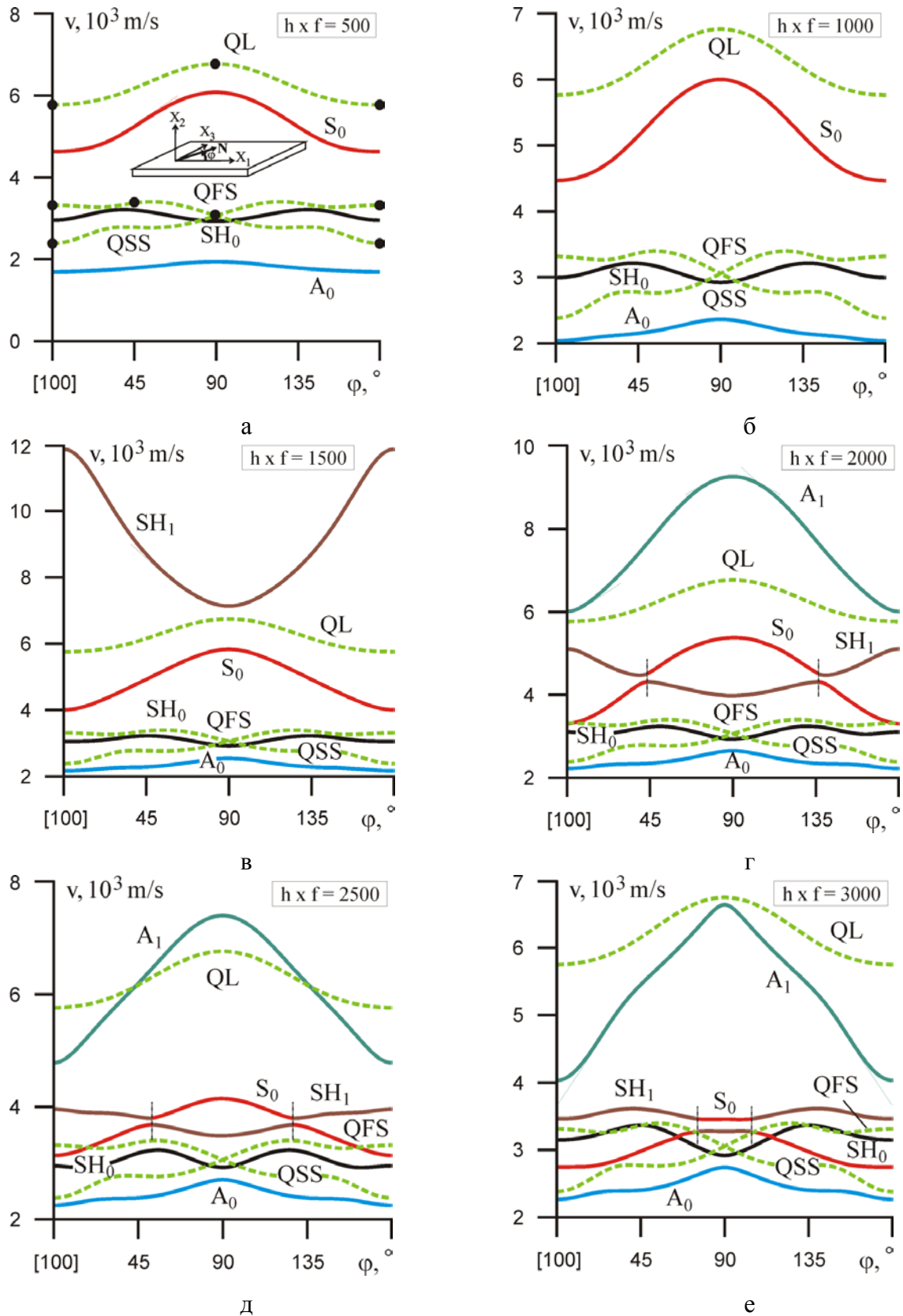


Рисунок. D.1. Фазовые скорости акустических волн в пьезопластине кристалла лангасита в плоскости (010) ($E = 0$) при различных значениях произведения $h \times f$ (м/с): а) $h \times f = 500$; б) $h \times f = 1000$; в) $h \times f = 1500$; г) $h \times f = 2000$; д) $h \times f = 2500$; е) $h \times f = 3000$. QL, QFS, QSS – кривые для объемных продольной, быстрой и медленной сдвиговых волн. Точки – экспериментальные значения фазовых скоростей из [145].

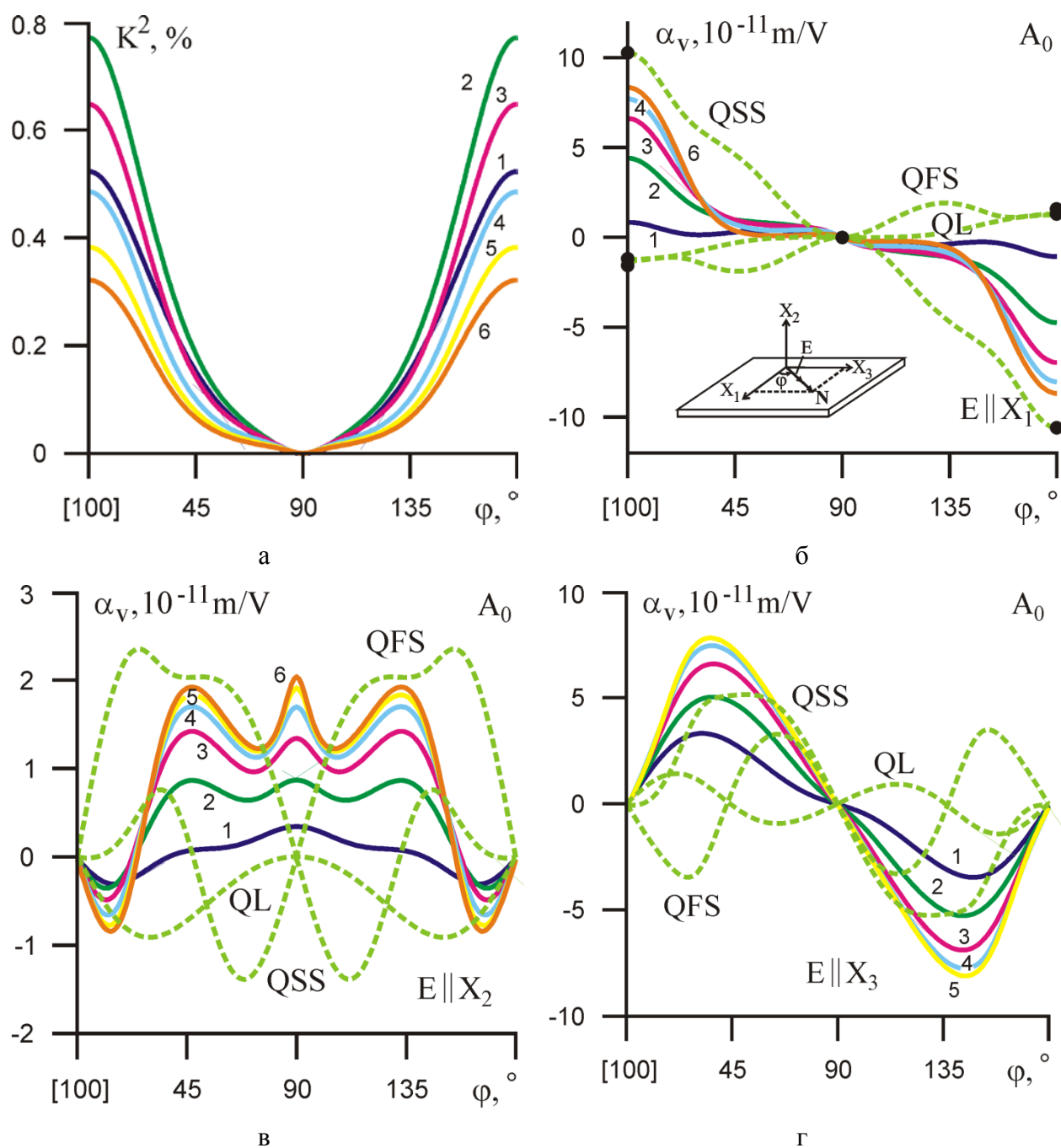


Рисунок. D.2. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и антисимметричной моды A_0 волны Лэмба в пластине кристалла лангасита плоскости (010): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$. Точки – экспериментальные значения α_v из [145]

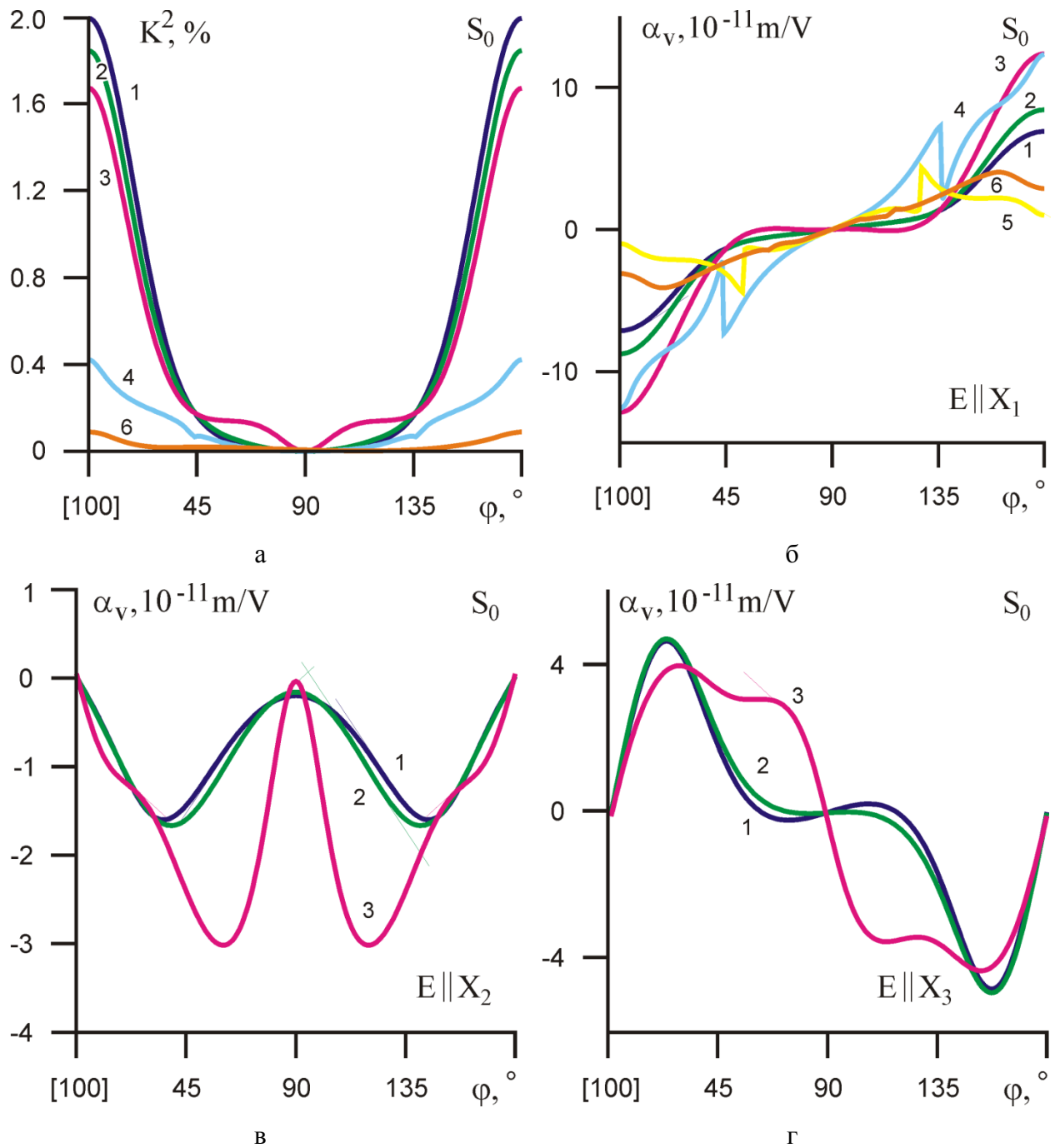


Рисунок. D.3. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и симметричной моды S_0 волны Лэмба в пластине кристалла лангасита плоскости (010): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$.

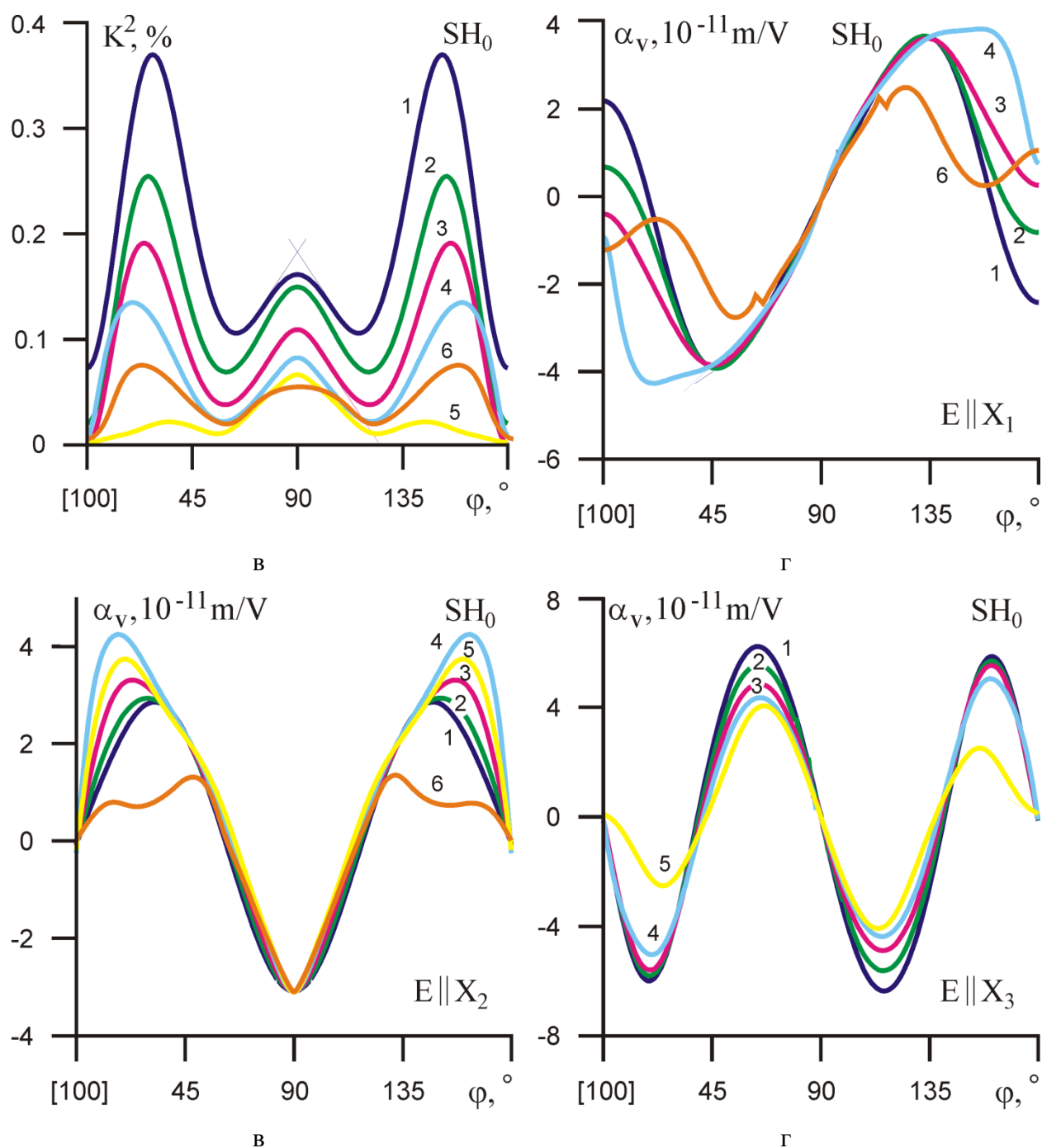
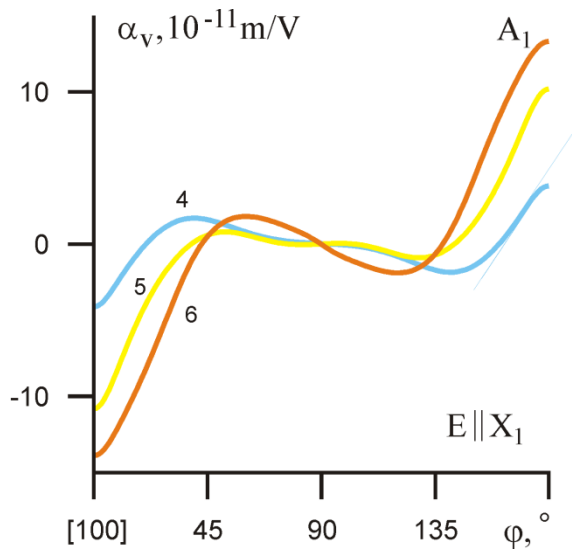
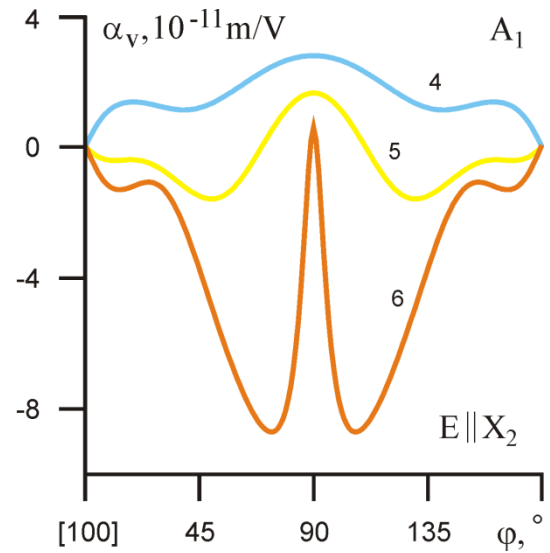


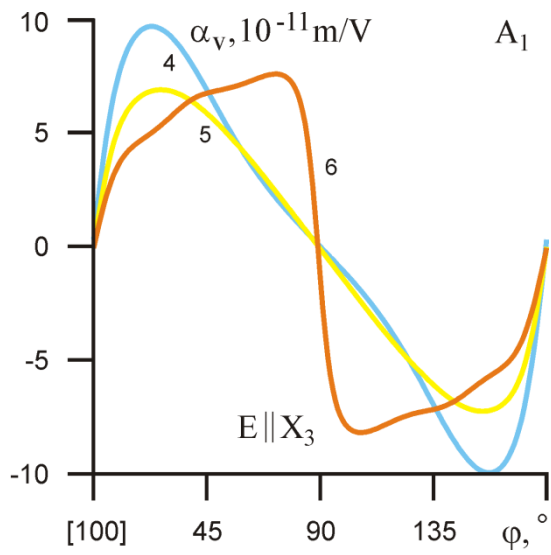
Рисунок. D.4. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и моды SH_0 упругой волны в пластине кристалла лангасита плоскости (010): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$.



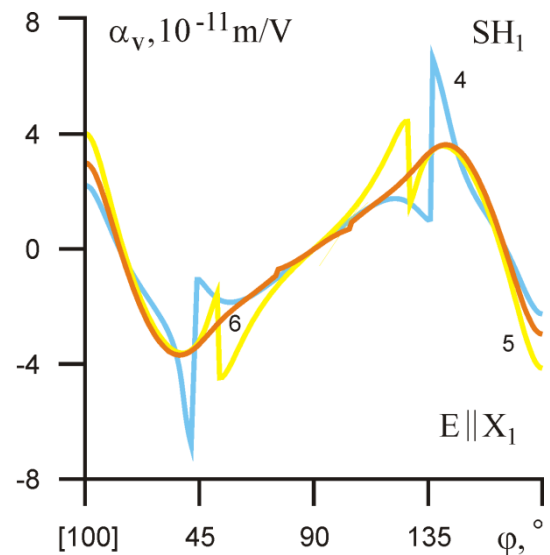
а



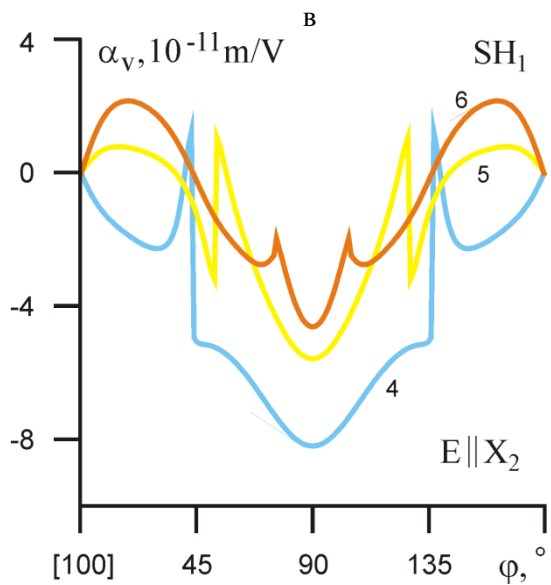
б



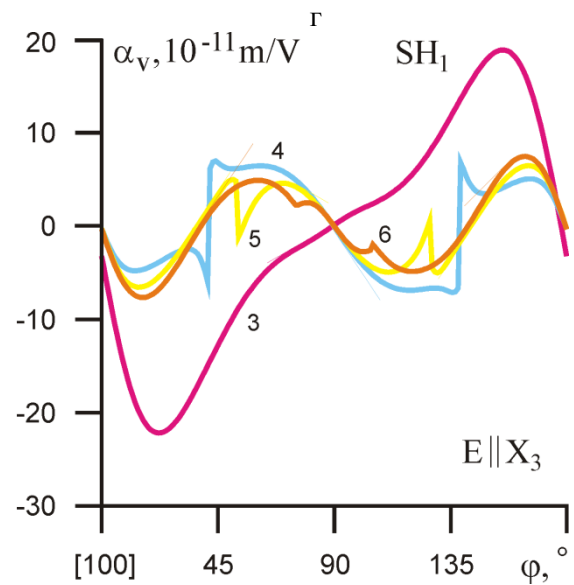
в



г



д



е

Рисунок. D.5. Коэффициенты управляемости α_v первых мод упругой волны в плоскости (010) кристалла лангасита (а – в) - A_1 ; (г – е) - SH_1 ; а, г - $E \parallel X_1$; б, д - $E \parallel X_2$; в, е - $E \parallel X_3$. Цифровые обозначения – как на рис.D.4

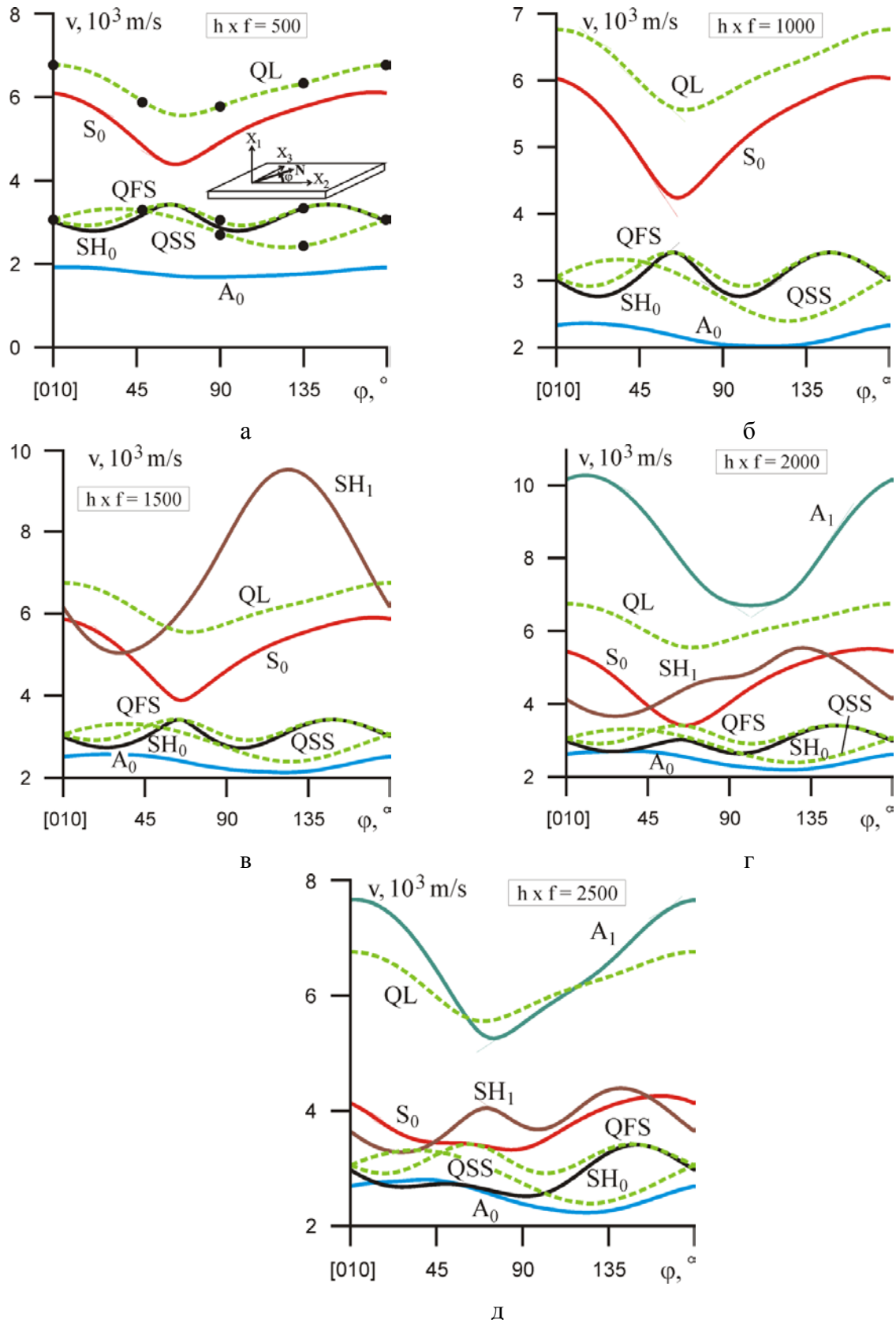


Рисунок. Д.6. Фазовые скорости акустических волн в пьезопластине кристалла лангасита в плоскости (100) ($E = 0$) при различных значениях произведения $h \times f$ (m/s): а) $h \times f = 500$; б) $h \times f = 1000$; в) $h \times f = 1500$; г) $h \times f = 2000$; д) $h \times f = 2500$. QL, QFS, QSS – кривые для объемных продольной, быстрой и медленной сдвиговых волн. Точки – экспериментальные значения фазовых скоростей из [145].

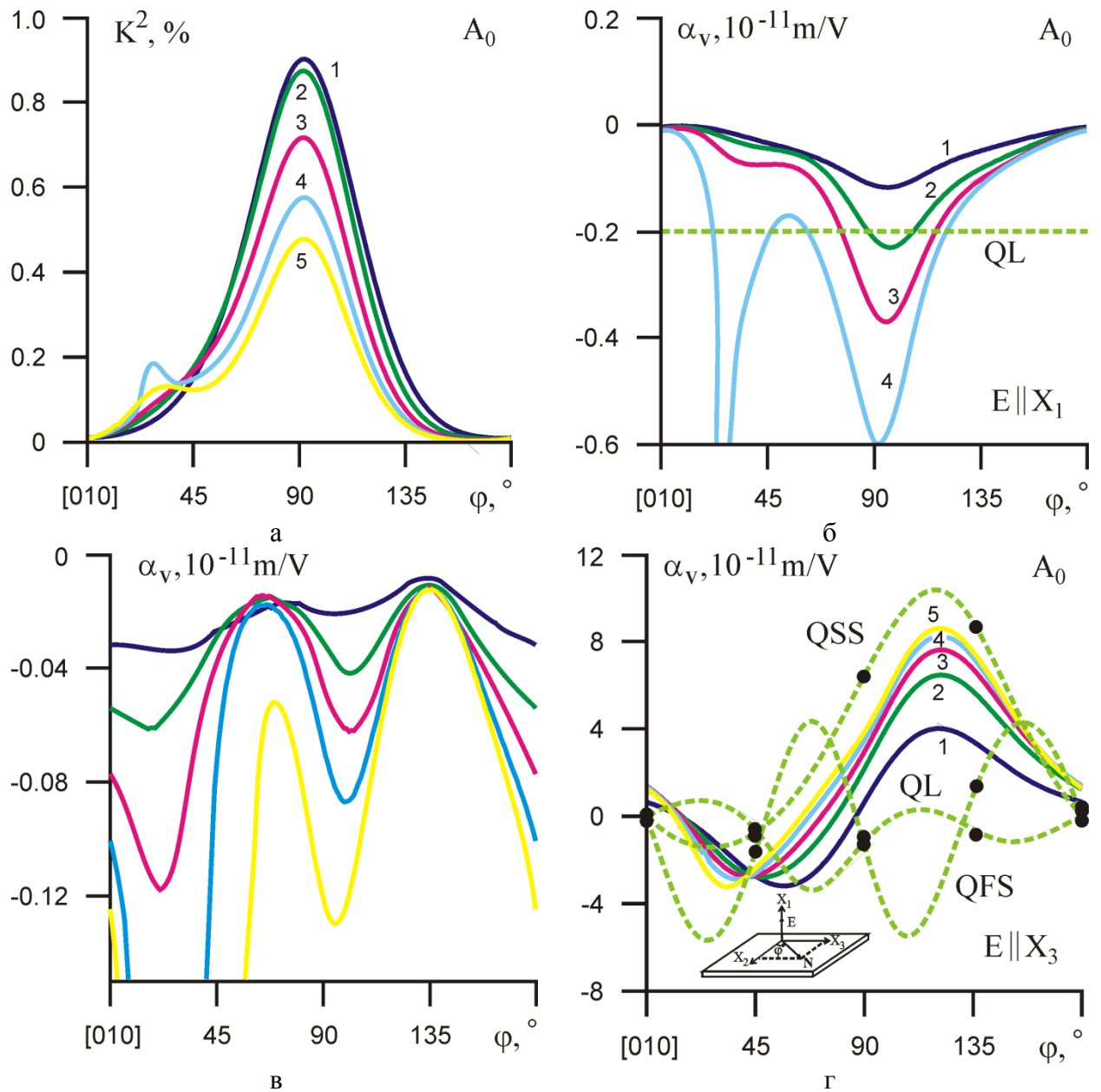


Рисунок. D.7. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и нулевых антисимметричной моды A_0 волны Лэмба в пластине кристалла лангасита плоскости (100): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$. Точки – экспериментальные значения α_v из [145]

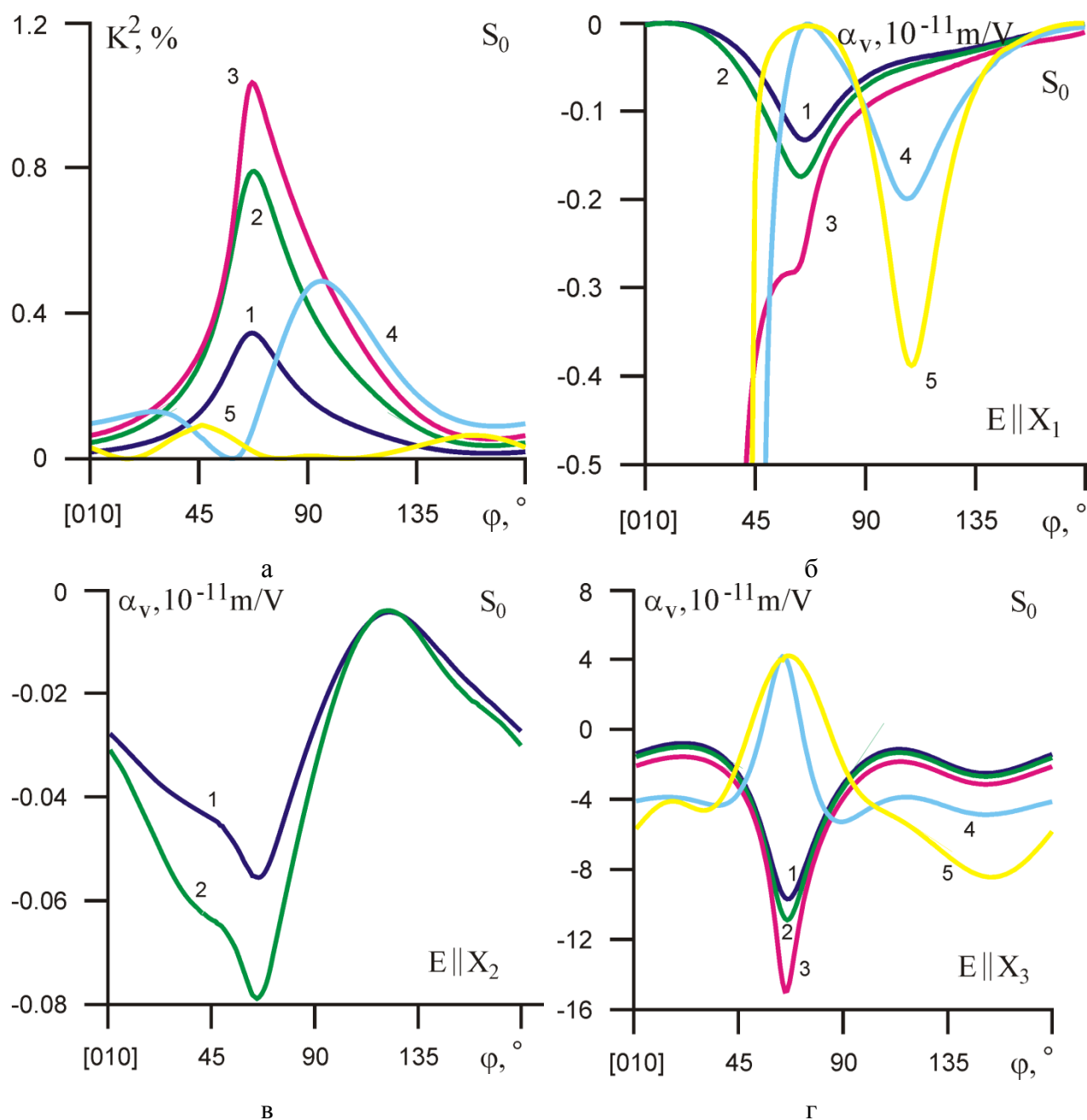


Рисунок. D.8. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и нулевых симметричной моды S_0 волны Лэмба в пластине кристалла лангасита плоскости (100): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Обозначения цифрами аналогично рис. D.2

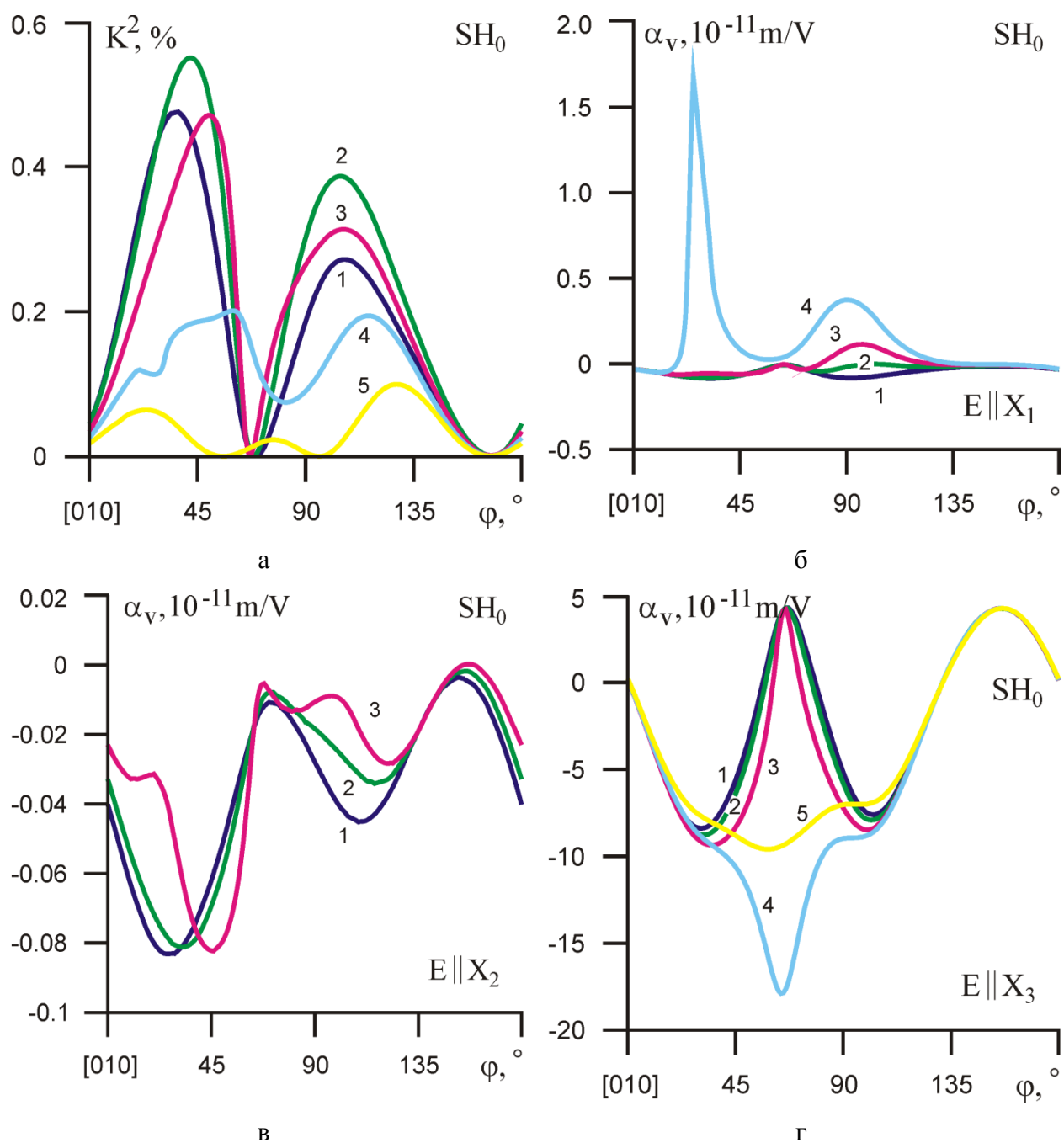


Рисунок. D.9. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и нулевых моды упругой волны SH_0 волны Лэмба в пластине кристалла лангасита плоскости (100): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в - коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г - коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Обозначения цифрами аналогично рис. D.2

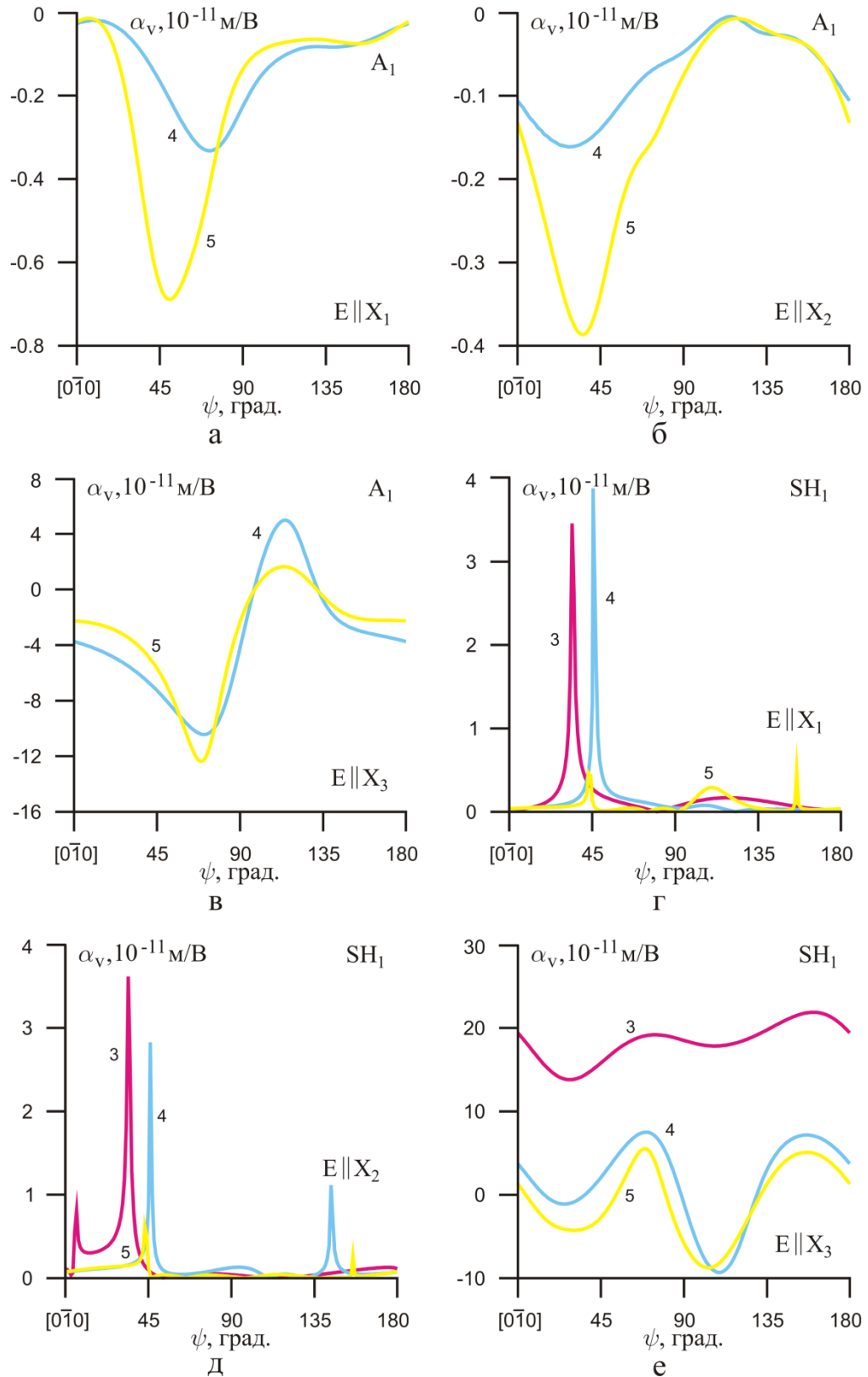


Рисунок. D.10. Коэффициенты управляемости α_v первых мод в плоскости (100) кристалла лангасита (а – в) - A_1 ; (г – е) - SH_1 ; а, г – $E \parallel X_1$; б, д – $E \parallel X_2$; в, е – $E \parallel X_3$. Цифровые обозначения – как на рис.D.2.

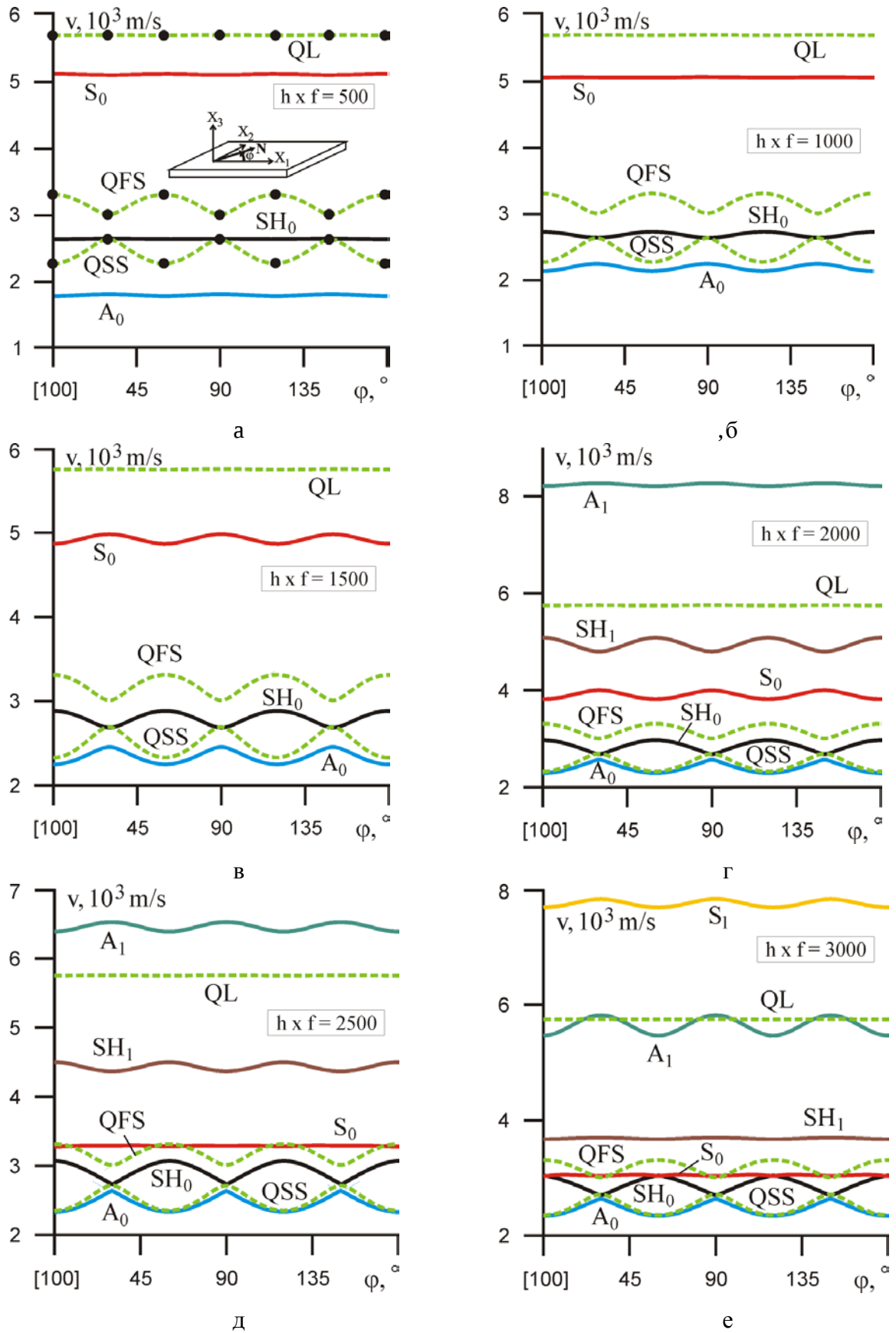


Рисунок. D.11. Фазовые скорости акустических волн в пьезопластине кристалла лангасита в плоскости (001) ($E = 0$) при различных значениях произведения $h \times f$ (м/с): а) $h \times f = 500$; б) $h \times f = 1000$; в) $h \times f = 1500$; г) $h \times f = 2000$; д) $h \times f = 2500$; е) $h \times f = 3000$. QL, QFS, QSS – ОАВ. Точки – экспериментальные значения фазовых скоростей из [145].

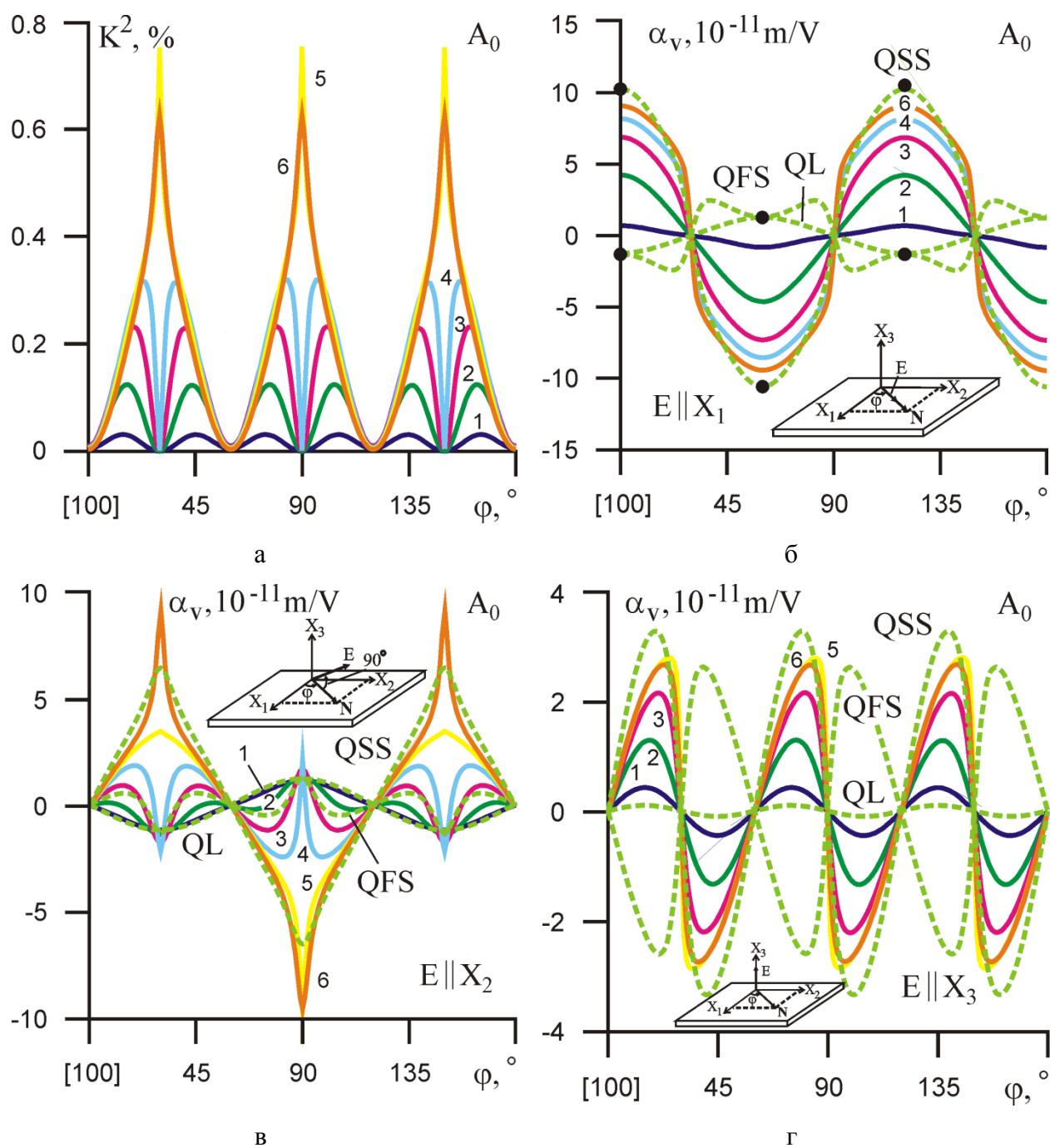


Рисунок. D.12. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и антисимметричной моды A_0 волны Лэмба в пластине кристалла лангасита плоскости (001): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$.

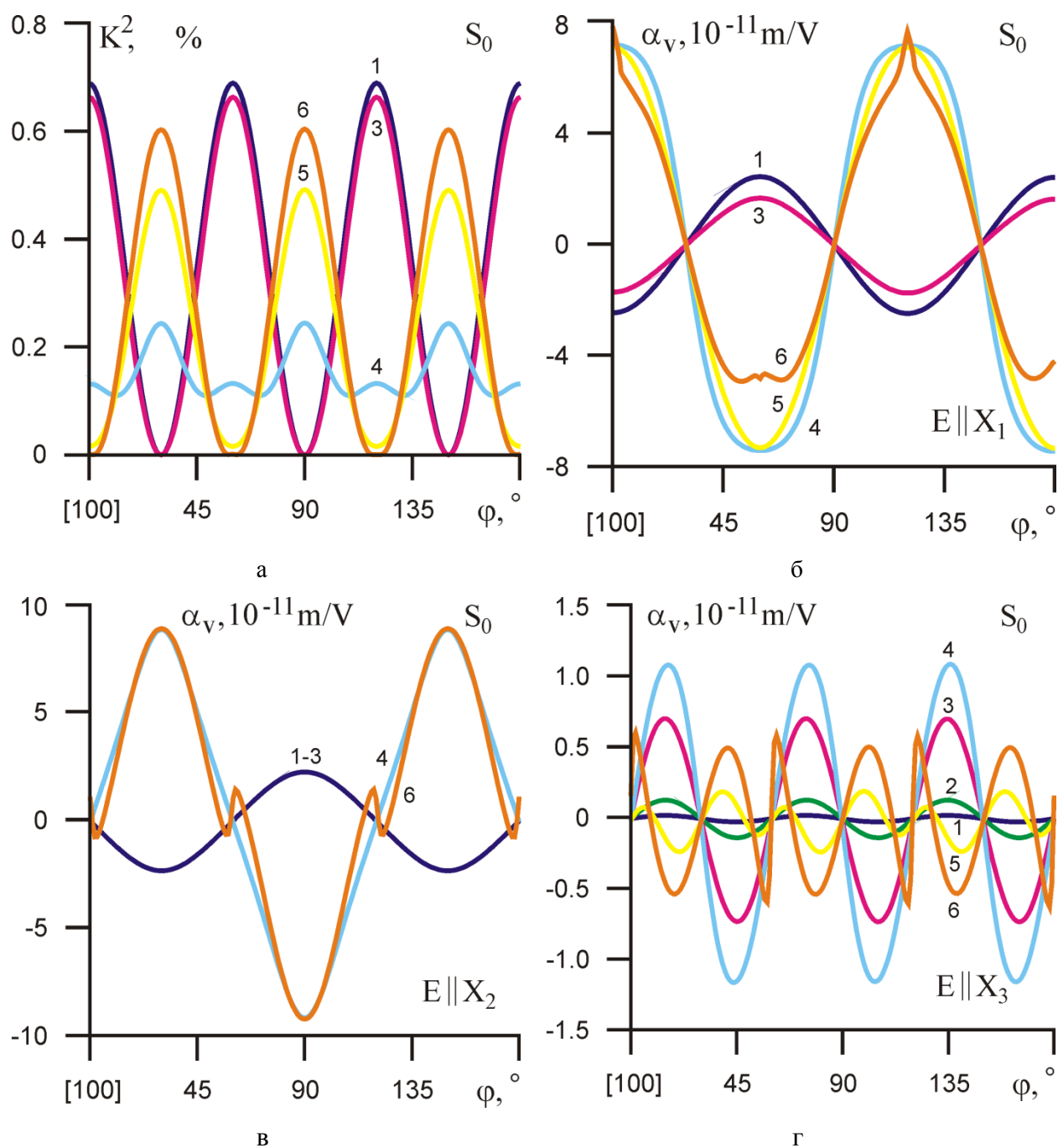


Рисунок. D.13. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и симметричной моды S_0 волны Лэмба в пластине кристалла лангасита плоскости (001): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$.

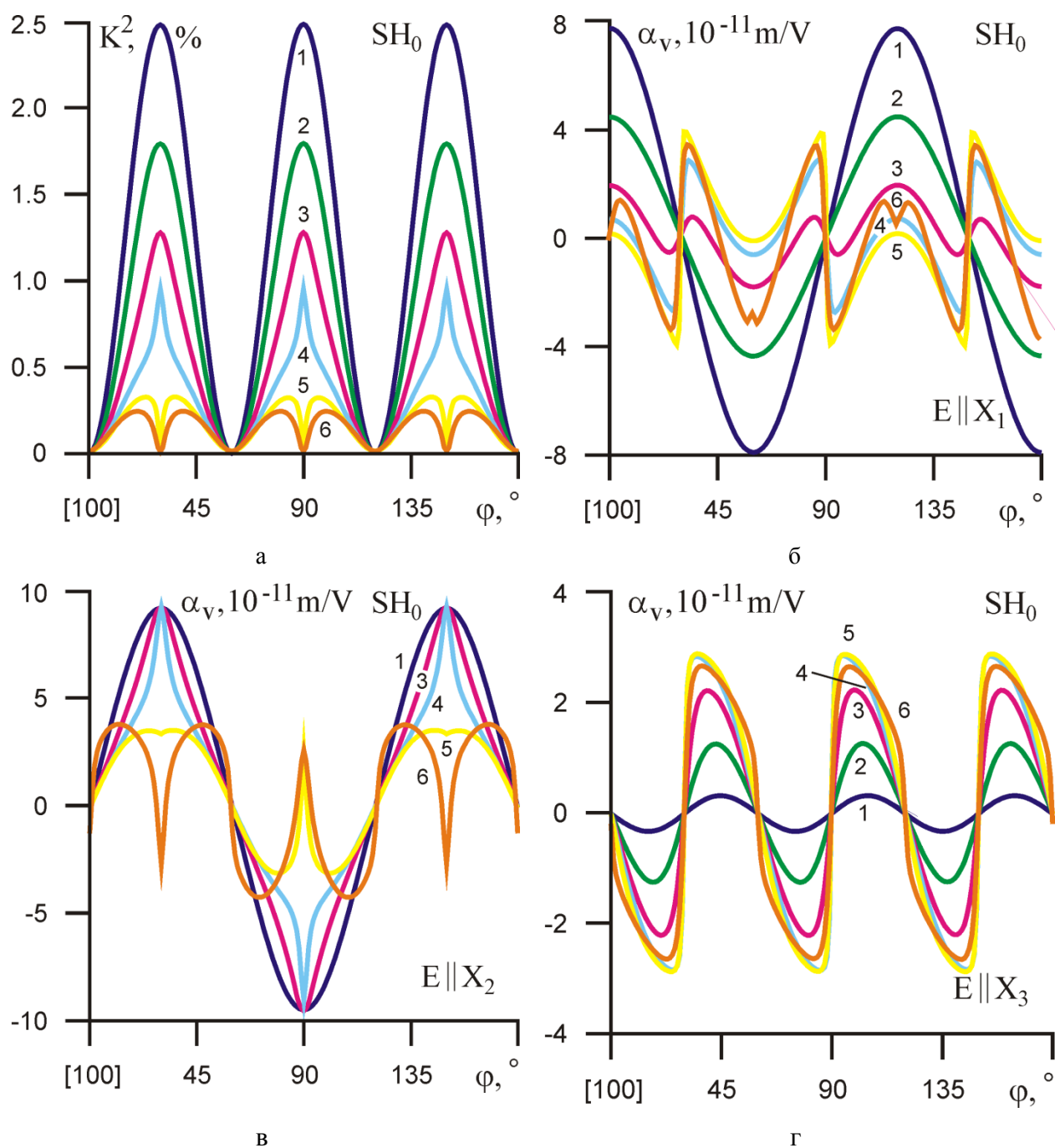


Рисунок. D.14. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и моды SH_0 упругой волны в пластине кристалла лангасита плоскости (001): а – квадрат КЭМС; б – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$.

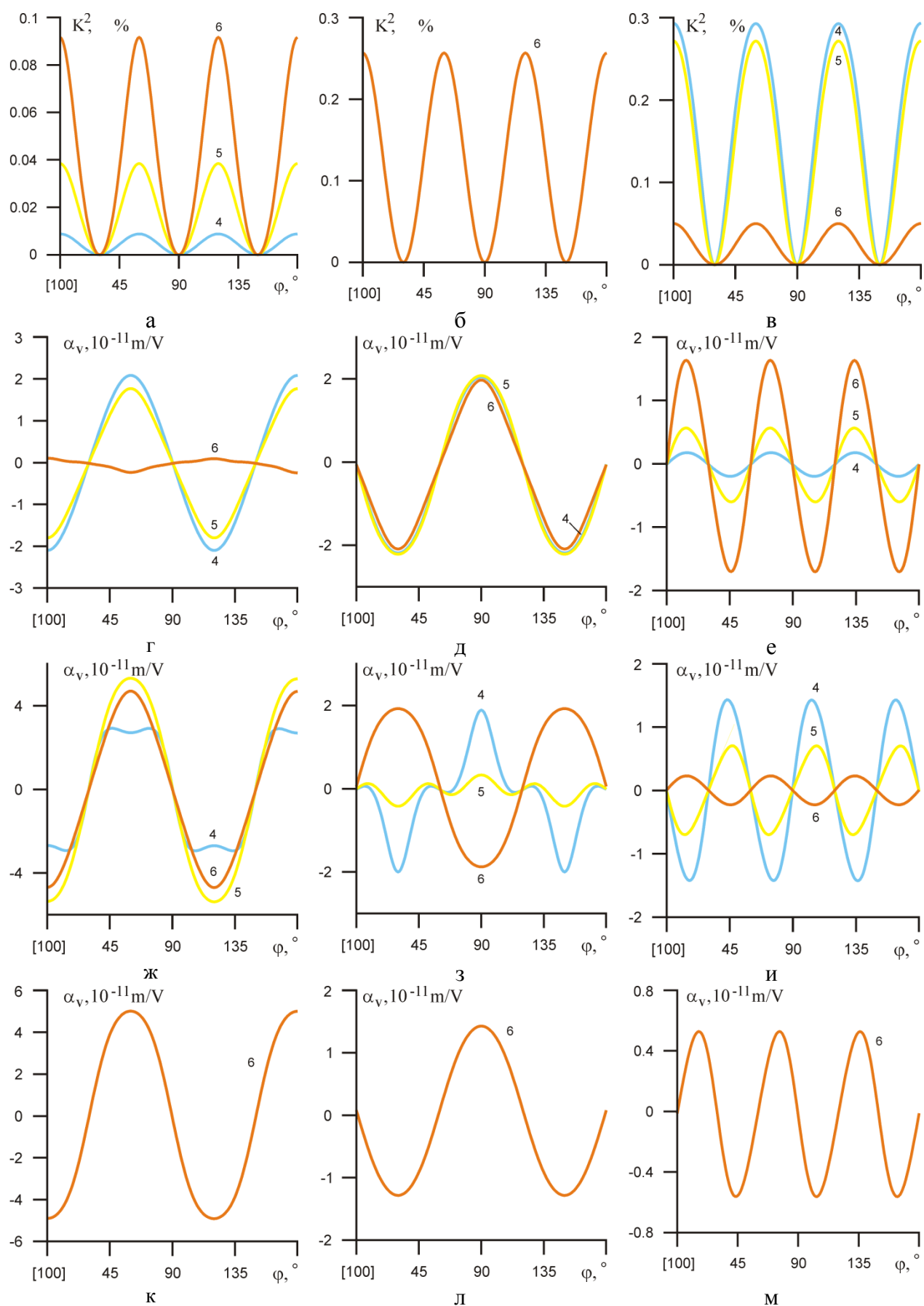


Рисунок. D.15. КЭМС и коэффициенты управляемости α_v первых мод в плоскости (001) кристалла лангасита (а – в) – КЭМС; (г – е) – A_1 ; (ж – и) – SH_1 ; (к – ы) – S_1 ; а, ж, к – $E||X_1$; д, з, л – $E||X_2$; е, и, м – $E||X_3$. Цифровые обозначения – как на рис.D.14.

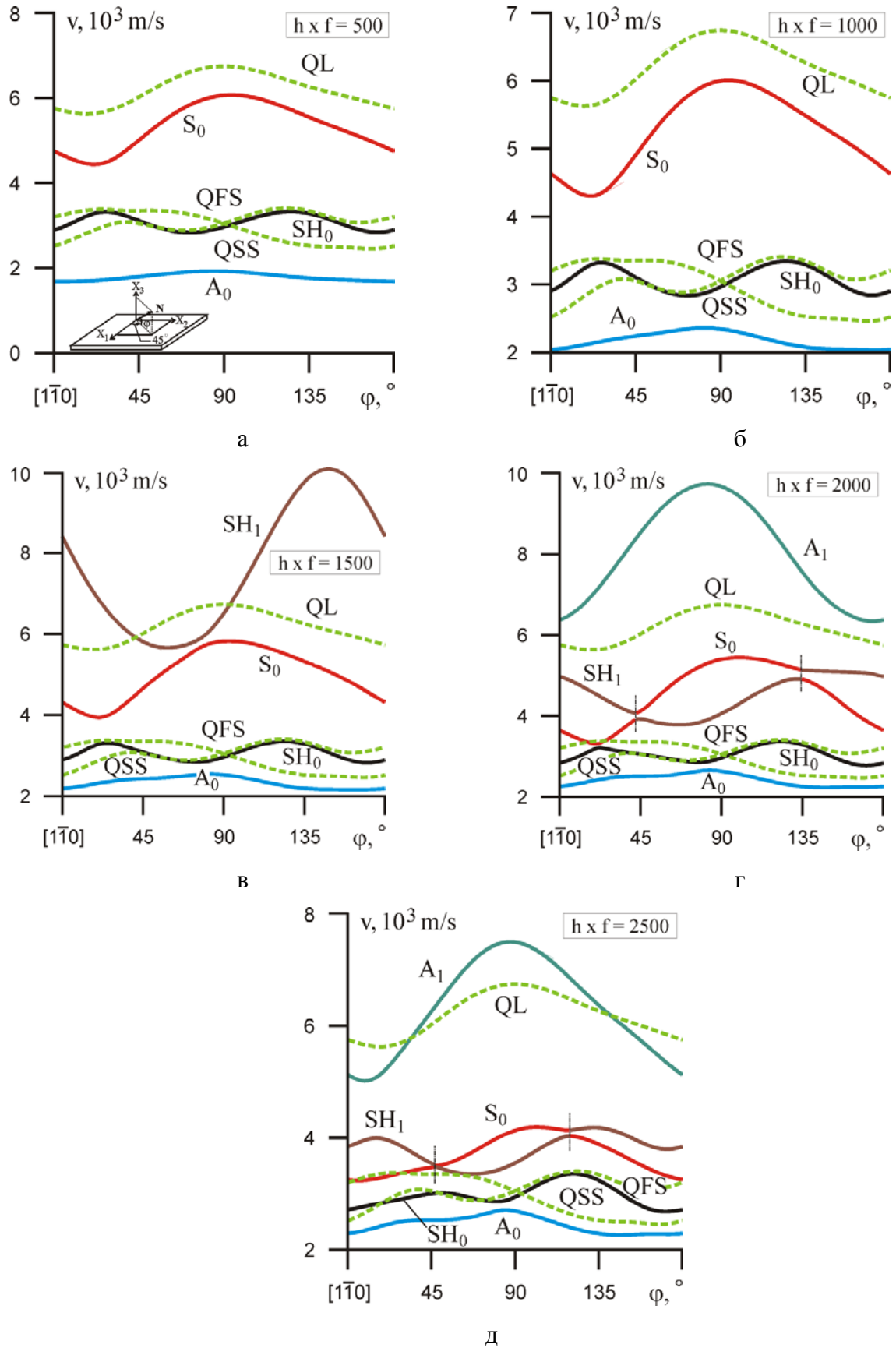


Рисунок. D.16. Фазовые скорости акустических волн в пьезопластине кристалла лангасита в плоскости (110) ($E = 0$) при различных значениях произведения $h \times f$ (m/s): а) $h \times f = 500$; б) $h \times f = 1000$; в) $h \times f = 1500$; г) $h \times f = 2000$; д) $h \times f = 2500$. QL, QFS, QSS – OAB

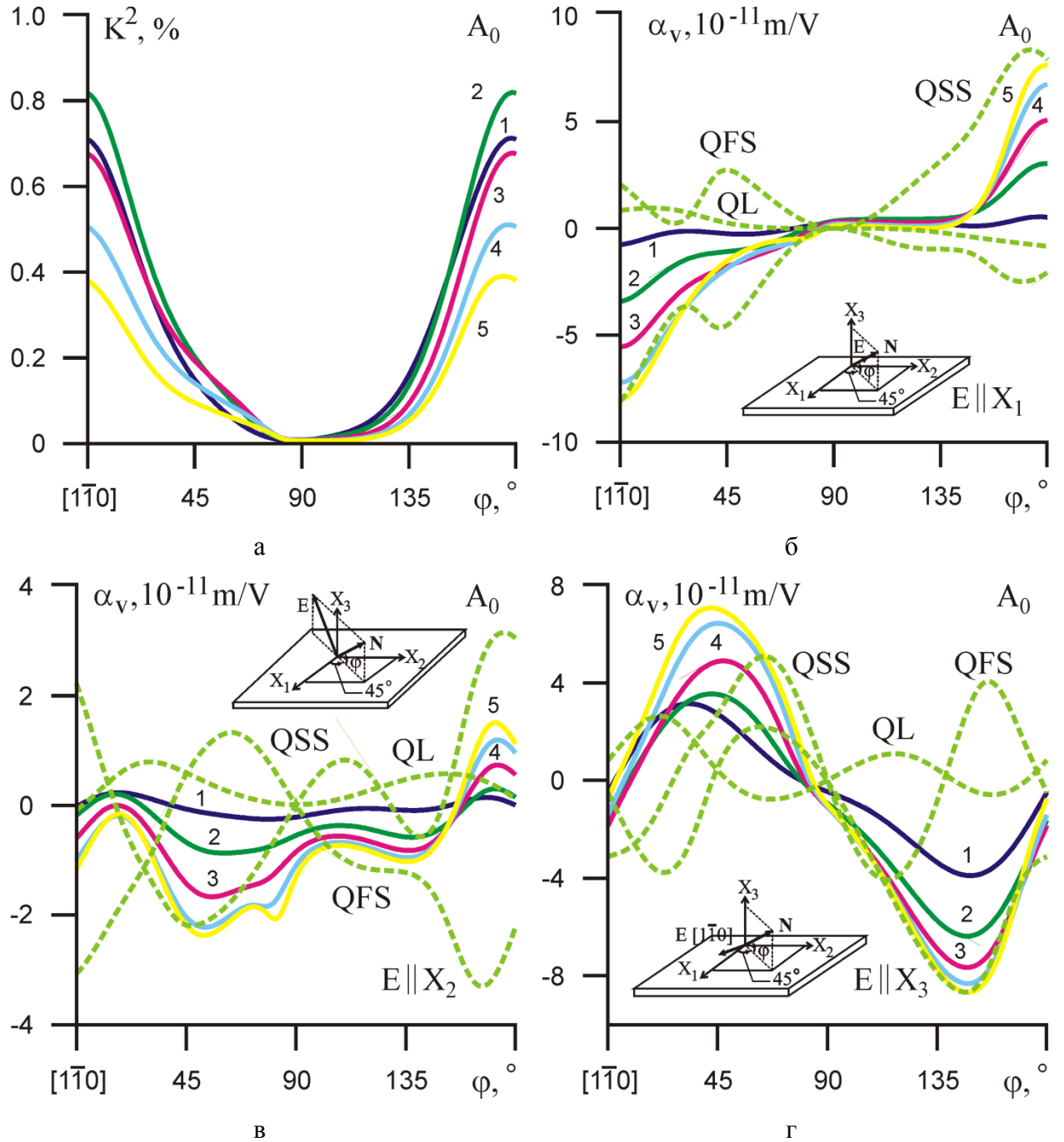


Рисунок. D.17. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и антисимметричной моды A_0 волны Лэмба кристалла лангасита в плоскости (110): а) – квадрат КЭМС; б) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (м/с): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$; 6 – $h \times f = 3000$..

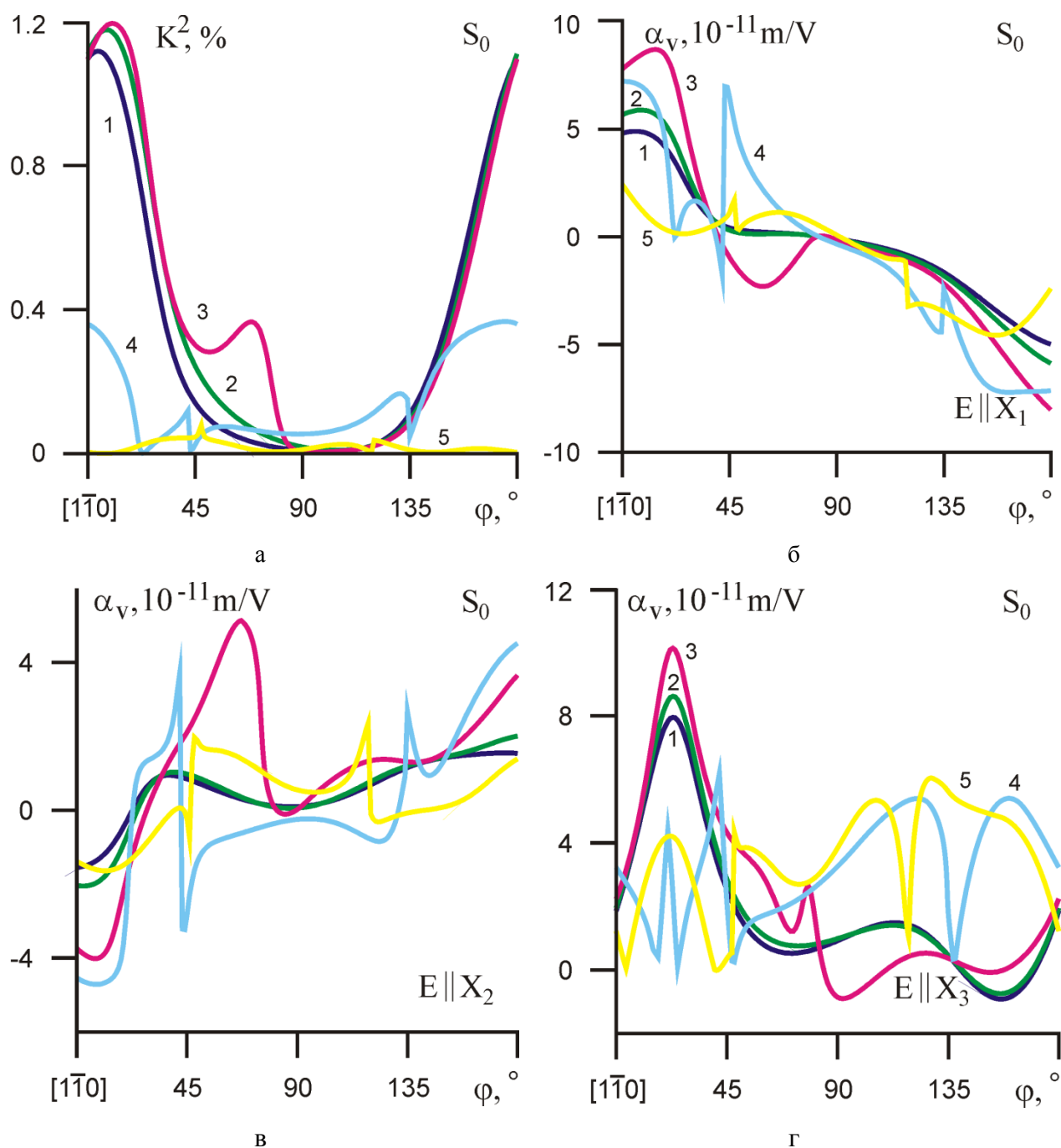


Рисунок. D.18. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и симметричной моды S_0 волны Лэмба кристалла лангасита в плоскости (110): а) – квадрат КЭМС; б) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$; 6 – $h \times f = 3000$..

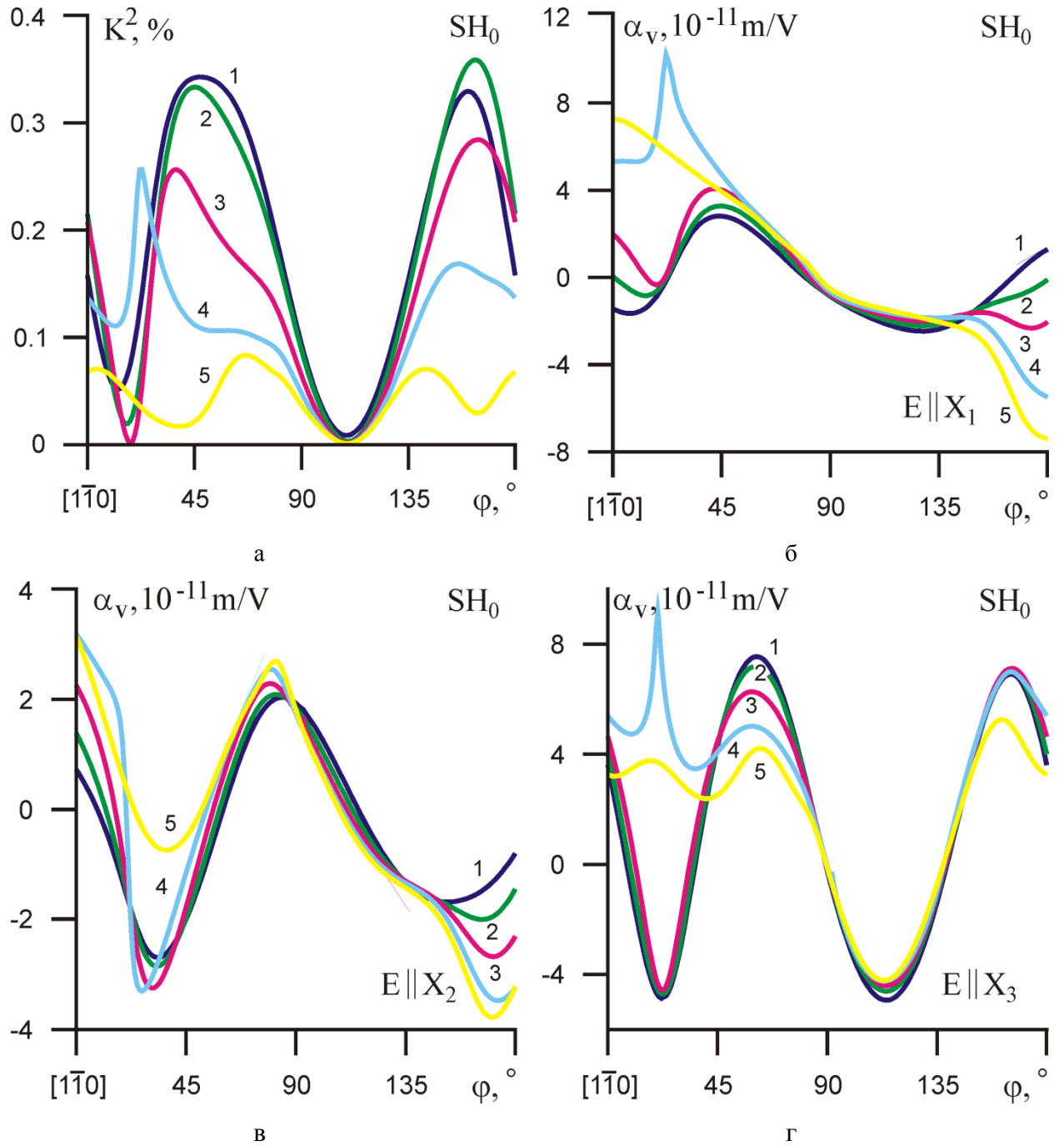


Рисунок. D.19. Квадрат КЭМС и коэффициенты управляемости α_v объемных волн и моды SH_0 упругой волны кристалла лангасита в плоскости (110) : а) – квадрат КЭМС; б) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; в) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; г) – коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$; Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$; 4 – $h \times f = 2000$; 5 – $h \times f = 2500$; 6 – $h \times f = 3000$.

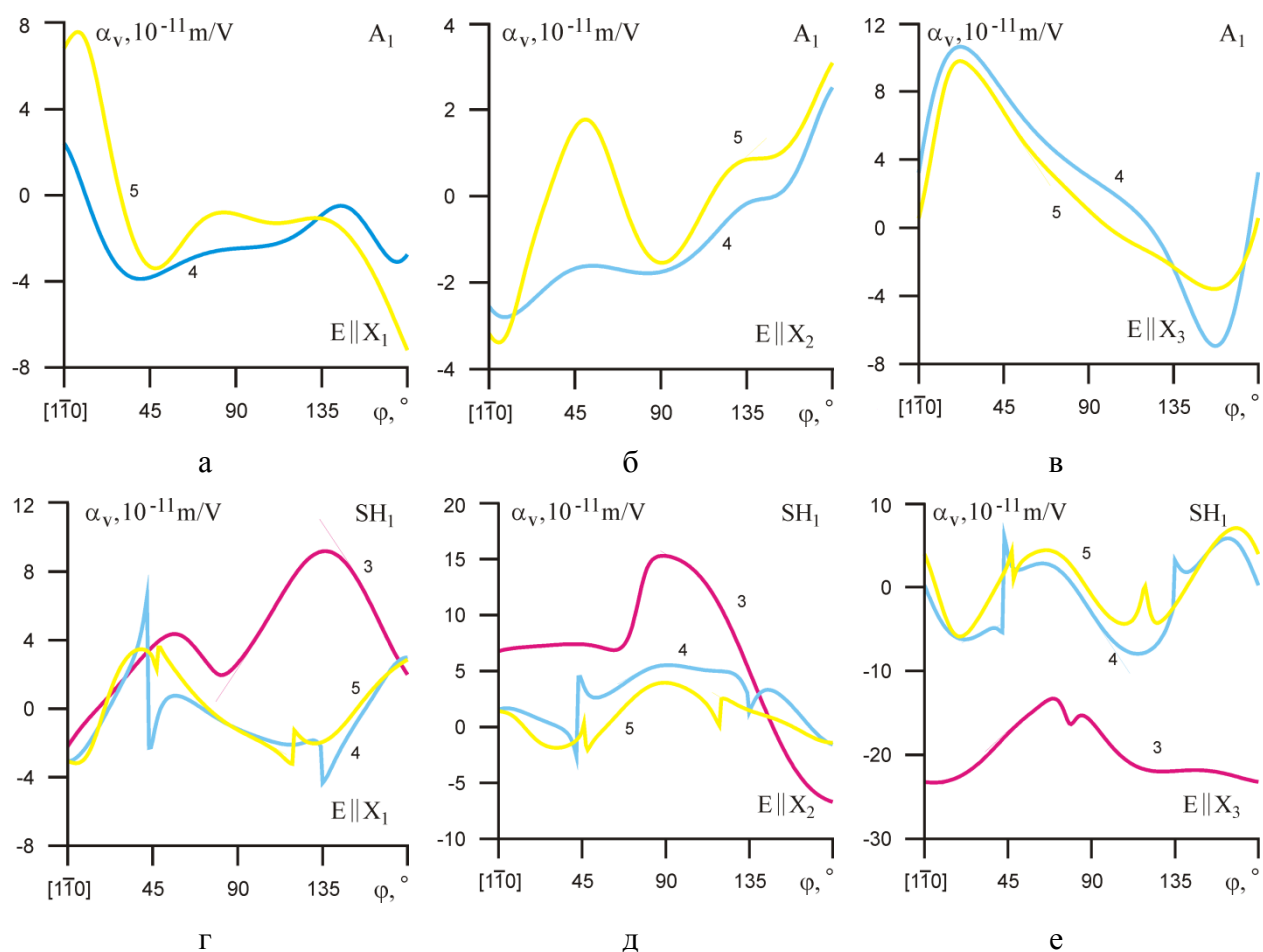
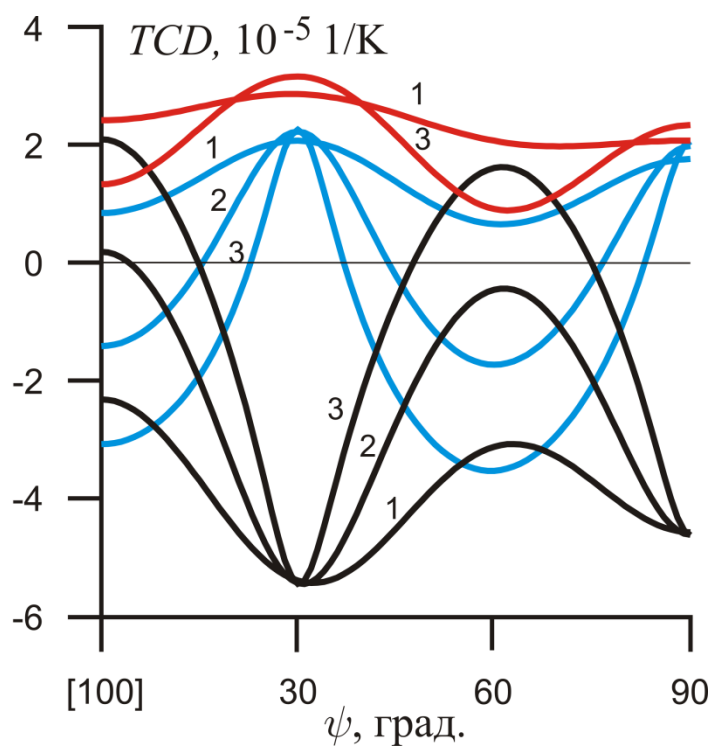
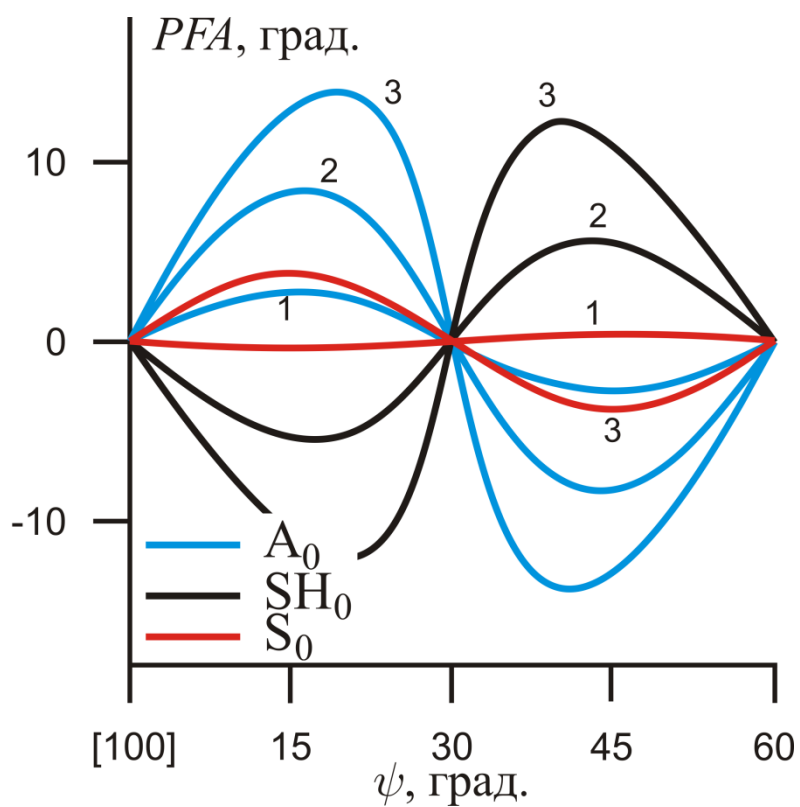


Рисунок. D.20. Коэффициенты управляемости α_v первых мод упругой волны в плоскости (110) кристалла лангасита (а – в) - A_1 ; (г – е) - SH_1 ; а, г – $E \parallel X_1$; б, д – $E \parallel X_2$; в, е – $E \parallel X_3$. Цифровые обозначения – как на рис.D.19



а



б

Рисунок. D.21. Коэффициенты температурной задержки акустических волн TCD (а) и углов отклонения потока энергии PFA (б) в пьезопластине кристалла лангасита Z -срез. Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$

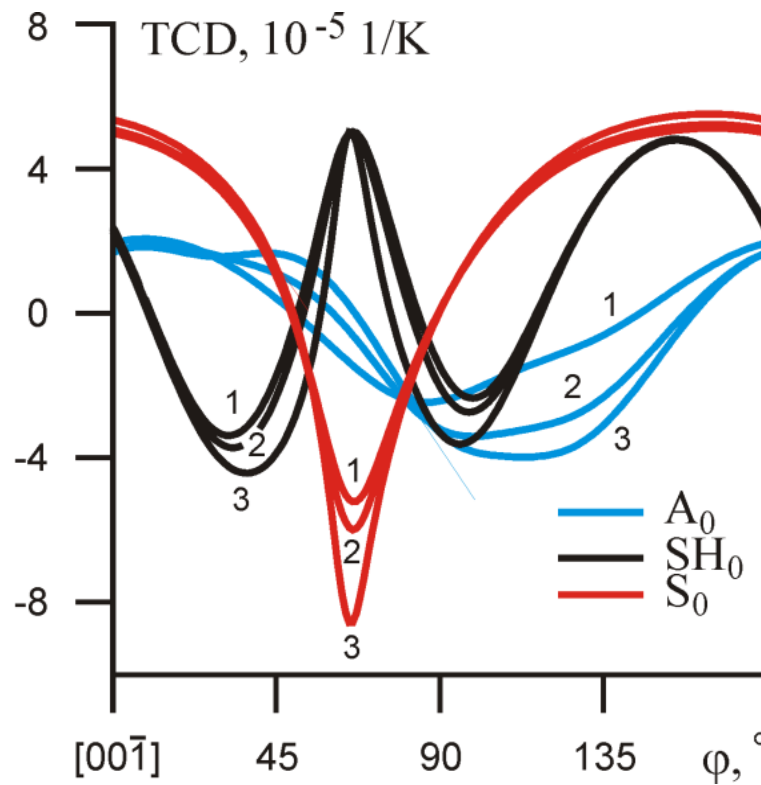


Рисунок. D.22. Коэффициенты температурной задержки акустических волн в пьезопластине кристалла лангасита X-срез. Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$.

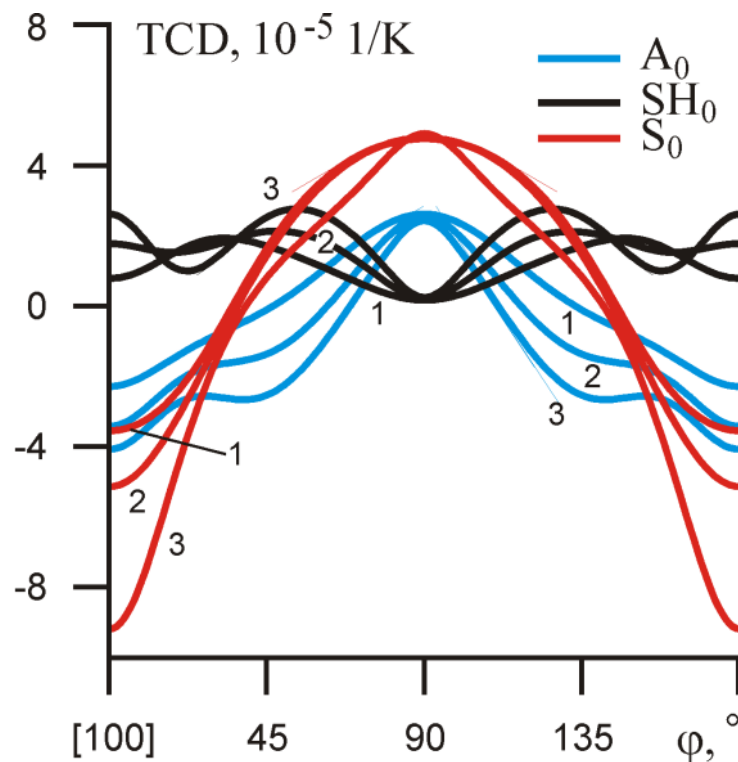


Рисунок. D.23. Коэффициенты температурной задержки акустических волн в пьезопластине кристалла лангасита Y-срез. Цифрами обозначены значения произведения $h \times f$ (m/s): 1 – $h \times f = 500$; 2 – $h \times f = 1000$; 3 – $h \times f = 1500$.

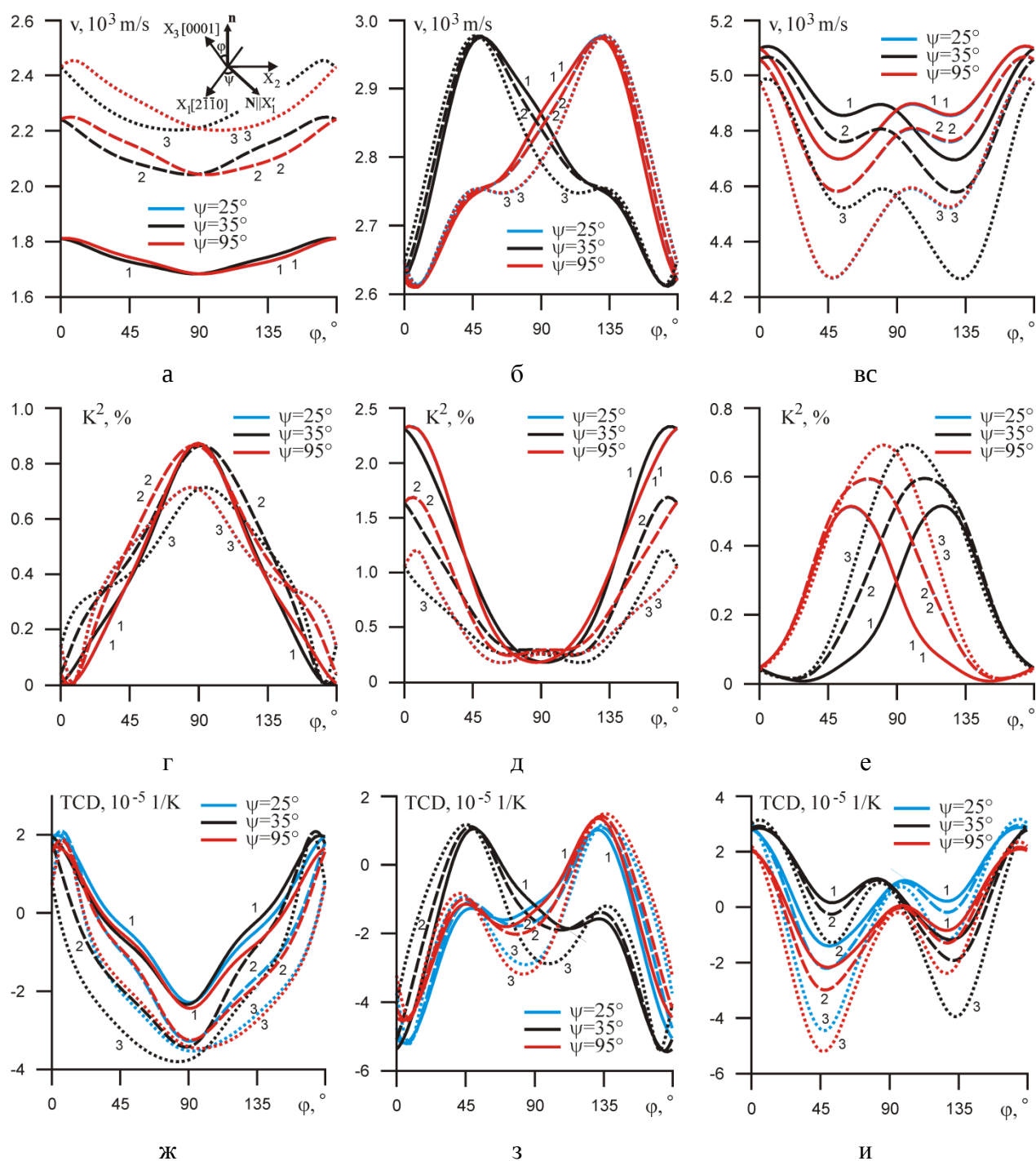


Рисунок D. 24 Фазовые скорости, КЭМС и коэффициенты температурной задержки акустических волн в пьезопластине кристалла лангасита повернутых Z-срезов. а-в) фазовые скорости; г-е) КЭМС; ж-и) коэффициенты TCD; а, г, ж - мода A_0 ; б, д, з - мода S_0 ; в, е, и – мода SH_0 . Цифровые обозначения аналогичны рис D.23.

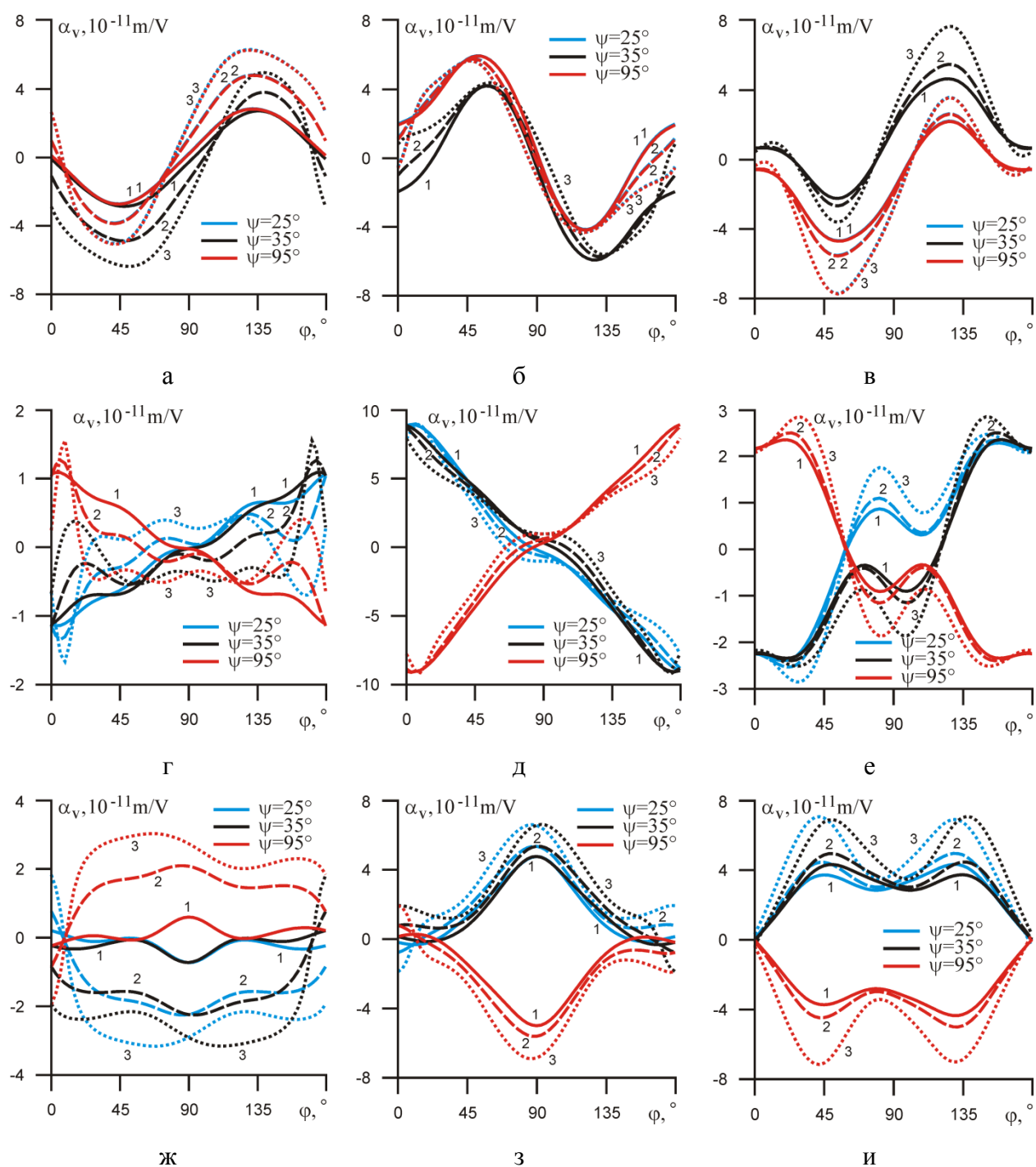


Рисунок D. 25 Коэффициенты управляемости α_v в пьезопластине кристалла лангасита повернутых Z-срезов. а-в) коэффициенты α_v при $E \parallel X_1$; г-е) коэффициенты α_v при $E \parallel X_2$; ж-и) коэффициенты α_v при $E \parallel X_3$. ; а, г, ж - мода A_0 ; б, д, з - мода S_0 ; в, е, и – мода SH_0 .

Цифровые обозначения аналогичны рис D.23.

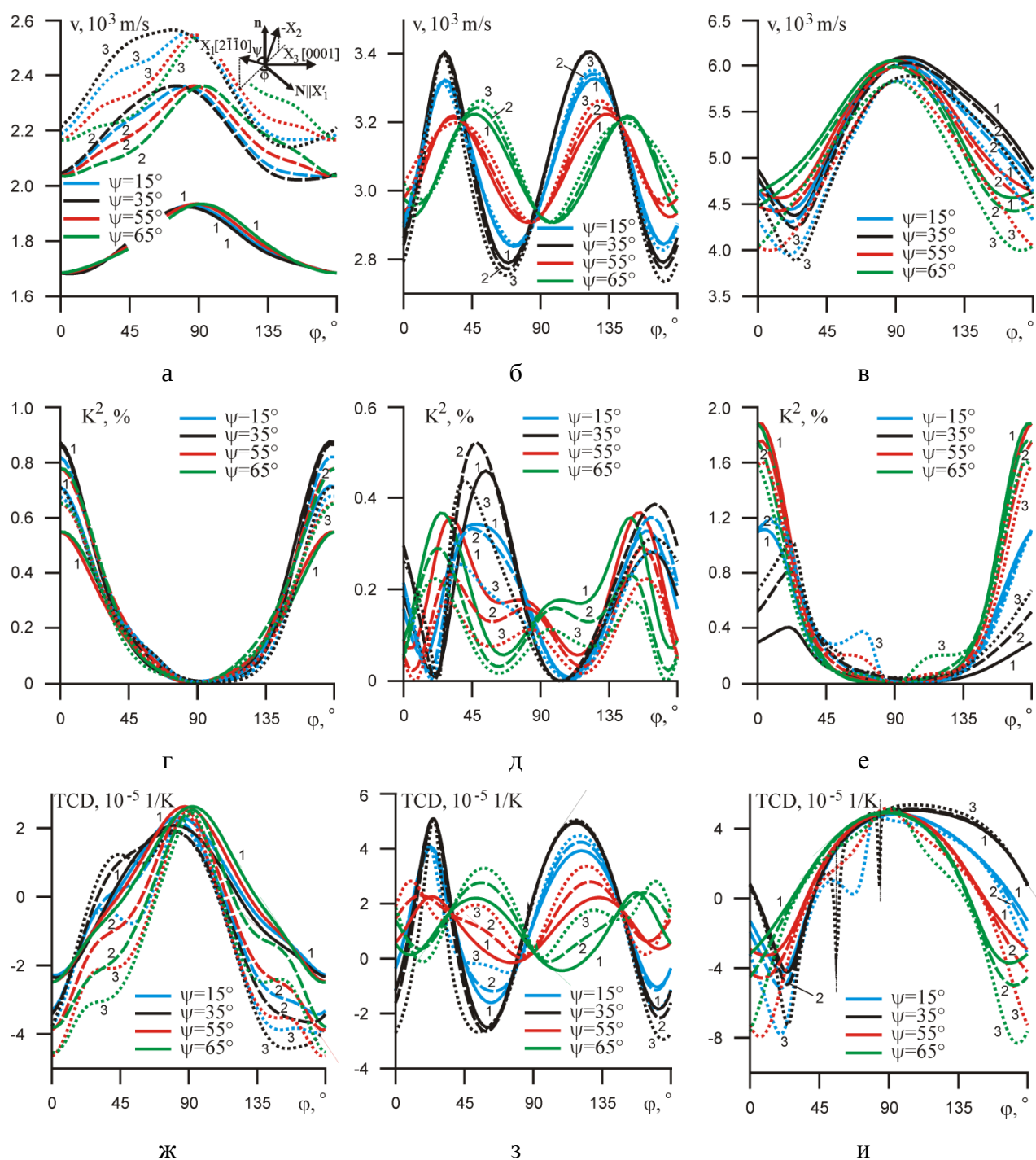


Рисунок D. 26 Фазовые скорости, КЭМС и коэффициенты температурной задержки акустических волн в пьезопластине кристалла лангасита повернутых Y-срезов. а-в) фазовые скорости; г-е) КЭМС; ж-и) коэффициенты ТСД; а, г, ж - мода A_0 ; б, д, з - мода S_0 ; в, е, и – мода SH_0 . Цифровые обозначения аналогичны рис D.23

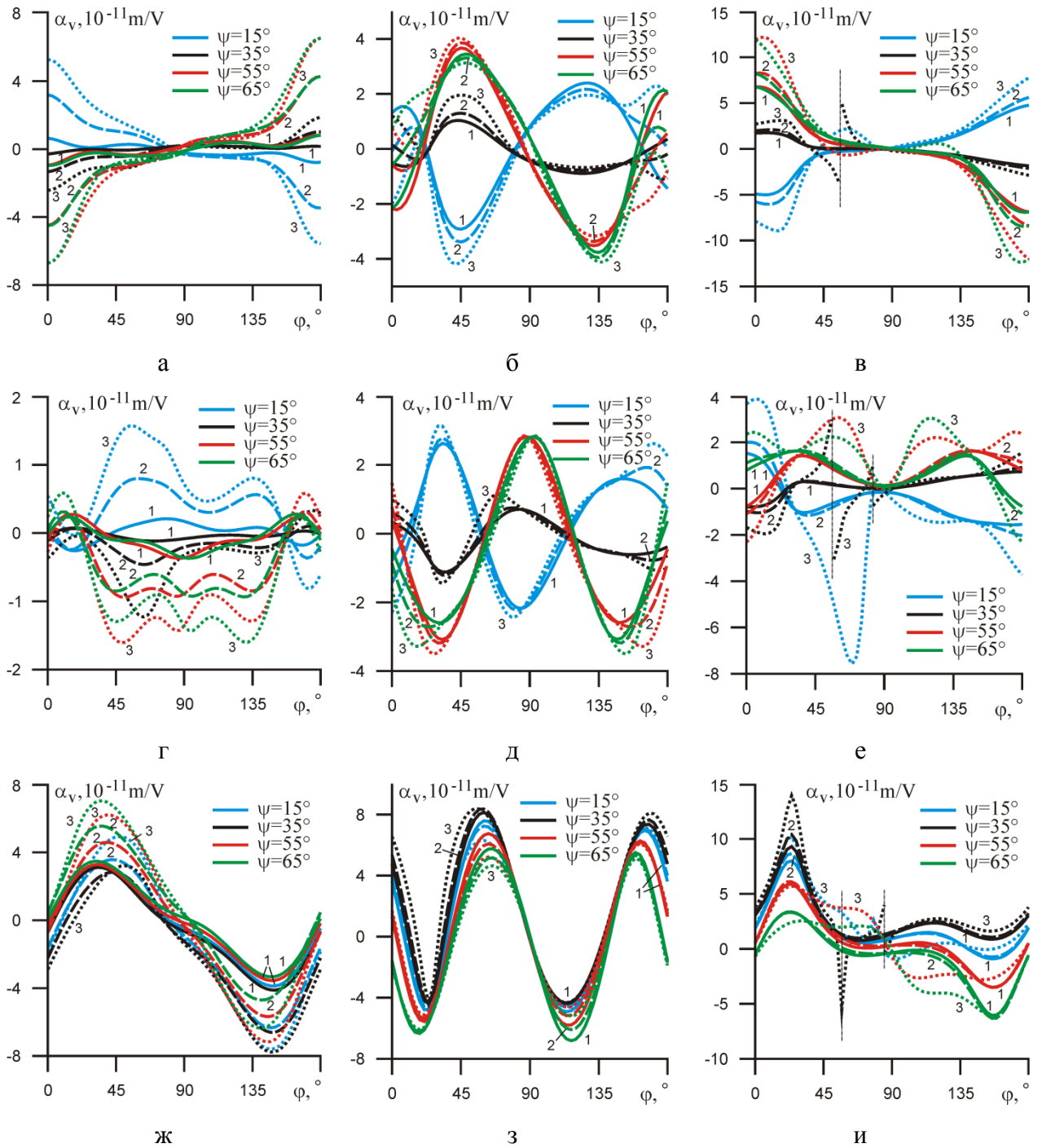


Рисунок D. 27 Коэффициенты управляемости α_v в пьезопластине кристалла лангасита повернутых Z-срезов. а-в) коэффициенты α_v при $E||X_1$; г-е) коэффициенты α_v при $E||X_2$; ж-и) коэффициенты α_v при $E||X_3$. ; а, г, ж - мода A_0 ; б, д, з - мода S_0 ; в, е, и – мода SH_0 .

Цифровые обозначения аналогичны рис D.23

Приложение Е

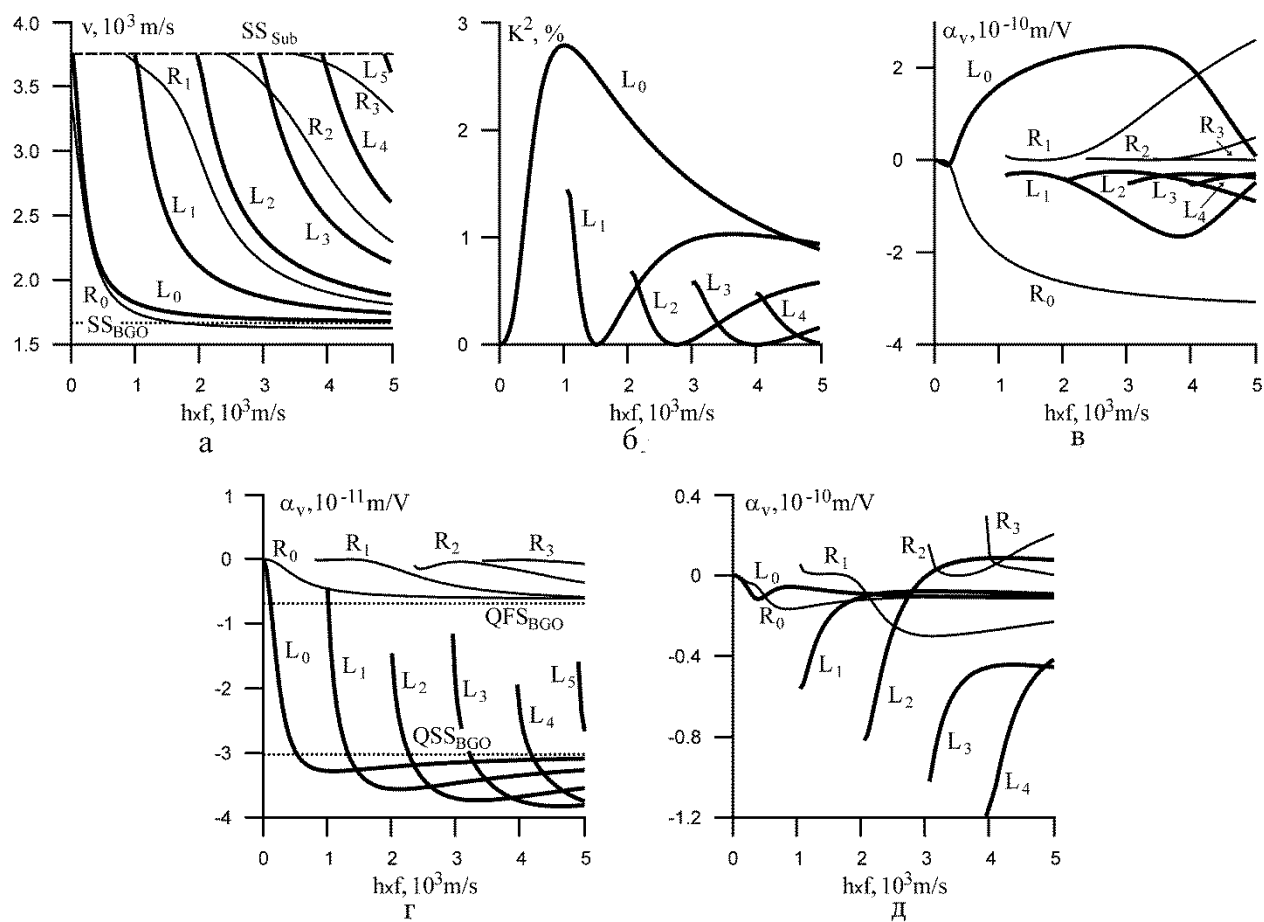
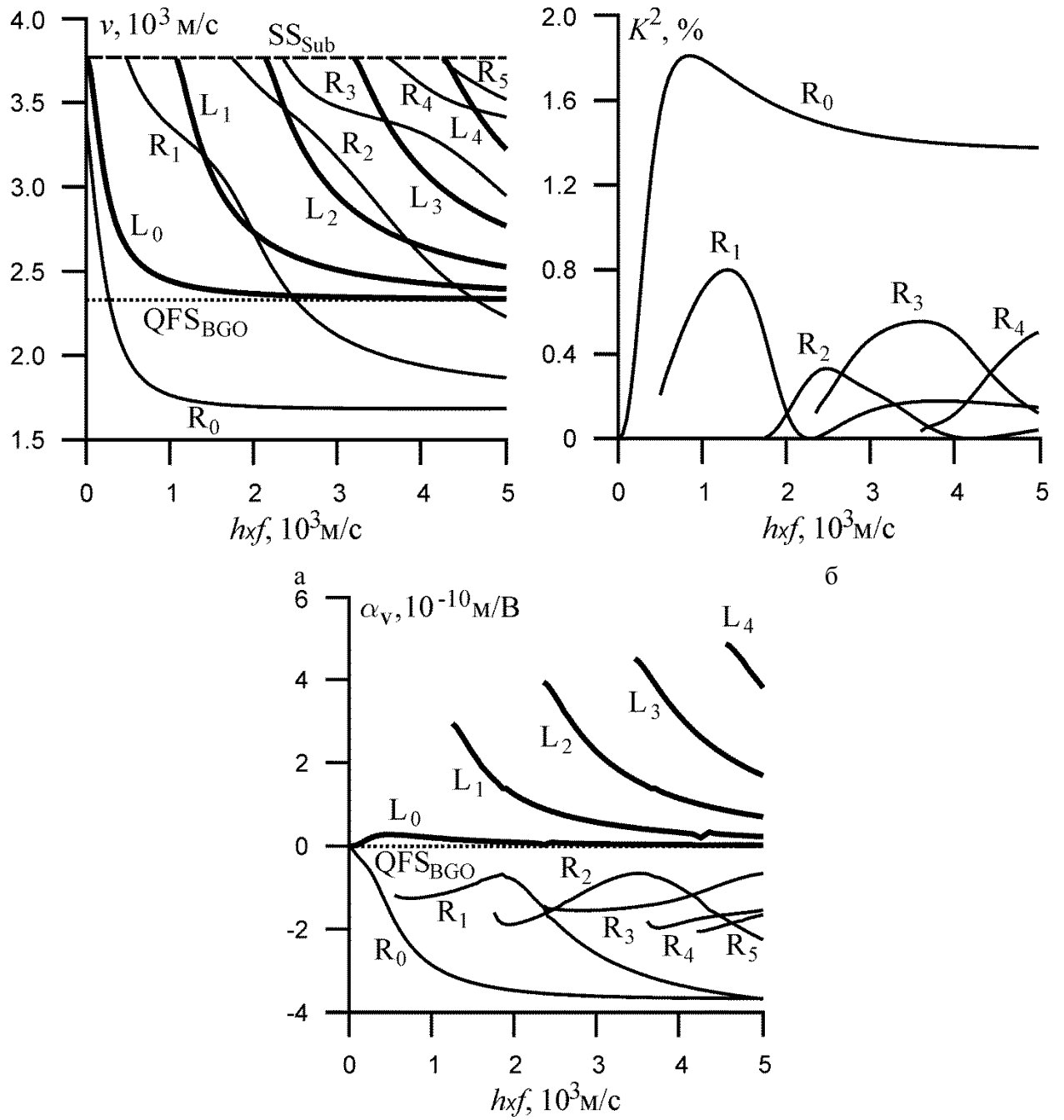


Рисунок Е.1 Дисперсионные зависимости характеристик волн Рэлея и Лява в направлении $[100]$ плоскости (001) слоистой структуры ВГО/плавленный кварц в зависимости от величины $h \times f$ (м/с): а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) α_v при $E \parallel [100]$; г) α_v при $E \parallel [010]$; д) α_v при $E \parallel [001]$. SS_{Sub} – медленная сдвиговая объемная волна в слое; QSS_{BGO} , QFS_{BGO} – квазиобъемная медленная и быстрая сдвиговые волны в слое; L_i – моды Лява, R_i – моды Рэлея.



в

Рисунок Е.2 Дисперсионные зависимости параметров волн Рэлея и Лява в направлении [110] плоскости (001) слоистой структуры $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавленный кварц от величины $h \times f$ (м/с): а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) α_v при $E \parallel [001]$.

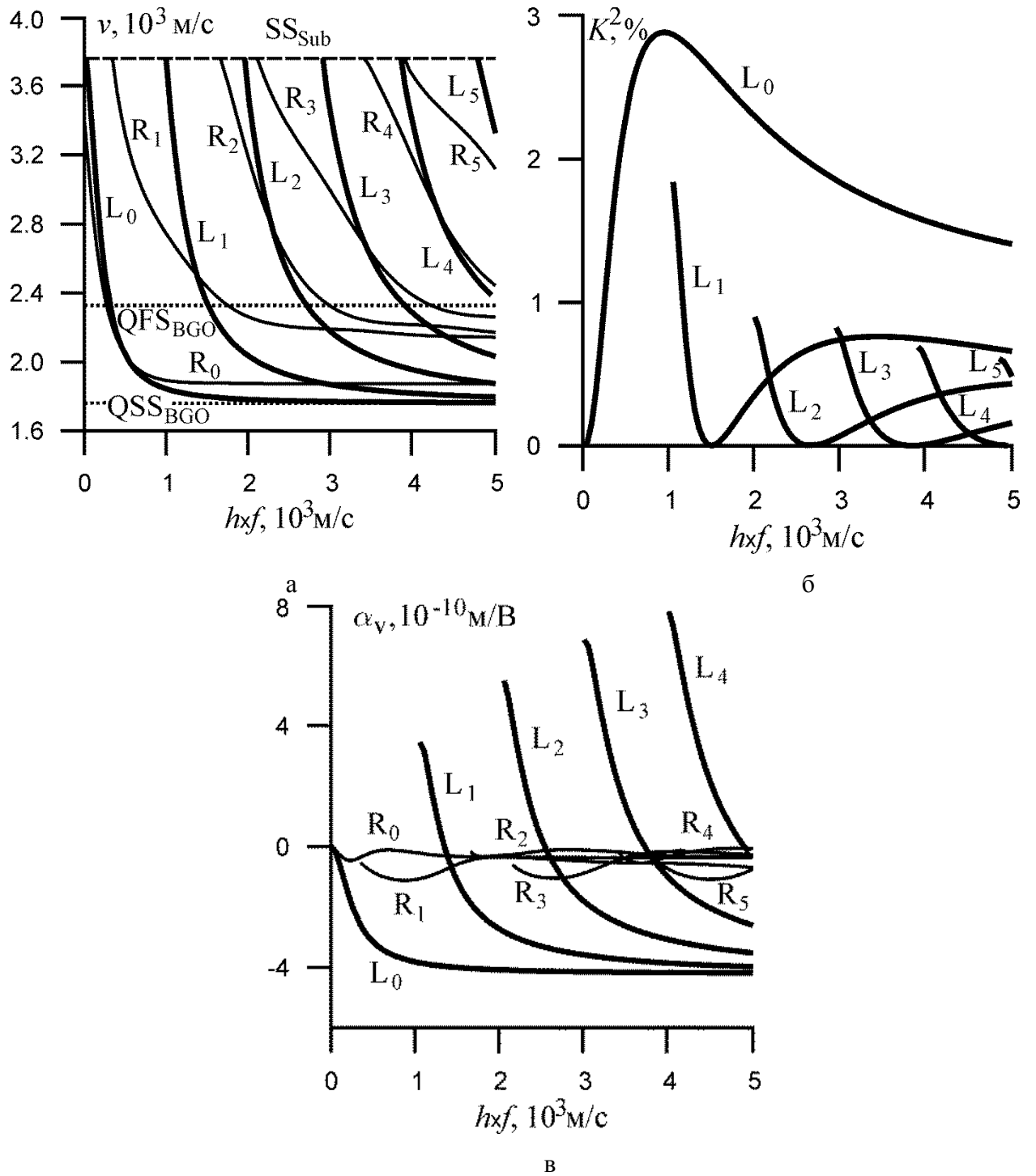


Рисунок Е.3 Дисперсионные зависимости параметров волн Рэлея и Лява в направлении $[110]$ плоскости $(1\bar{1}0)$ слоистой структуры $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ /плавленный кварц от величины $h \times f$ (м/с): а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) α_v при $E \parallel [001]$.

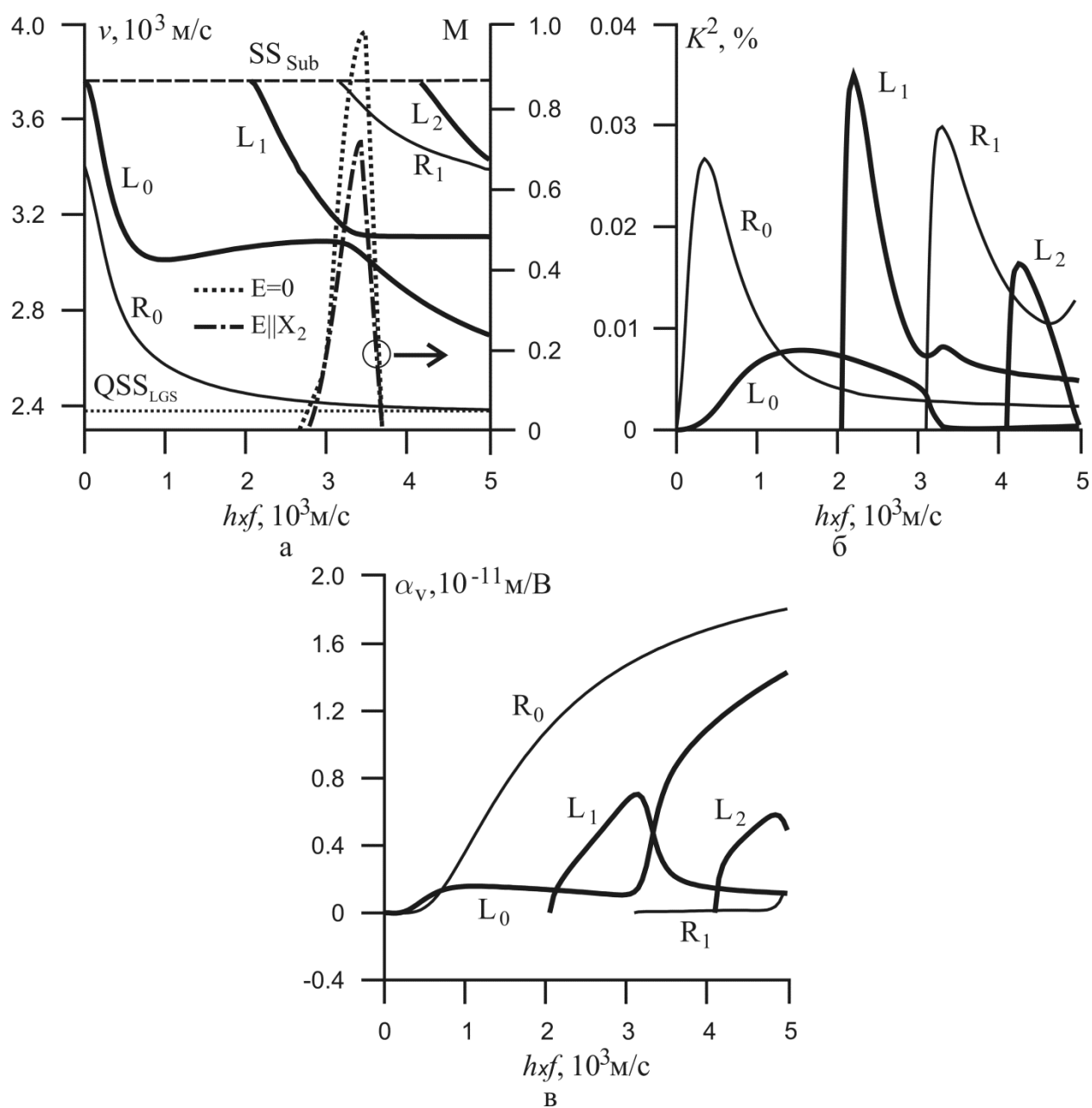
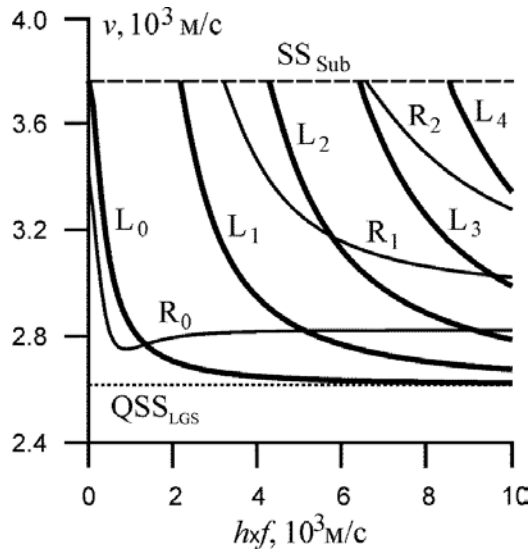
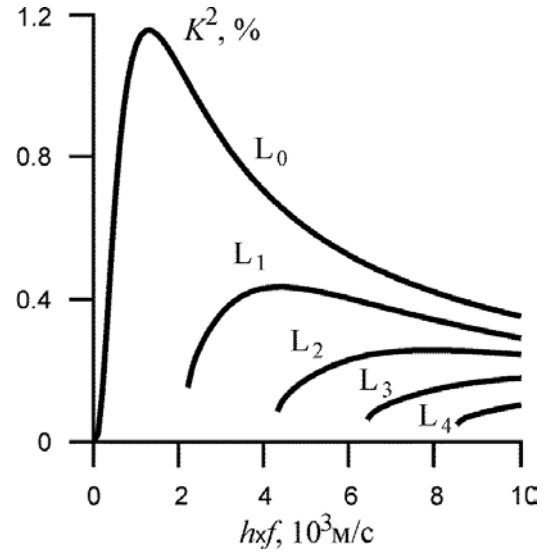


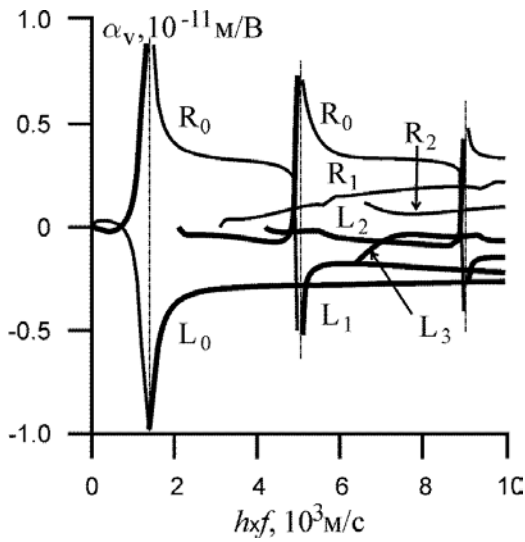
Рисунок Е.4 Дисперсионные зависимости параметров волн Рэлея и Лява в направлении [100] плоскости (001) слоистой структуры LGS/плавленный кварц от величины $h \times f$ (м/с): а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) α_v при $E||[001]$



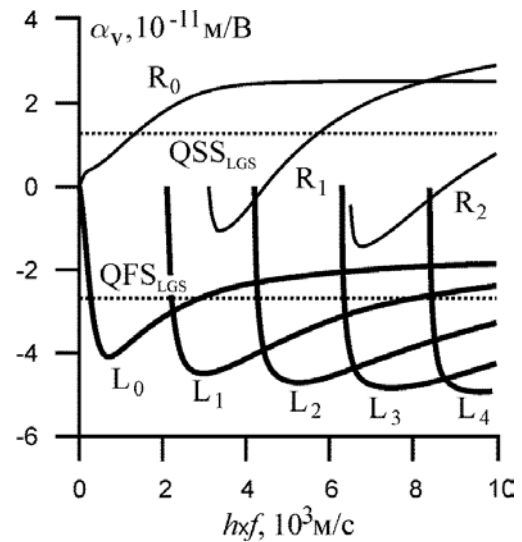
а



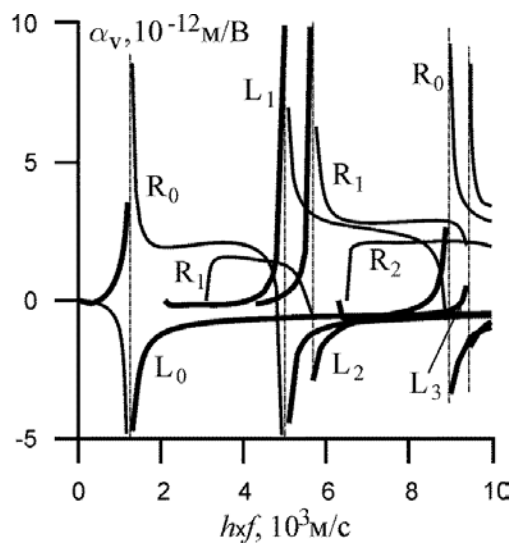
б



в



г



д

Рисунок Е.5. Дисперсионные характеристики для волн Рэлея и Лява в слоистой структуре LGS/плавленный кварц в направлении [010] плоскости (001): а) фазовые скорости упругой волны; б) КЭМС; в) α_v при $E \parallel [010]$; г) α_v при $E \parallel [100]$; д) α_v при $E \parallel [001]$.

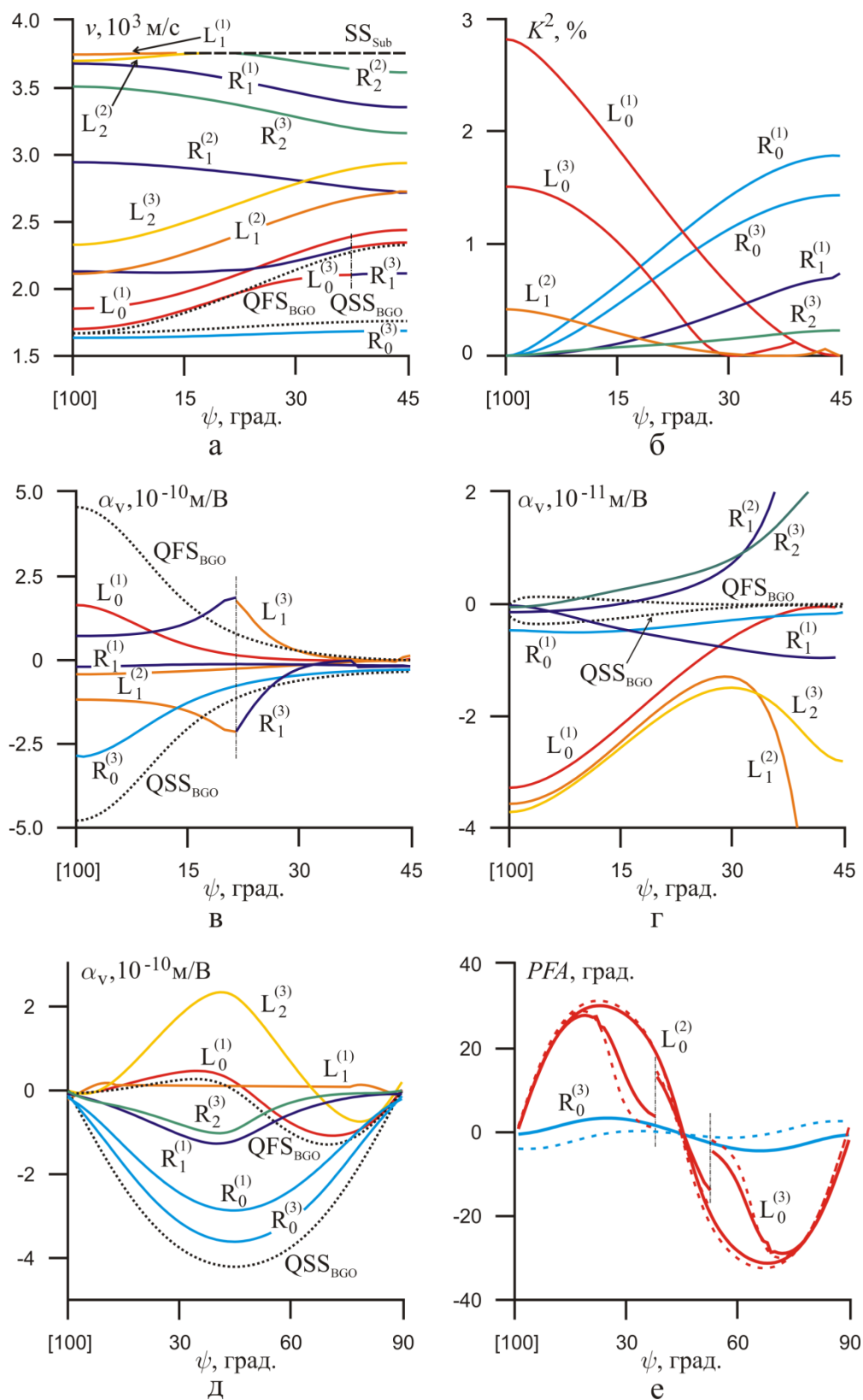


Рисунок Е.6 Анизотропия параметров акустических волн в слоистой структуре (001) BGO/плавленный кварц при значениях $h \times f$ (м/с) (1) – 1000; (2) – 2000; (3) – 3000: а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) α_v при $E \parallel X_1$; г) α_v при $E \parallel X_2$; д) α_v при $E \parallel X_3$; е) угол отклонения потока энергии при $E = 0$ (сплошные линии) и $E \parallel X_3$ (пунктирные линии). QSS_{BGO} и QFS_{BGO} – объемная медленная и быстрая сдвиговые волны в слое

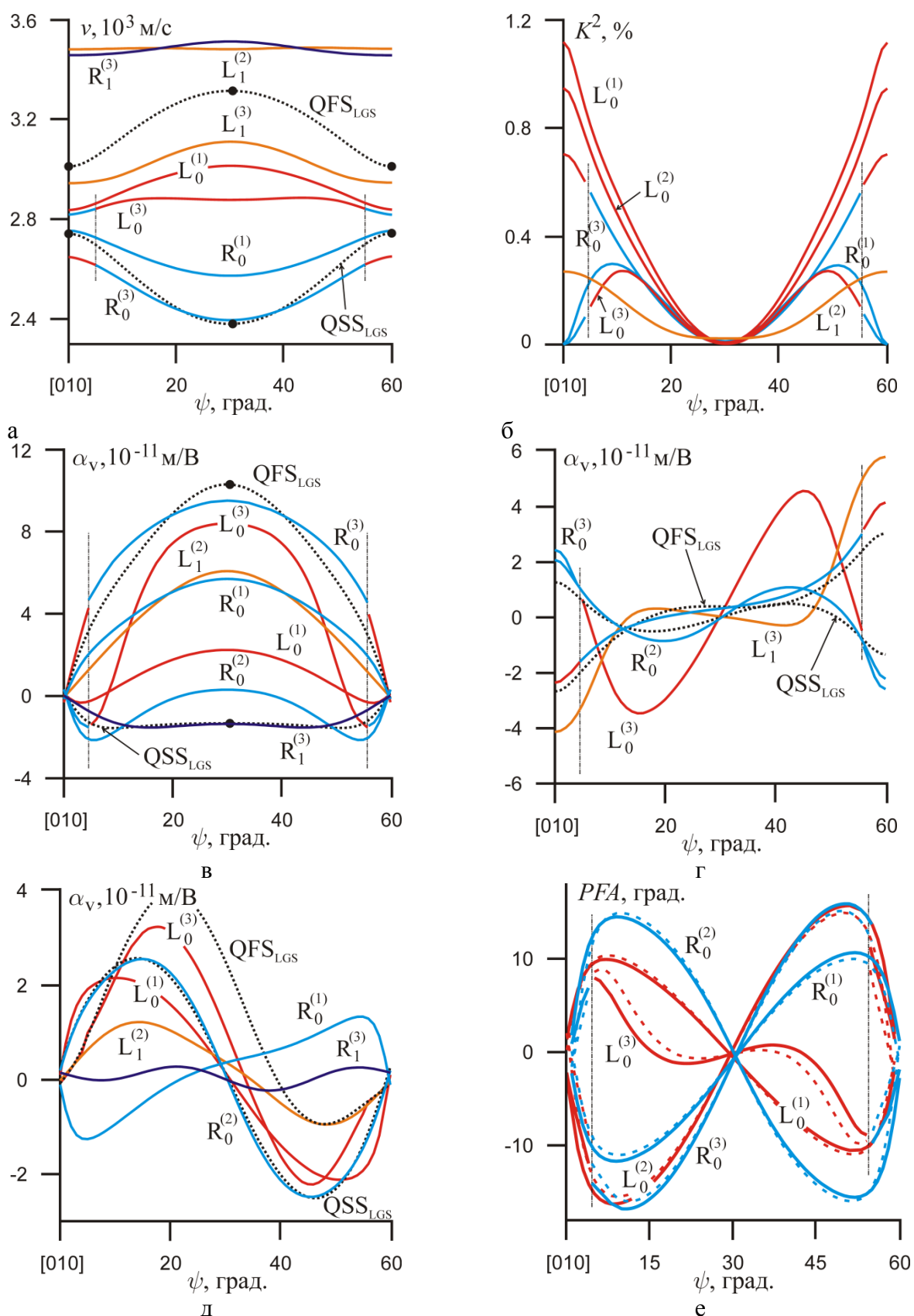


Рисунок Е.7 Анизотропия параметров акустических волн в слоистой структуре (001) LGS/плавленный кварц при различных значениях $h \times f$ (м/с) (1) – 1000; (2) – 2500; (3) – 4000: а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) α_v при $E||X_1$; г) α_v при $E||X_2$; д) α_v при $E||X_3$; е) угол отклонения потока энергии при $E = 0$ (сплошные линии) и $E||X_1$ (пунктирные линии). QSS_{LGS} и QFS_{LGS} – объемная медленная и быстрая сдвиговые волны в слое. Точками обозначены экспериментальные данные из [145]

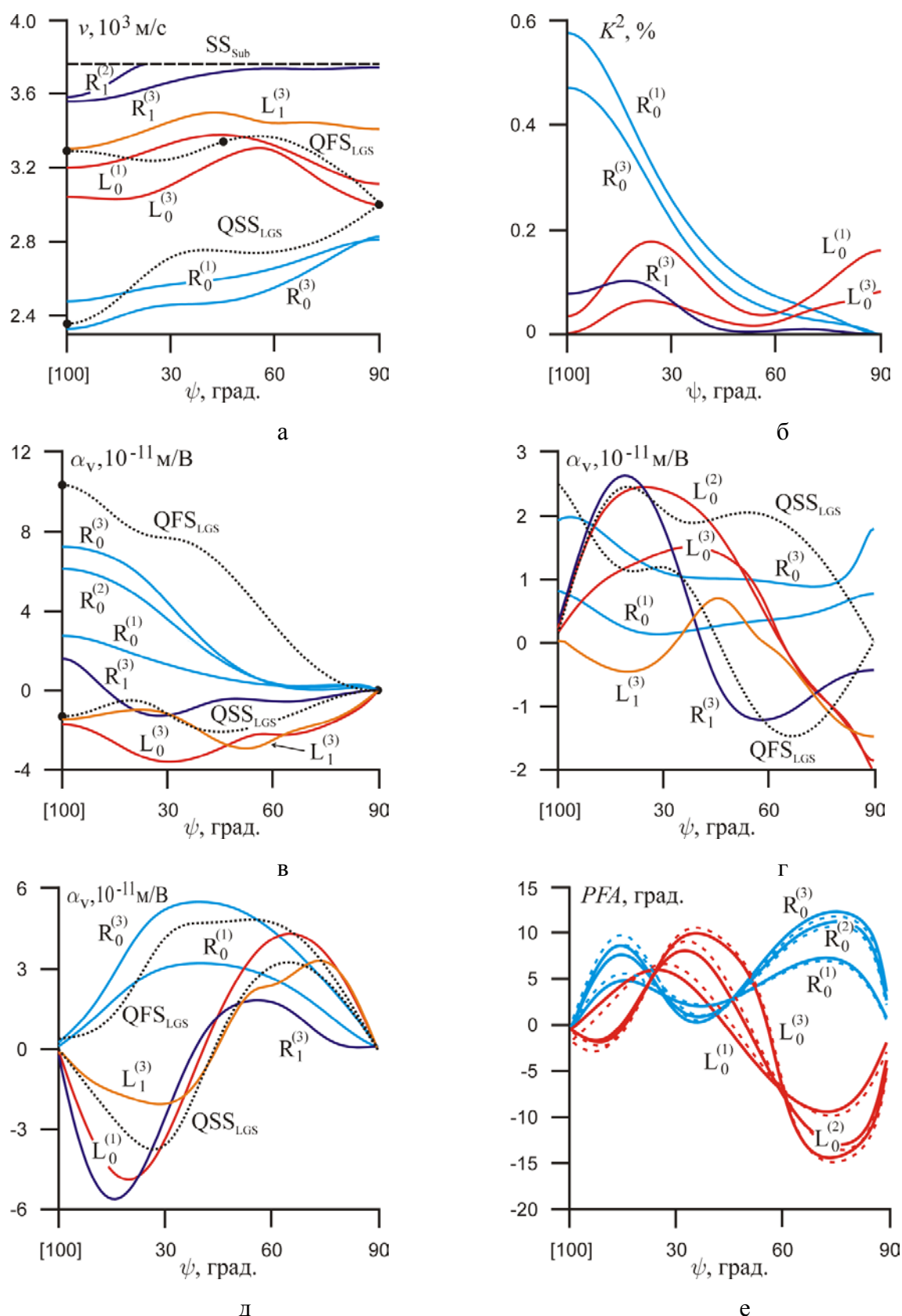


Рисунок Е.8 Анизотропия параметров акустических волн в слоистой структуре (010) LGS/плавленный кварц для различных значений $h \times f$ (м/с) (1) – 1000; (2) – 2000; (3) – 3000: а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) α_v при $E \parallel X_1$; г) α_v при $E \parallel X_2$; д) α_v при $E \parallel X_3$; е) угол отклонения потока энергии при $E = 0$ (сплошные линии) и $E \parallel X_3$ (пунктирные линии). QSS_{LGS} и QFS_{LGS} –объемная медленная и быстрая сдвиговые волны в слое кристалла LGS.. Точками обозначены экспериментальные данные из [145]

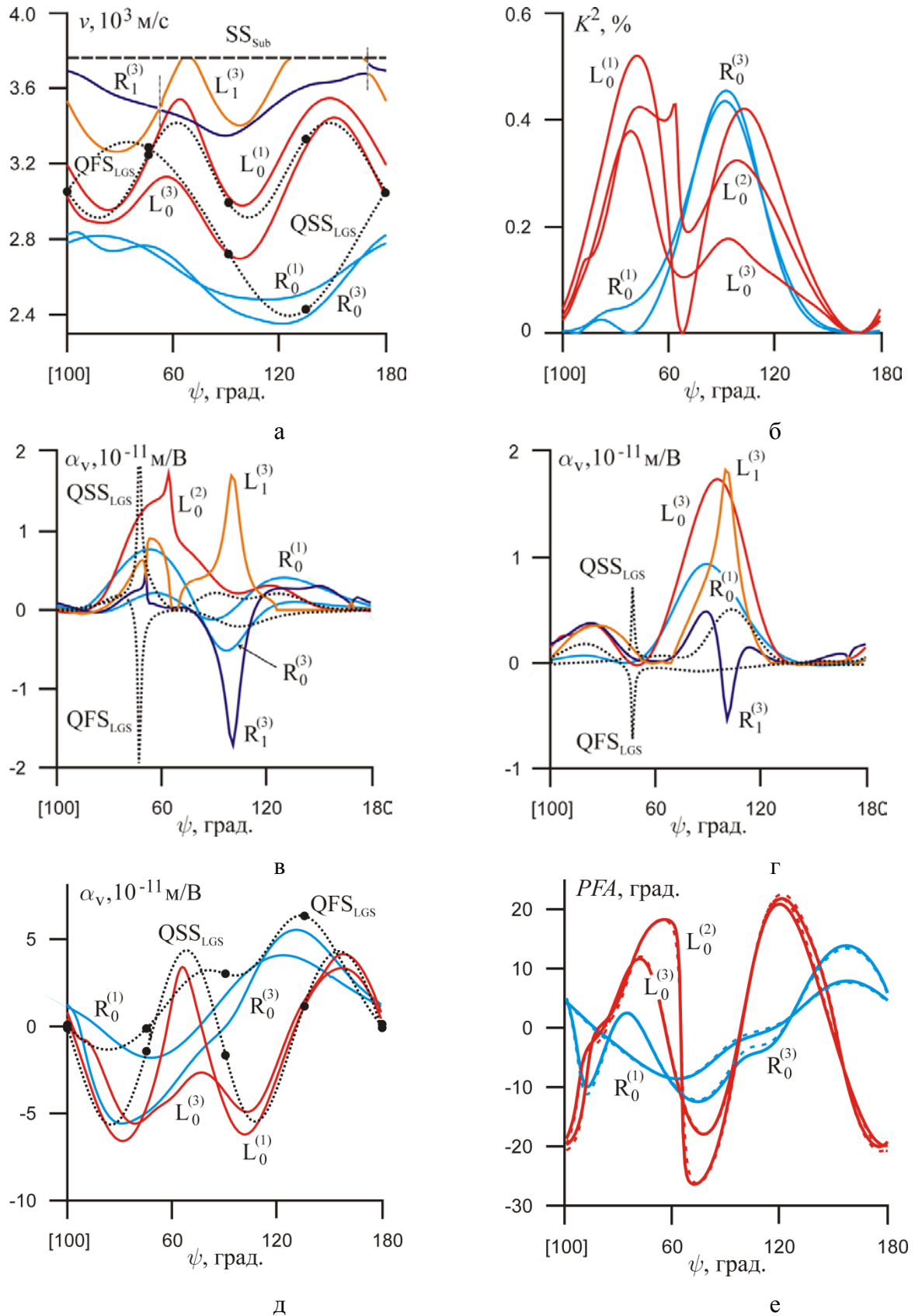


Рисунок Е.9 Анизотропия параметров акустических волн в слоистой структуре (100) LGS/плавленный кварц для различных значений $h \times f$ (м/с) (1) – 1000; (2) – 2000; (3) – 3000: а) фазовые скорости; б) КЭМС; в) α_v при $E \parallel X_1$; г) α_v при $E \parallel X_2$; д) α_v при $E \parallel X_3$; е) угол отклонения потока энергии при $E = 0$ (сплошные линии) и $E \parallel X_1$ (пунктирные линии). QSS_{LGS} и QFS_{LGS} – ОАВ сдвиговые волны в слое. Точками обозначены экспериментальные данные из [145].

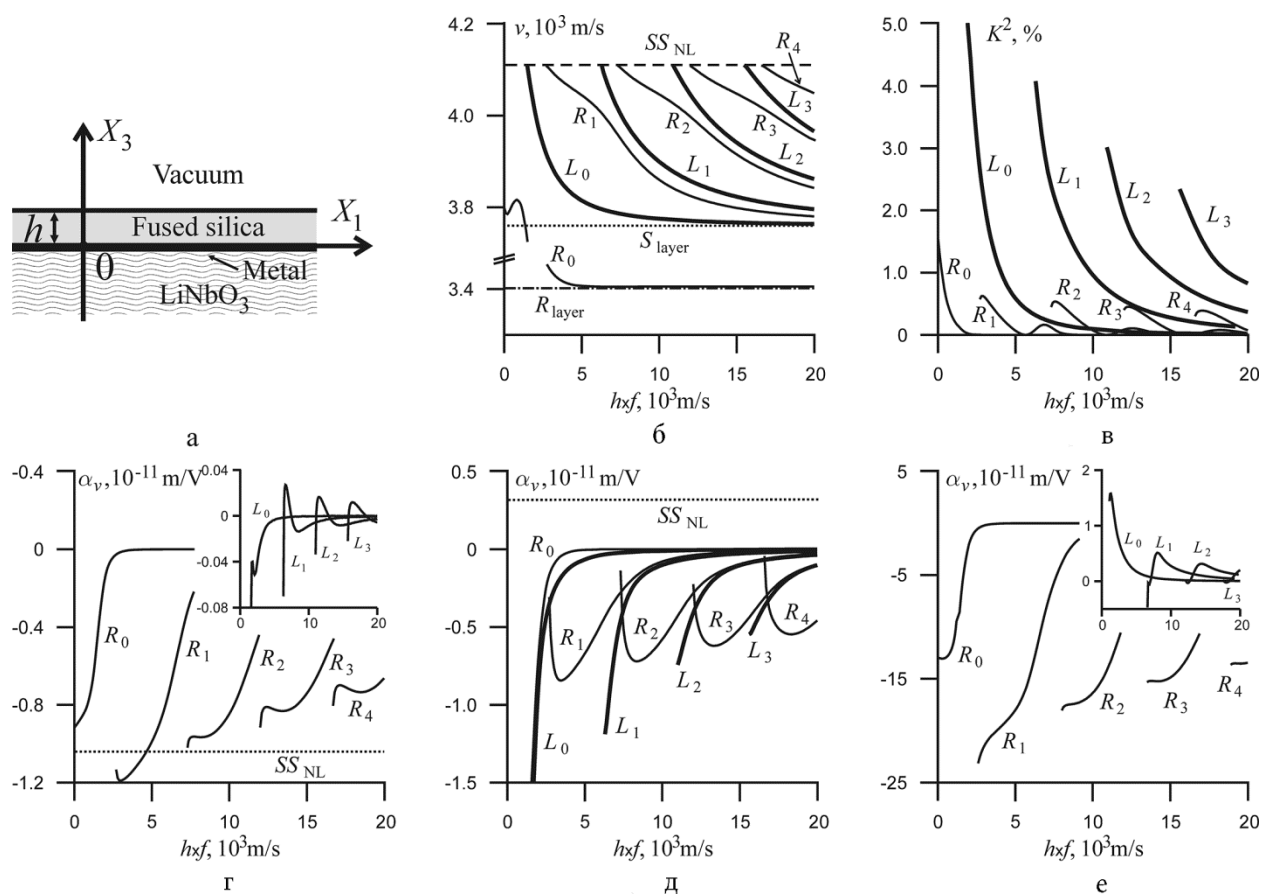


Рисунок Е.10 Дисперсионные зависимости характеристик упругой волны в слоистой структуре плавный кварц/LiNbO₃, Y-срез в направлении [100], углы Эйлера (0°, -90°, 0°): а) фазовая скорость, б) КЭМС; в) α_v при $E \parallel [100]$, г) α_v при $E \parallel [001]$, е) α_v при $E \parallel [010]$. . . Фазовые скорости сдвиговых ОАВ в подложке и слое отмечены как SS_{NL} и SS_{layer} , соответственно.

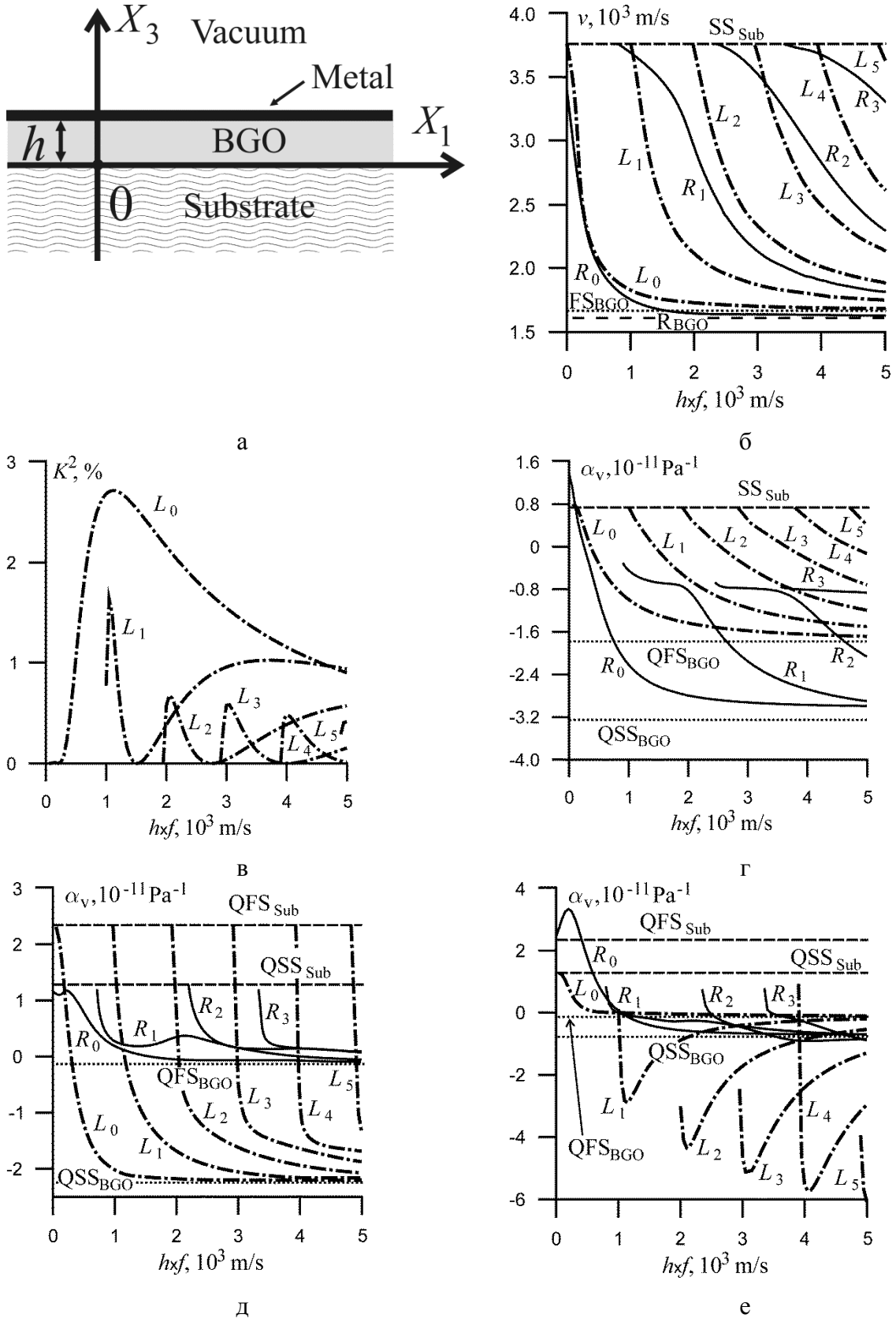


Рисунок. Е.11. Дисперсия параметров акустических волн в слоистой структуре [100](001) «BGO/плавленный кварц»: а – геометрия слоистой системы; б – фазовые скорости; в – КЭМС при $z=h$; г – коэффициенты управляемости α_v при $P||X_1$; д – α_v при $P||X_2$; е – α_v при $P||X_3$. QSS_{BGO} , QSS_{Sub} , QFS_{BGO} , QFS_{Sub} – объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в слое и подложке. R_i и L_i – моды волны Рэлея и Лява

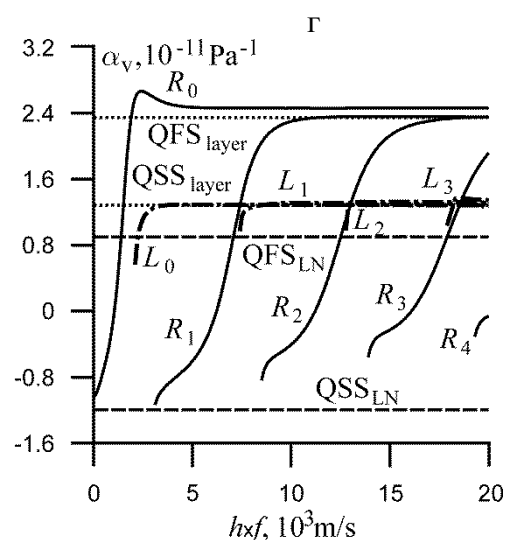
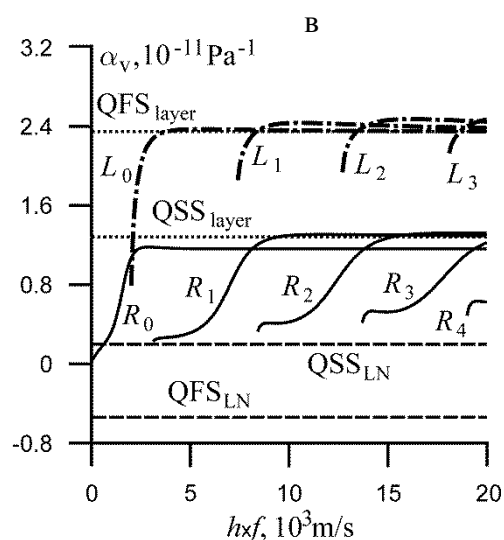
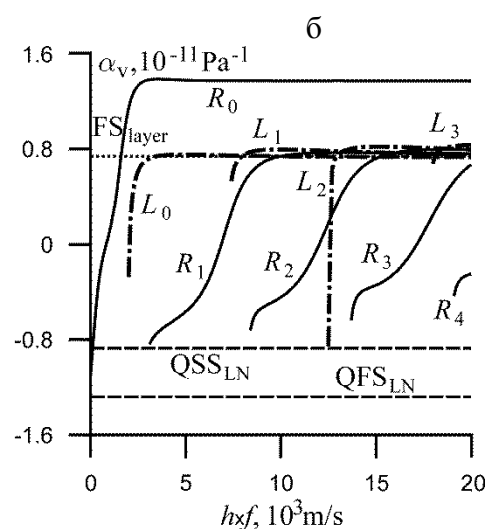
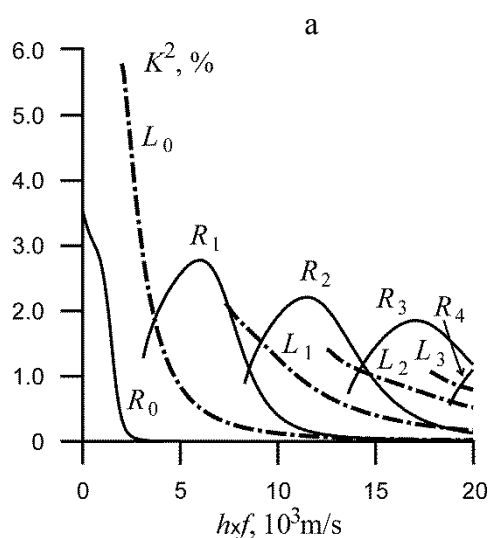
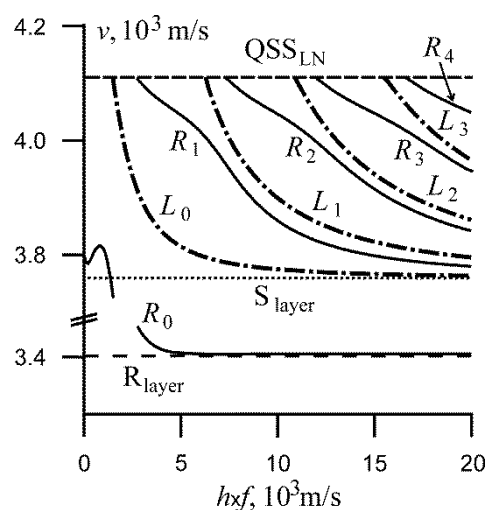
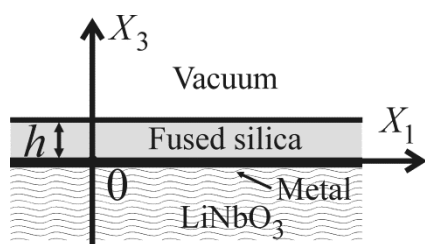
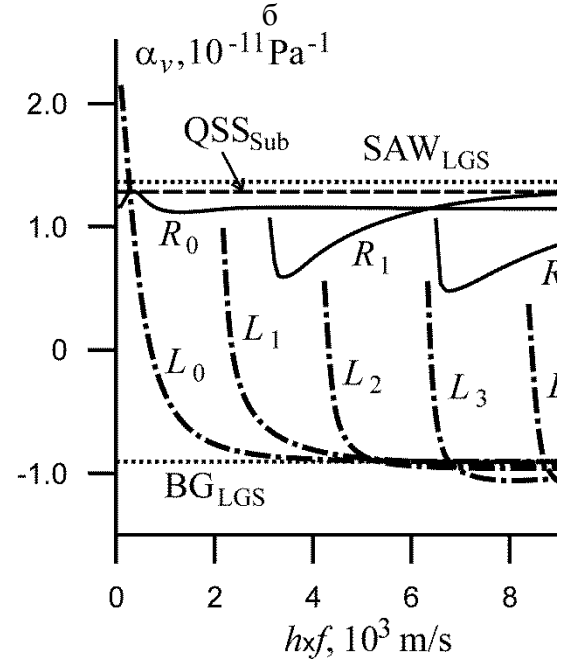
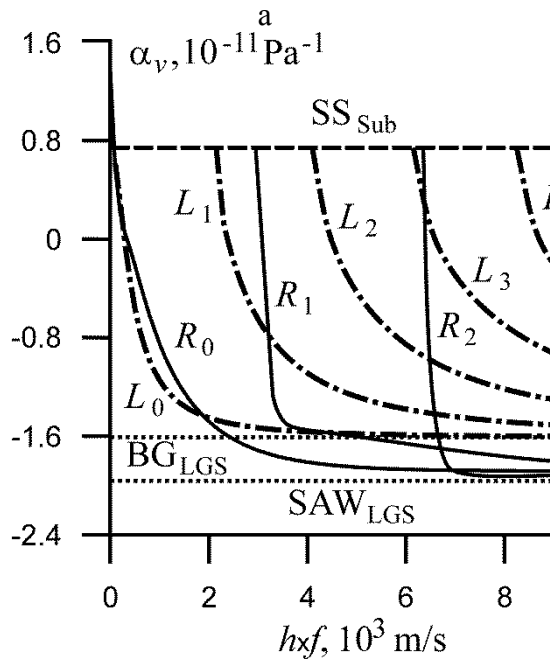
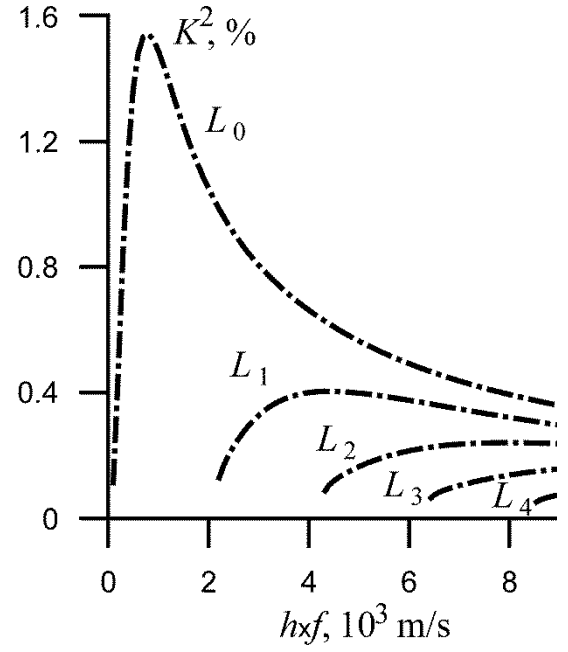
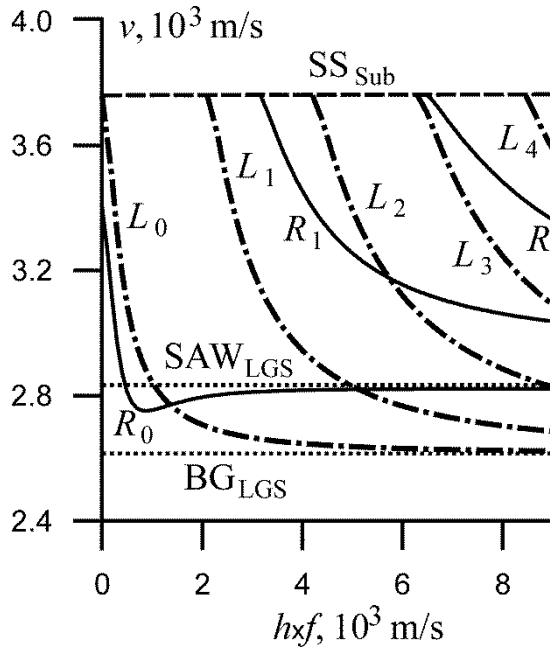


Рисунок Е.12. Дисперсия параметров акустических волн в слоистой структуре [010](100) «плавленный кварц/LiNbO₃»: а – геометрия слоистой системы; б – фазовые скорости; в – КЭМС при $z=0$; г – коэффициенты управляемости α_v при $P||X_1$; д – α_v при $P||X_2$; е – α_v при $P||X_3$. QSS_{layer}, QSS_{NL}, QFS_{layer}, QFS_{NL} – объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в слое и подложке; R_{layer} – волна Рэлея в материале слоя. R_i и L_i – моды волны Рэлея

и Лява



в

г

Рисунок Е.13. Дисперсия параметров акустических волн в слоистой структуре «[010](001) LGS/плавленый кварц»: а – фазовые скорости; б – КЭМС при $z=h$; в – α_v при $P||X_1$; г – α_v при $P||X_2$. QSS_{Sub}, QFS_{Sub} – объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в подложке. SAW_{LGS}, BG_{LGS} – ПАВ Рэлея и Блюстейна-Гуляева в слое. R_i и L_i – моды волны Рэлея и Лява

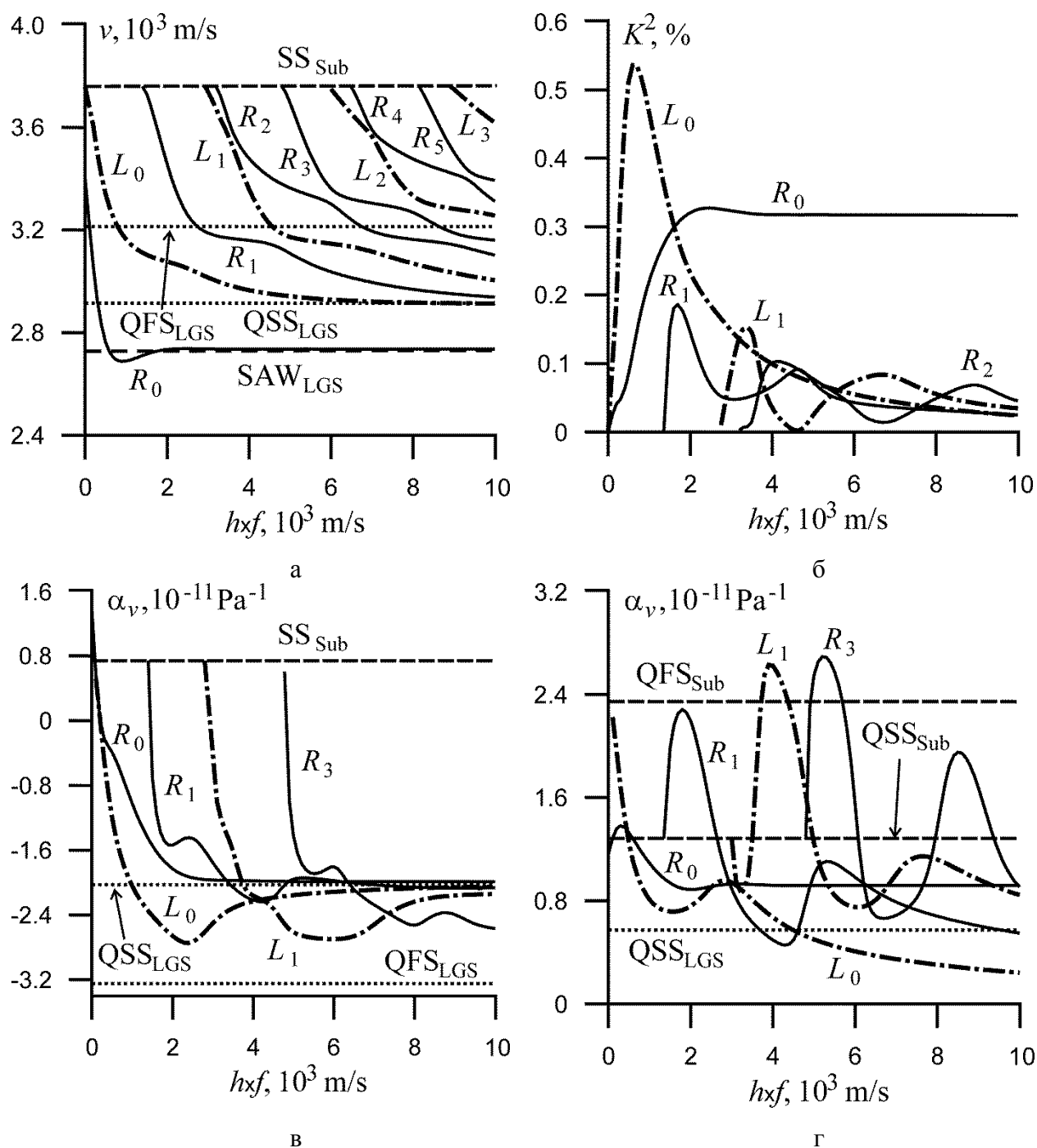


Рисунок. Е.14. Дисперсия параметров акустических волн в слоистой структуре «(0, 138.5, 26.7) LGS/плавленый кварц»: а - фазовые скорости; б - КЭМС при $z=h$; в - коэффициенты управляемости α_v при $P||X_1$; г - α_v при $P||X_2$. QSS_{Sub}, QFS_{Sub} - объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в подложке. QSS_{LGS}, QFS_{LGS} - объемные медленные и быстрые квазипоперечные волны в слое. R_i и L_i - моды волны Рэлея и Лява

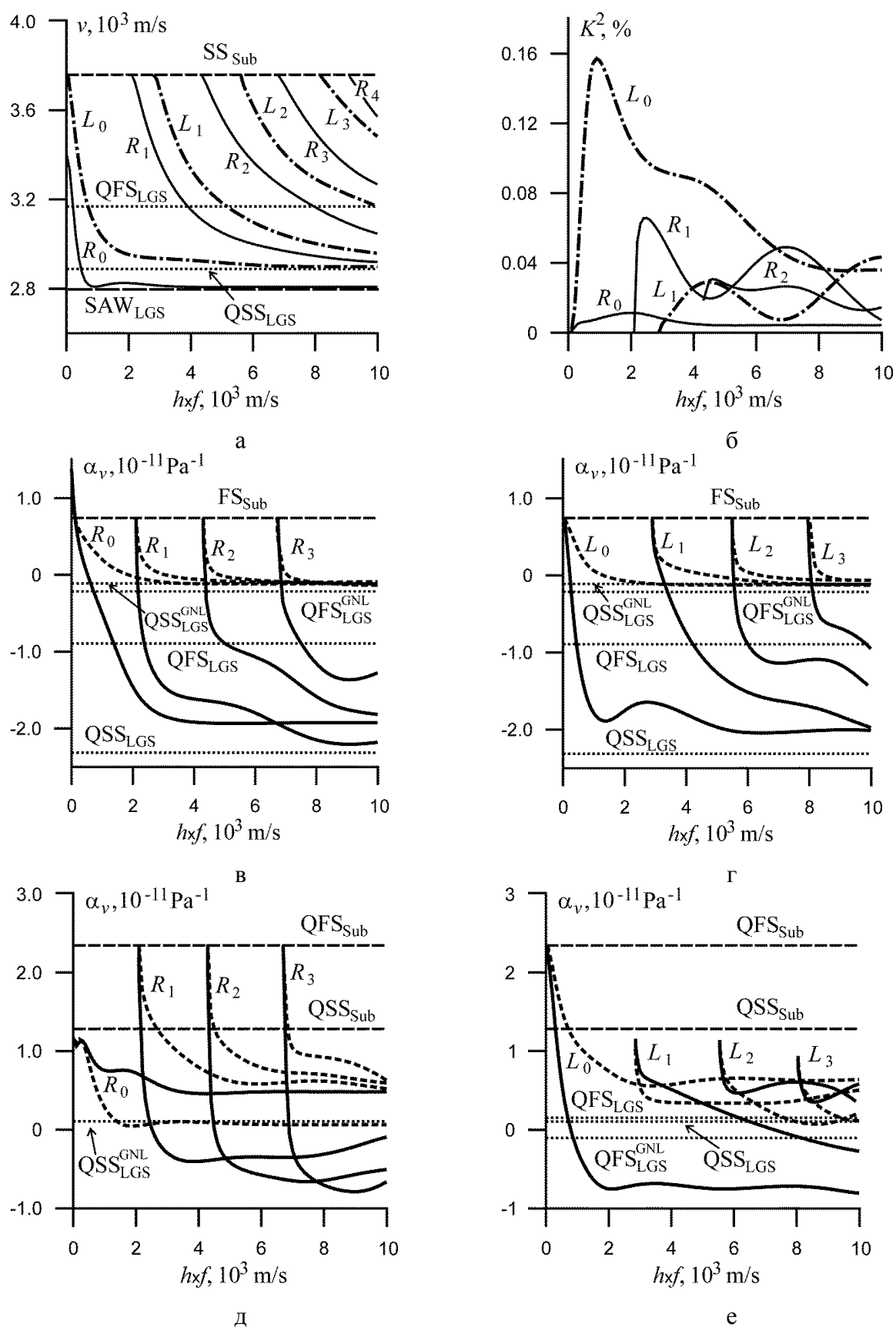


Рисунок. Е.15. Дисперсия параметров упругой волны в слоистой структуре «(45, -90, 81) LGS/плавленый кварц»: а - фазовые скорости; б - КЭМС при $z=h$; в - коэфф. управляемости α_v моды волны Рэлея при $P||X_1$; г - α_v волны Лява при $P||X_1$; д - коэфф.управляемости α_v при $P||X_2$; е - α_v моды волны Лява при $P||X_2$. QSS_{Sub} , QFS_{Sub} - сдвиговые ОАВ в подложке. QSS_{LGS} , QFS_{LGS} - сдвиговые ОАВ в слое. а

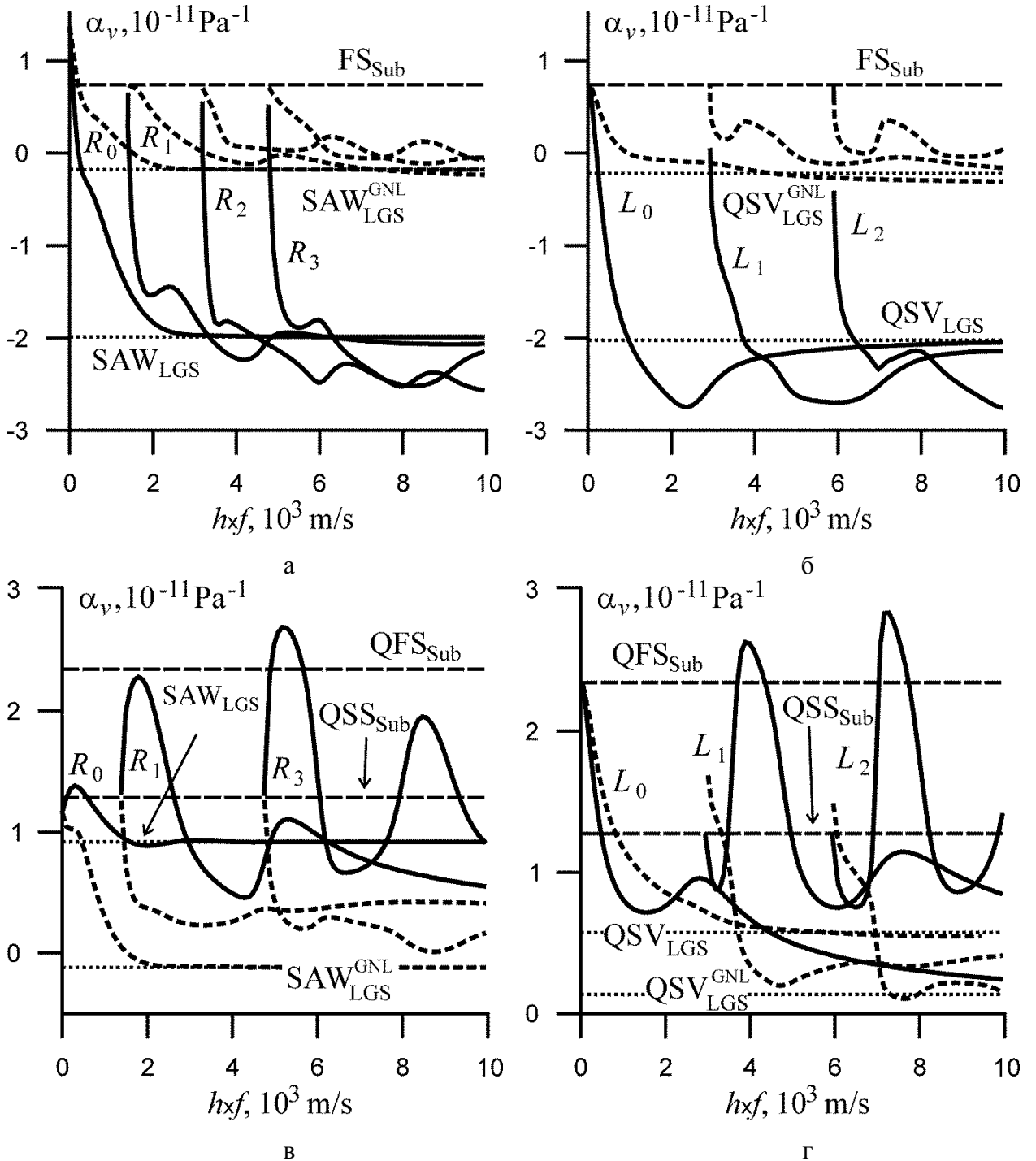
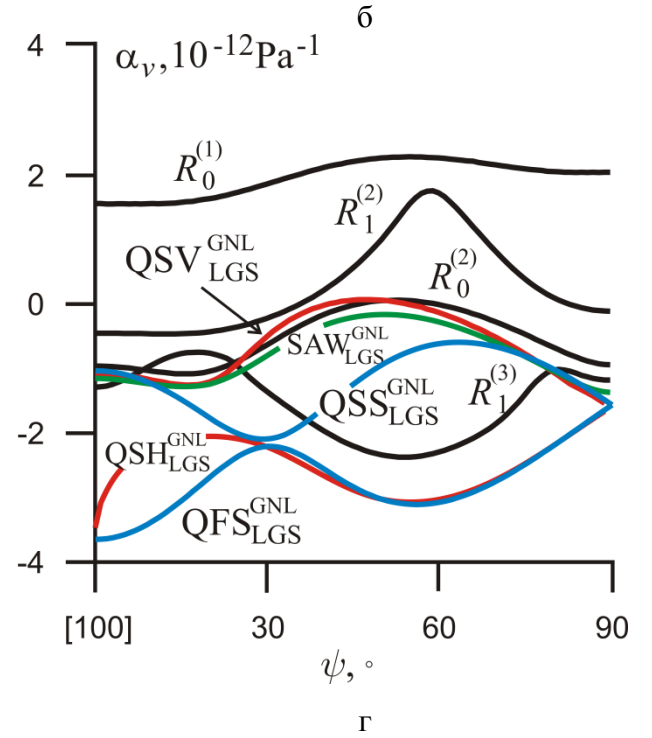
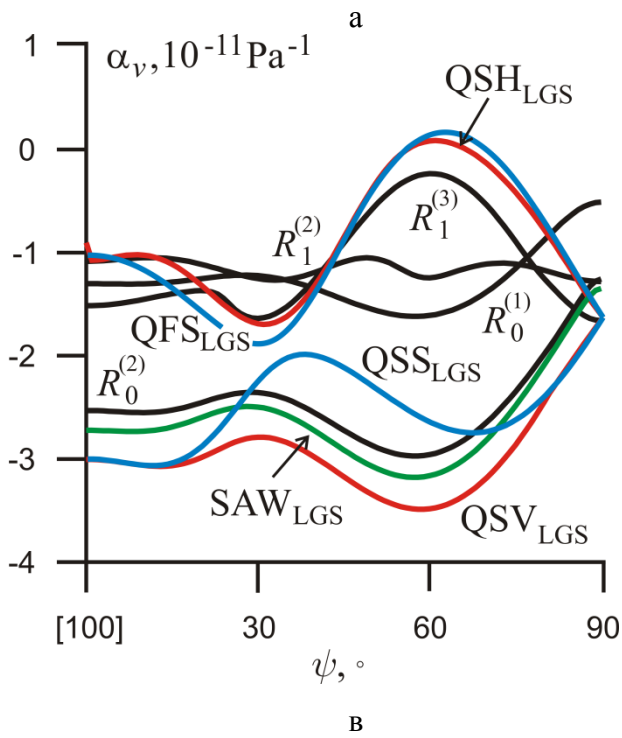
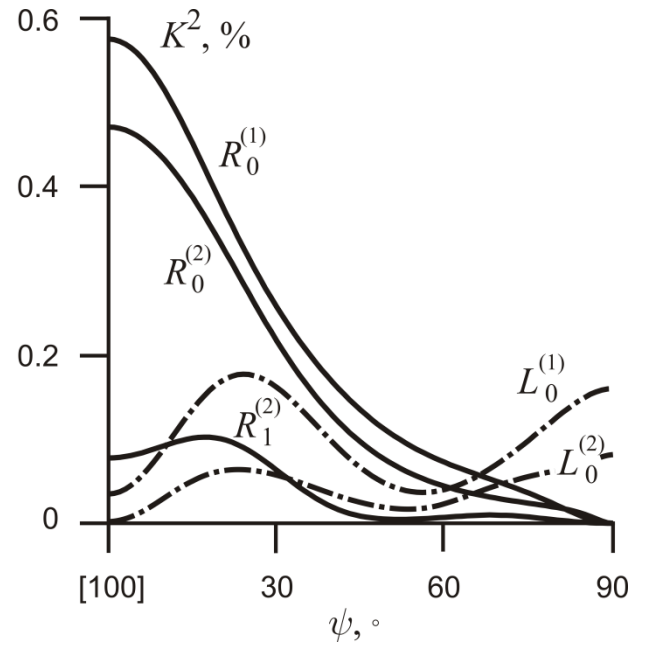
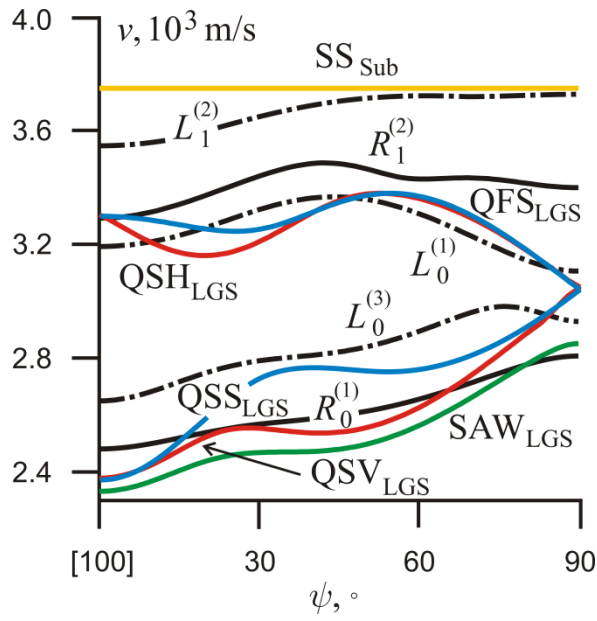
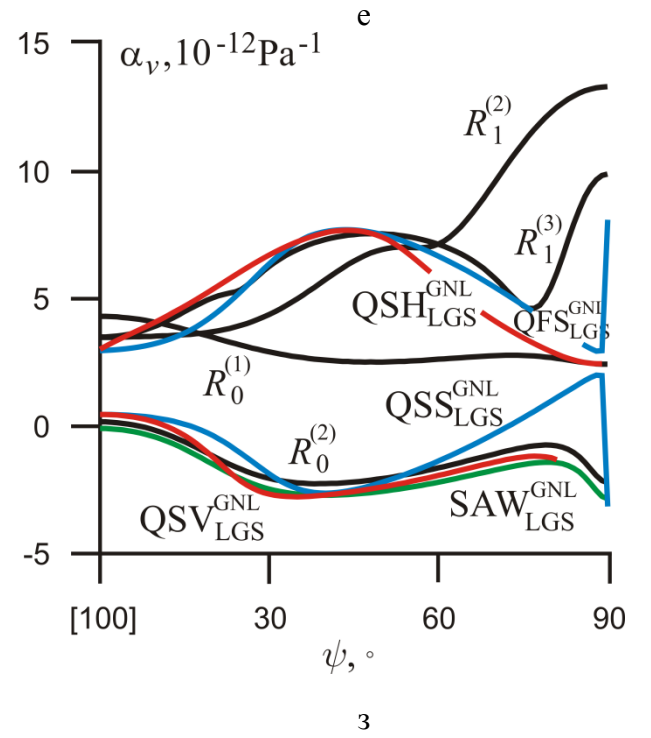
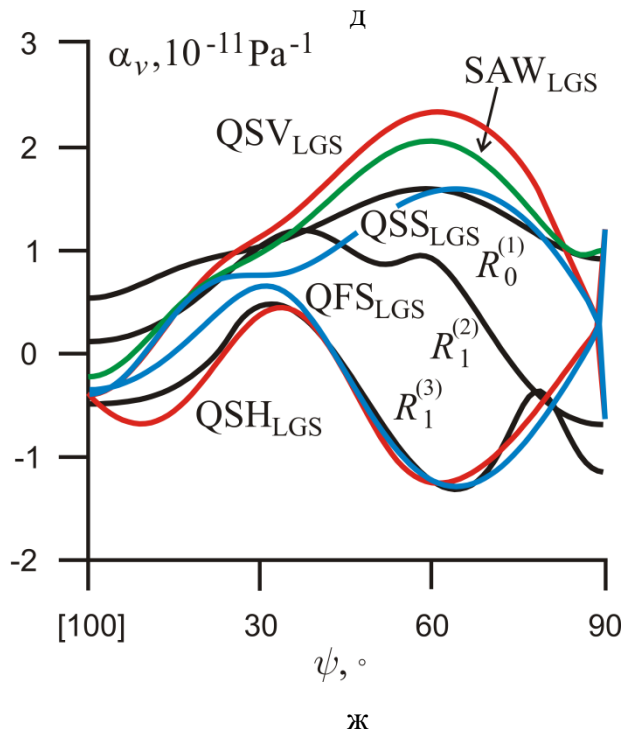
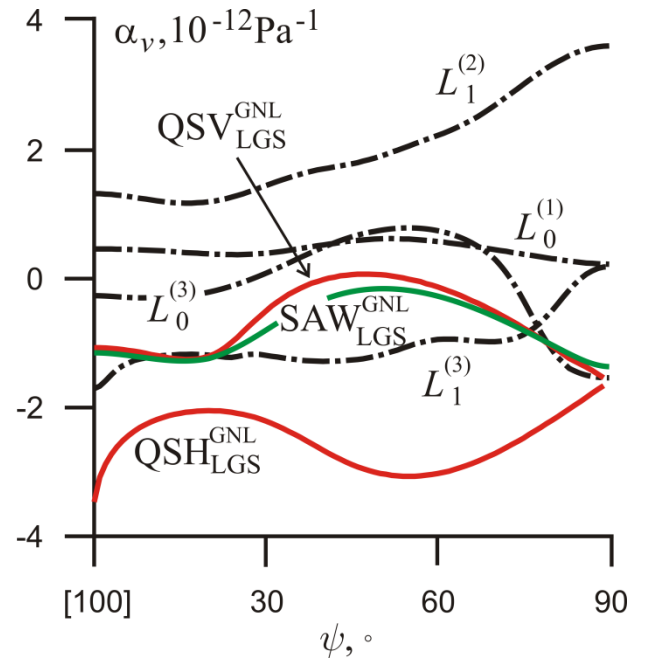
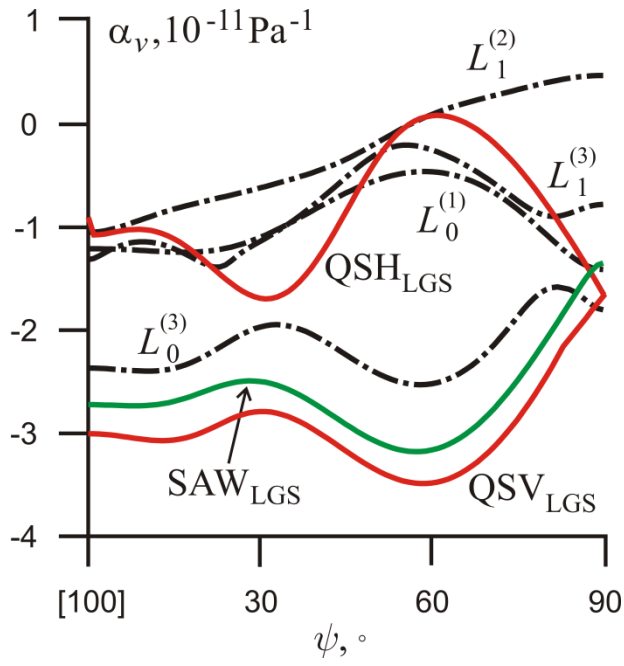


Рисунок. Е.16. Дисперсионные зависимости коэффициентов α_v в слоистой структуре “(0, 138.5, 26.7) LGS/плавленный кварц”: коэффициенты α_v мод Рэлея (а) и Лява (б) при $\vec{P} \parallel X_1$; коэффициенты α_v мод Рэлея (в) и Лява (г) при $\vec{P} \parallel X_2$. Сплошные линии связаны с вариантом расчета FSN, и штриховые линии – с вариантом расчета GNL





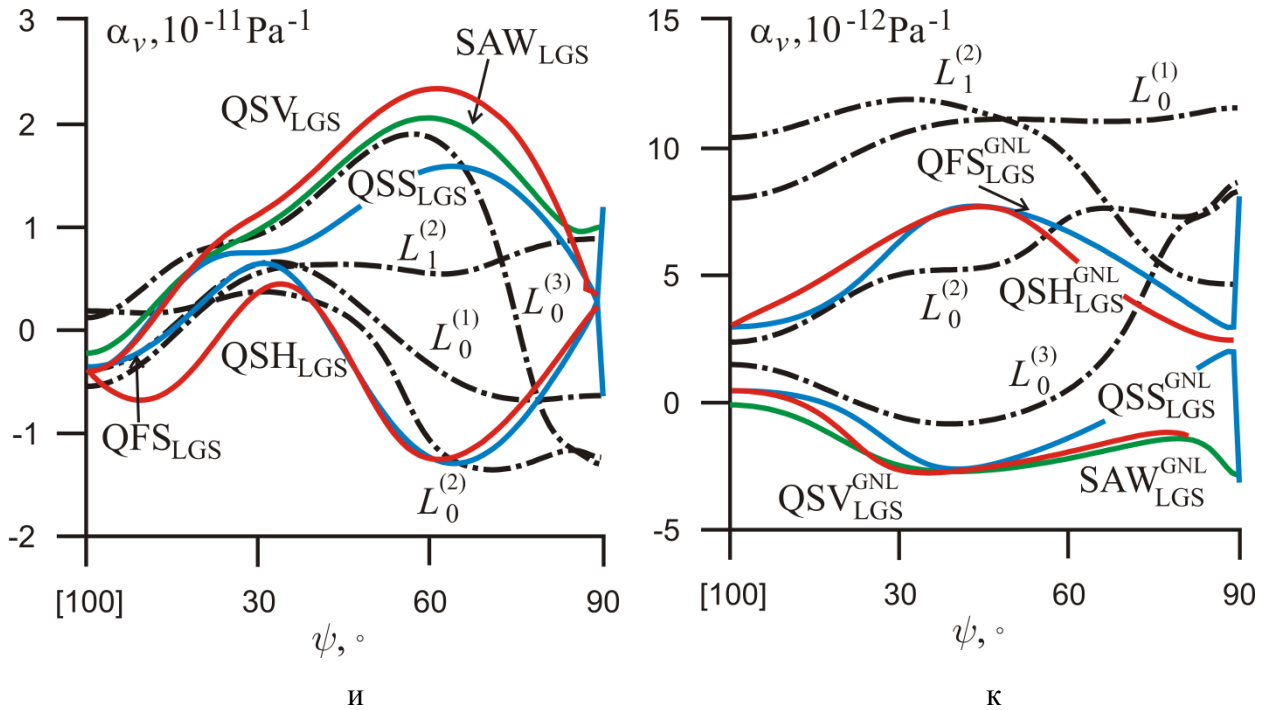


Рисунок Е.17. Анизотропия параметров акустических волн в слоистой структуре “(010) LGS/плавленый кварц” при значениях параметра $h \times f$ (м/с) (1) – 1000; (2) – 3000; (3) – 5000: (а) фазовые скорости; (б) – КЭМС; коэффициенты α_v для мод Рэлея (в, г) и Лява (д, е) при $\vec{P} \parallel X_1$; коэффициенты α_v для мод Рэлея (з, ж) и Лява (и, к) при $\vec{P} \parallel X_2$ - при вариантах расчета FSN и GNL.